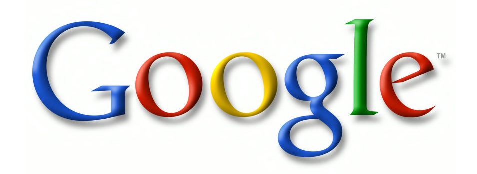
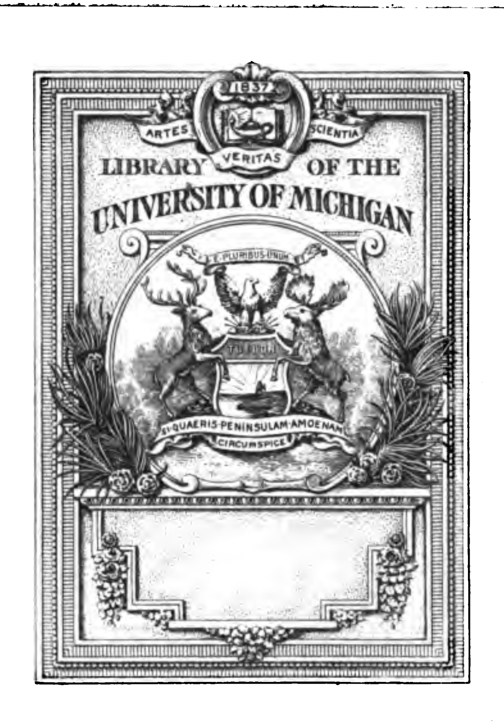



1837
ARTES
SCIENTIA
VERITAS
LIBRARY OF THE
UNIVERSITY OF MICHIGAN
E PLURIBUS UNUM
TUEBOR
SI QUAERIS PENINSULAM AMOENAM
CIRCUMSPICE



Zeitschrift

für

mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht.

Ein Organ für Methodik, Bildungsgehalt und Organisation der exacten Unterrichtsfächer an Gymnasien, Realschulen, Lehrerseminarien und gehobenen Bürgerschulen.

Zugleich Organ der Sectionen für math. und naturw. Unterricht in den Versammlungen der Philologen, Naturforscher, Seminar- und Volksschul-Lehrer.)

Unter Mitwirkung
der Herren Prof. Dr. Bauer in Karlsruhe, Univ.-Prof. Dr. Frischauf in Graz, Gymn.-Prof. Dr. Günther in Ansbach, Prof. Dr. Hauck an der Bauakademie in Berlin, Realschul.-Obl. Dr. Lieber in Stettin, Gymnas.-Obl. v. Lühmann in Königsberg i/N., Director Dr. Pisko und Dr. Pick in Wien, Prof. Scherling in Lübeck, Director Dr. Schwarz in Gumbinnen u. v. A.

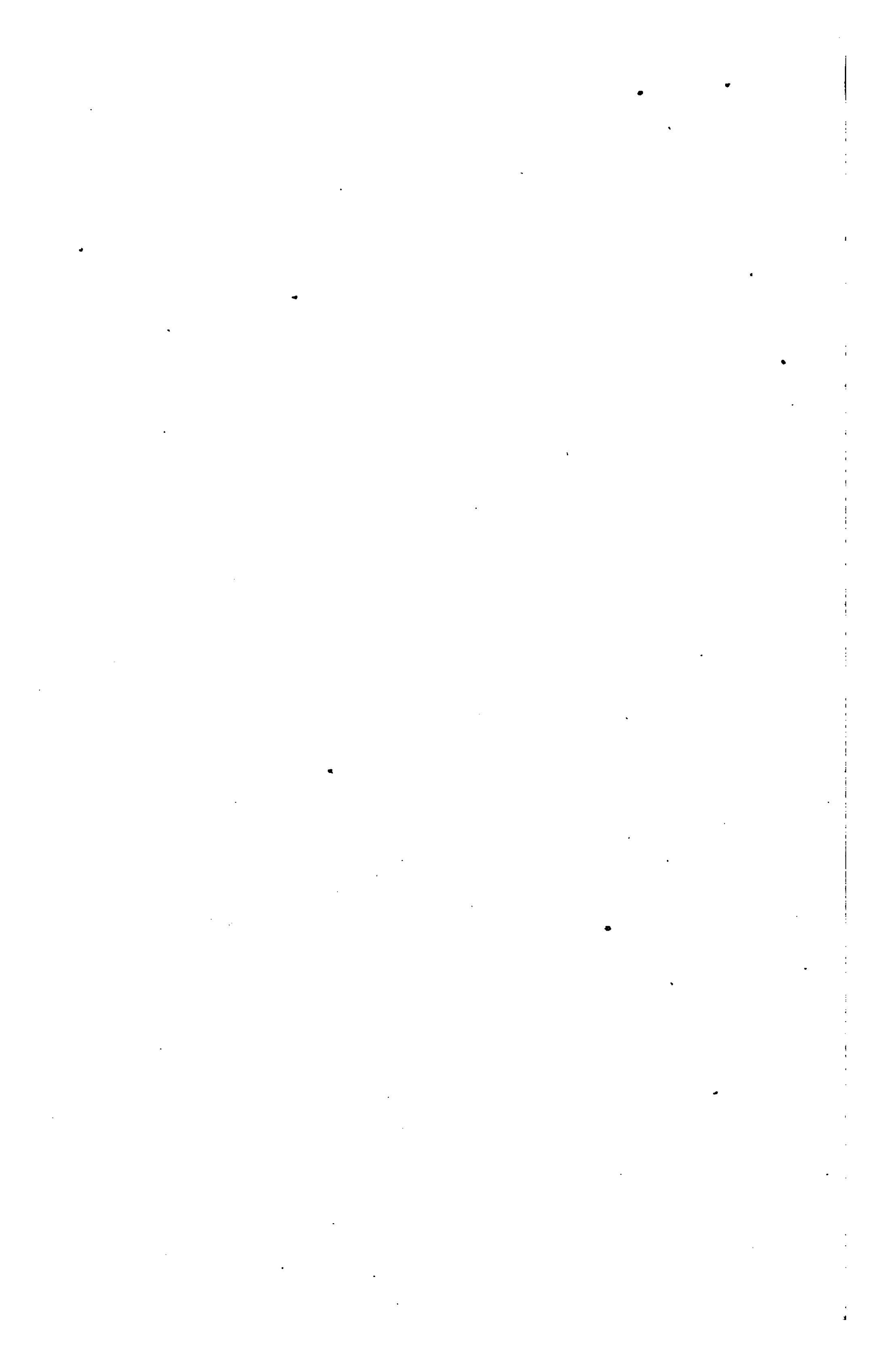
herausgegeben
von

J. C. V. Hoffmann.



Zwölfter Jahrgang.

Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
1881.



Inhaltsverzeichniss des 12. Bandes.

I. Abhandlungen (grössere Aufsätze) und kleinere Mittheilungen (Sprech- und Discussions-Saal und Aufgaben-Repertorium).

A) Organisation des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts.

B) Specielle Methodik der mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichtsfächer.

1. Mathematik.

a) Allgemeines.

b) Arithmetik.

*) Diese Rubrik so ausführlich zu geben, wie in vorigem Jahrgang, erwies sich als unthunlich; es hätte das Inhaltsverzeichnifs ungebührlich ausgedehnt.

c) Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

(Besonders numeriert.)

E) Sprech- und Discussions-Saal.

II. Literarische Berichte.

A) Recensionen und Anzeigen.

1) Mathematik.

a) Allgemeines (Compendien und Lehrbücher der Mathematik).

b) Arithmetik.

c) Geometrie.

2. Naturwissenschaften.

a) Allgemeines.

b) Physik und Chemie.

Astronomie und Geographie.

Naturgeschichte.

Pädagogik und Schulkunde.

Programmschau.

C) Bibliographie.

(Ref. Dr. ACKERMANN-Cassel.)

III. Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen und Vereine, Schulgesetzgebung, Schulstatistik, Auszüge aus Zeitschriften etc.)

Berichte:

Abdrücke:

Journalschau.

*) Auf S. 174 muss es heissen XXIII statt XIII.

Schulwesen (Schulstatistik).

Mittheilungen und Anfragen.

*) Man wolle auf S. 397 die VI in eine V corrigiren.

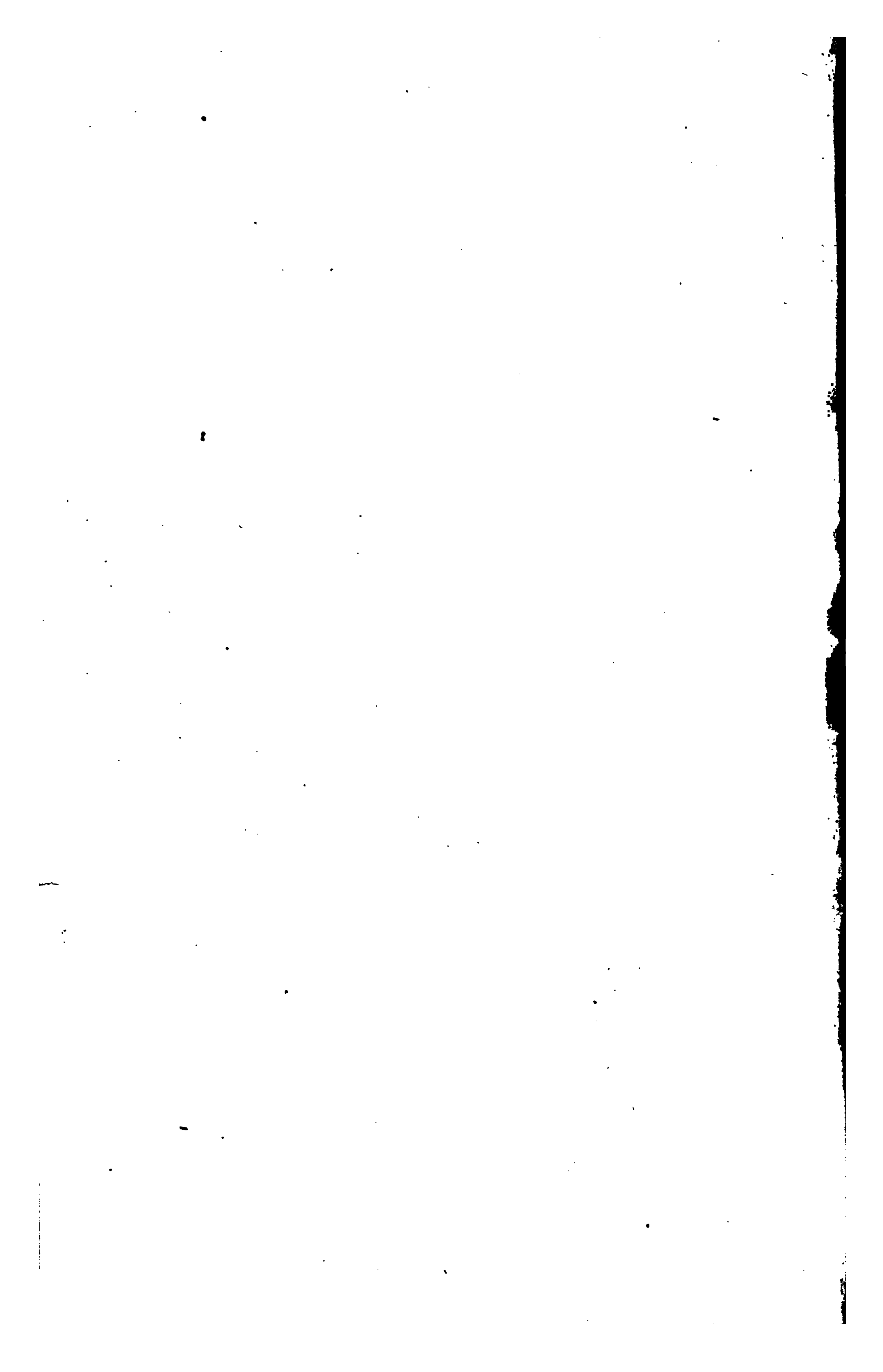
Figuren-Verzeichniss.

Alphabetisches Verzeichniss der Mitarbeiter an diesem Bande.

Name *)	Wohnort	Name	Wohnort
Ackermann (Bibl.)	Cassel	**Kessler** A.-R.	Bochum
Anschütz A.-R.	Aschaffenburg	**Kiel** A.-R.	Bromberg
Behrmann A.-R.	Liegnitz	**Kleinstück**	Zwätzen bei Jena
Bein A.-R.	Budapest	**Lampert**	Würzburg
Brocard A.-R.	Algier	**Lasswitz**	Gotha
Budde A.-R.	Duisburg	**Lemoyne** A.-R.	Genua
Buka	Charlottenburg	**Ludwig**	Greiz
Capelle A.-R.	Oberhausen	**Meutzner** (Pr.-Sch.)	Meissen
Cardinal A.-R.	Tilburg i. Holland	**Meyer** (Pr.-Sch.)	Freiburg i. Schl.
Consentius A.-R.	Carlsruhe	**Müller**	Neustrelitz
Cornely A.-R.	Würzburg	**Reidt**	Hamm
Diekmann	Viersen	**Roth** (A.-R.)	Buxtehude
Dronke (Pr.-Sch.)	Trier	**Röllner** A.-R.	Znaim
Emsmann (A.-R.)	Stettin	**v. Schäwen** A.-R.	Saarbrücken
Erler	Züllichau	**Schlegel** (Pr.-Sch.)	Waren
Ernst	Halberstadt	**Schlömilch** (A.-R.)	Dresden
Erlenmeyer A.-R.	München	**Schmitz** (A.-R.)	Neuburg a. D.
v. Fischer-Benzon A.-R.	Kiel	**Sievers** A.-R.	Frankenberg i. S.
Fleischhauer (A.-R.)	Gotha	**Schumann**	Danzig
Fuhrmann A.-R.	Königsberg i. Pr.	**Stammer** (A.-R.)	Düsseldorf
Gaidečka	Brünn	**Stegemann** (A.-R.)	Prenzlau
Glaser A.-R.	Homburg v. d. H.	**Stoll** A.-R.	Weinheim
Godt (A.-R.)	Lübeck	**Strack**	Karlsruhe
Grabig A.-R.	Sorau	**Vogel**	Memmingen (Baiern)
Hahn	Giessen	**Vollhering** A.-R.	Bautzen
Hartmann	Rinteln	**Weinmeister I** (A.-R.)	Leipzig
Hoch A.-R.	Lübeck	**Wolfinau**	Leitmeritz
Holzmüller A.-R.	Hagen	**v. Zettmar** A.-R.	Marburg a. D.

Mit den 10 auf dem Titelblatt Stehenden im Ganzen 68.

*) Diejenigen, bei denen A.-R. steht, betheiligten sich nur am Aufgaben-Repertorium, die, bei denen (A.-R.) steht, auch mit an demselben. Bibl. = Bibliographie. Pr.-Sch. = Programmschau.



Zur Verständigung.

(Vorwort zum XII. Jahrgang.)

Obschon der Herausgeber ds. Ztsch. alles in den Vorworten zu Jahrgang IX, X und XI Gesagte zu wiederholen Veranlassung hätte, muss er sich doch darauf beschränken, dasselbe der erneuten Aufmerksamkeit und Berücksichtigung der geehrten Leser angelegentlich zu empfehlen. Doch kann er nicht umhin, einige Punkte nochmals hervorzuheben und andere hinzuzufügen.

1) Zu beklagen ist, und musste schon mehrfach erinnert werden*), dass unter den für ds. Ztschr. einlaufenden Beiträgen nicht wenige sich befinden, welche die Vorarbeiten über das von ihnen behandelte Thema gleichgültig ignoriren oder doch nur oberflächlich berühren, noch weniger aber nachweisen, inwiefern ihre Behandlung des Gegenstandes einen Fortschritt über die Vorarbeiten enthalte. Solches Verfahren ist nur dann gerechtfertigt, wenn es entweder keine oder nur mangelhafte Vorarbeiten giebt, aber selbst diese Thatsache ist vorher zu constatiren. Diese Vernachlässigung einer hochwichtigen literarischen Pflicht ist freilich nur eine Consequenz des allgemeinen Uebelstandes, dass die Fachleute heutzutage sich wenig oder gar nicht um die Geschichte ihrer Wissenschaft bekümmern, obgleich — wenigstens für das rein Wissenschaftliche — seit mehreren Jahren die rührige Thätigkeit einiger Autoren diesem Uebelstande durch Compendien, Monographieen und

*) Man s. Günther in der Recension von Schlemüller XI_6, 444, wo die „Gleichgültigkeit“ gerügt wird, „mit welcher heutzutage die Autoren sich über das Studium des von ihnen bereits Geleisteten hinwegsetzen zu dürfen glauben“. Ferner: unsere Bem. X, 118 bei Gelegenheit des Rulfschen Satzes; desgl. zu Erlers Vortrage über den propädeut. Unterricht in der Geometrie X, 77; dsgl. unsere Recension von Wittstein, Methode des mathem. Unterrichts XI_4, 291. Auch Curtze V, 226 u. unsere Anm. 227.

Zeitschrift-Artikeln*) abzuhelfen sucht, wenn dieselben auch nicht immer praktisch eingerichtet sind**). An einem geschichtlichen Wegweiser auf didaktischem Gebiete für unsere Fächer scheint es aber noch ganz zu fehlen. Umsomehr erwächst für jeden Autor die Pflicht, durch eigenes Studium über die Vorarbeiten sich zu informiren***). Wir wollen daher die Herren Einsender von Originalbeiträgen freundlichst ersucht haben, diesem Punkte ihre volle Aufmerksamkeit zu schenken. Der ernstliche Wille, diese Zeitschrift auf der Höhe des didaktischen Fortschritts zu erhalten, fordert von uns hierin die grösste Strenge, selbst auf die Gefahr hin, manchen Mitarbeiter unangenehm zu berühren.

2) Es dürfte den Fachgenossen nicht entgangen sein, dass in Folge des Strebens nach Vervollkommnung der Realgymnasien†) — trotz mancher Hindernisse — ein stetiger

*) Wir meinen hier Werke, wie die Geschichte der Physik von Poggendorff, die Bearbeitungen der Gesch. d. Mathematik von Cantor, Hankel, Günther, Curtze u. a. — Dem Mangel an einem Studienwerke zur Geschichte der Mathematik ist erst unlängst durch Cantor's ausgezeichnete Vorlesungen (Lpz. Teubner 1880) abgeholfen worden.

**) So wird z. B. die Geschichte der Mathematik von Suter (Zürich, II. Aufl. 1873 u. 1875) durch den Mangel eines alphabetischen Registers beinahe unbrauchbar. Man vergleiche auch unsere Nachschrift zu Picks Recension von Mädlers Astronomie XI, 463.

***) Da die Didaktik der mathem. und naturw. Lehrobjecte noch in der Entwickelung begriffen ist, und ein ins Einzelne gehender Canon für dieselbe noch nicht feststeht, so ist das Studium derselben sehr erschwert, und der angehende Lehrer der Math. und Naturw. muss, in Ermangelung pädagogischer Hochschulseminare, seine Methode sich im Feuer der Praxis erarbeiten. Wohl mag es manchen guten Aufsatz über die Methodik unserer Unterrichtsgegenstände geben, der wie ein ungehobener Schatz verborgen liegt. In zwei wichtigen Quellen, der Schmid'schen Encyklopädie d. Päd. und den durch Prof. Erler zugänglich gemachten preuss. Directoren-Verhandlungen lassen sie sich leicht auffinden, nicht so jene, welche in Programmen, (älteren) pädagog. Zeitschriften und Versammlungsberichten (cf. Magers päd. Revue, Jahrbuch des Vereins f. w. Päd.) zerstreut liegen. Es würde daher ein recht verdienstliches Unternehmen sein, wenn ein Fachgenosse jene für die Didaktik unserer Fächer wichtigen Arbeiten sichtend zusammenstellte. Wie manches würde sich da als längst „abgelagert“ erweisen, was neuere Autoren als „frische Waare“ ausgeben und anpreisen!

†) Wir gebrauchen diesen Namen für die Realschulen I. O., da er ja ohnehin von dem Realschulmänner-Verein beantragt worden ist. Hier-

Fortschritt in den Leistungen dieser Lehranstalten sich kund giebt, und dass sie, wenigstens in unseren Fächern, den gewöhnlichen Gymnasien schon jetzt voraus sind. Dies dürfte aber, so lange die letzteren ihren Lehrplan zu Gunsten der exacten Unterrichtsfächer nicht ändern, in Zukunft noch mehr hervortreten, besonders dann, wenn auch der Unterschied im Alter der Schüler beider Schulgattungen geschwunden sein wird*). Dieser Umstand aber ist höchst wichtig; denn wenn, was nicht ausbleiben kann, die Schranke, welche annoch die Realgymnasiasten am medicinischen Studium hindert, fällt, und auch im Juristenstande die Ansicht durchgedrungen sein wird, dass die Vorbildung auf Realgymnasien für ihn geeigneter sei, so ist die Frequenzzunahme der Realgymnasien und die allmälige einem Hinsiechen ähnliche Entleerung der Gymnasien durch künstliche Mittel nicht mehr aufzuhalten. Dies aber wird der Anfang sein zum Aufgehen beider Lehranstalten in der Einheitsschule der Zukunft, welche Viele zur Zeit noch für unmöglich halten. Diesen allmäligen Umwandlungsprocess aber zu verfolgen, ist Niemand geeigneter, als die Lehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften, die oft an Doppelanstalten wirken oder von einer Schulgattung zur andern versetzt werden. Auch für die, wenn auch vielleicht nicht materielle, so doch wissenschaftliche Stellung der Fachlehrer könnte dies von Bedeutung werden; denn die wissenschaftlich Vorgeschritteneren wird man vermuthlich künftig für die Realgymnasien begehren, den humanistischen Anstalten dagegen droht die Gefahr, das

---

bei schliessen wir jedoch die österreichischen Realschulen, die ein Mittelding zwischen unserer Realschule I. O. und einer Gewerbeschule sind, aus, ohne damit läugnen zu wollen, dass auch sie in Manchem den (österreichischen) Gymnasien voraus sind.

*) Man vergleiche nur die Anforderungen an die Abiturienten der Realgymnasien in Baden oder der renommirten Anstalten dieser Gattung in Wiesbaden, Berlin (Friedrich-Werdersche Gewerbeschule) und Gotha, in denen man schon Differential- und Integralrechnung lehrt, oder man vergl. den Lehrplan der Hamburger „Realschule des Johanneums" mit dem des dortigen Gymnasiums. Dass schon jetzt — von Ausnahmen abgesehen — im Allgemeinen die Realschulabiturienten I. O. z. B. in Mathematik und Zeichnen, in Physik und Chemie die Gymnasialabiturienten überragen, das wird wohl kaum Jemand zu läugnen wagen.

Mittelgut behalten zu müssen. Es möchte daher zu Nutzen einer künftigen Geschichte der höheren Schulbildung angezeigt sein, dass die Fachgenossen diesen geistigen Umwandlungsprocess aufmerksam verfolgen.

3) Neu und überraschend dürfte wohl für viele Fachgenossen die Nachricht sein, dass an unsern Fachlehrerstand eine schwere Gefahr herantritt, die Gefahr der — man erlaube das Wort — Ueberproduction. Dies ergiebt sich nicht nur aus der grossen Anzahl der Bewerber bei Vacanzen, sondern auch aus dem Verhältniss der Studentenzahl zur Zahl der Lehrstellen. Sichern Nachrichten zufolge werden daher bereits an manchen Universitäten die ankommenden Jünger des Pythagoras vor der Wahl ihres Berufes gewarnt und wird ihnen vom Studium wenigstens der Mathematik abgerathen. Obschon man sich nun darüber freuen könnte, dass die exacten Unterrichtsfächer eine so grosse Anziehungskraft ausüben und obschon mit dem vermehrten Angebot von Arbeitskräften der Vortheil der freieren Auswahl und die Abscheidung des geringern Gutes verbunden ist, die Gefahren der Ueberfüllung werden dadurch nicht abgewendet. Die Ursachen derselben sind unschwer zu entdecken: die gewaltsame Verstopfung des Abflusses aus den Realgymnasien nach den medicinischen Hörsälen, die Ueberfüllung der technischen Berufsarten, die Lehrerproduction der polytechnischen Schulen und der Aberglaube von der Leichtigkeit der Lehrkunst. An der Befähigung und der Berechtigung der Realgymnasien zu medicinischen Studien vorzubereiten, einem Rechte, das sonnenklarer ist als das der Gymnasien, arbeitet seit Jahren der rührige Realschulmännerverein mit allen Kräften — leider vergebens. Hierdurch und durch die Ueberfüllung der technischen Fächer wird die Fluth der Realgymnasiasten in das Lehrfach hineingedrängt*). Ohne zu überlegen, dass zur Lehrkunst auch Anlage und Geschick gehöre, wählen viele unbedachtsam oder gezwungen den Lehrberuf, und wie jeder mittelmässige Clavierspieler sich schon für einen Musikmeister und jede Conservatoristin sich schon für eine grosse Pianistin hält, so glaubt

*) Auch in Oesterreich (an der Wiener polyt. Hochschule) haben wir das vor einigen Jahren schon miterlebt. (VI, 340. Anm.)

auch der Techniker, zum „Lehrer" sei er allemal noch gut genug, die Lehrkunst erlerne sich von selbst. Aber der Glaube, um etwas zu lehren, brauche man es nur sicher zu wissen (oder zu können), ist ein bedauerlicher Irrthum. Und wer will ihnen denn diesen Glauben, dass die Unterrichts- (und Erziehungs-)Kunst mit der Luft eingeathmet werde, verargen, da selbst die höchsten Unterrichtsbehörden, mit winzigen Ausnahmen*), es für überflüssig oder für zu kostspielig erachten, Lehrerbildungsanstalten für das höhere Lehramt zu errichten? Und wenn in neuerer Zeit auch polytechnische Hochschulen die Berechtigung „Lehrer auszubilden" erlangt haben**), so scheint uns das, ohne ihren wissenschaftlichen Beruf hierzu verkennen zu wollen, doch nach pädagogischer Seite sehr bedenklich, so lange ihnen Uebungsschulen fehlen. Sie „produziren" so höchstens „Stundengeber" oder Vortragende („Docenten"). Wann überhaupt wird die Zeit kommen, da man Didaktik und Pädagogik mehr als Kunst auffassen und sich jeder erfahrene Lehrer als Künstler fühlen wird? Ein von aller Pedanterie freies Künstlerthum unter unseren Fachgenossen und ein Künstlerbewusstsein, wenn es sich durch seine Erfolge rechtfertigt, würde den Lehrerstand in den Augen der dominirenden Stände***) bezüglich seiner gesellschaftlichen Stellung heben und ein wirk-

---

*) Wir denken dabei an das Schellbachsche Seminar, an Jena und Leipzig und besonders an — Buda-Pest. (Man s. V, 172.)

**) Wir wissen das nur von Wien und Dresden. Ob auch noch andere polyt. (Hoch-)Schulen Lehrer ausbilden, ist uns unbekannt.

***) Diese sind in erster Reihe der Juristen- und Militärstand. Dass von den genannten und auch von anderen Ständen (oder Berufsgattungen) die Lehrkunst und folgerichtig Verständniss, Leitung und Beherrschung des Schulwesens für leicht gehalten wird, ist bekannt genug. Der Jurist hält sich schon als Hauptfactor der Gesetzgebung für befähigt und berechtigt, Lehrer und Lehreinrichtungen zu beurtheilen und über die Schule zu schalten und zu walten. Ist doch selbst der Cultus- und Unterrichtsminister überall ein Jurist, allerdings zum Segen für die Unparteilichkeit im Streite zwischen Kirche und Schule. Der Theologe ist „eo ipso Lehrer", Lehrer von Gottes Gnaden, wer wollte noch daran zweifeln? Dem Arzte darf hier die meiste Berechtigung zuerkannt werden; ihm das Recht über die Schule mit „zu rathen und zu thaten" bestreiten, wäre thöricht, so lange er die ihm von seinem Berufe gezogenen Grenzen nicht überschreitet. —

sames Gegenmittel sein gegen die Geringschätzung, die er nicht selten noch von diesen Seiten zu erfahren hat.

Aus dem Vorstehenden aber ergiebt sich für unsern vorliegenden Fall die ernste Mahnung an jeden, in einer höhern Schule wirkenden Fachgenossen*): seinen Schülern überhaupt das „Lehren" als eine Kunst vor Augen zu führen, sich selbst aber als Künstler zu erweisen, dem angehenden Jünger dieser Kunst aber die Erfordernisse für dieselbe klar und eindringlich vor Augen zu führen, ihn insbesondere darauf hinzuweisen, dass zum Priester der mathematischen und Naturwissenschaften bei der ungeheuer angewachsenen Stoffmasse noch weit mehr als zu andern Lehrämtern tiefes und andauerndes Studium gehöre, dass dieses Studium aber weiter noch erfordere: den ernstlichen Willen, allem Aberglauben und menschlich-thörichten Meinungen zu entsagen und nur die Wissenschaft anzuerkennen; Energie zur Ueberwindung der Schwierigkeiten, trotz der thatsächlichen Ueberfüllung ein Lehramt zu erringen, und die Bewahrung des Muthes und Gleichmuthes bei der gewissen Aussicht, auf dem einsamen uud dornenvollen Lebenspfade nicht weniger Anfechtung seitens der philologischen Berufsgenossen, als Unlust und schnöden Undank der meisten Schüler, überdies wenig Anerkennung von oben zu finden, — kurz: den angehenden Jünger des Pythagoras vor Ergreifung seines Berufes ernstlich zu warnen.

4) Als Resultatat unserer „Verständigung" aber dürfte sich aufs Neue ergeben, wie heilsam eine engere „Vereinigung — ein Verein — der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften zur Wahrung ihrer Interessen" sein würde, und wir wollen daher unsern in den „Sectionen für mathematisch-naturwissenschaftlichen Unterricht" der Philologen- und Naturforscherversammlung (zu Stettin und Danzig) gestellten und dort besprochenen Antrag den geehrten Fachgenossen aufs Neue dringend empfohlen haben.

Hinsichtlich der übrigen im Vorwort zu Jahrgang XI be-

*) Wir wünschen nicht, dass die folgenden Worte etwa als ein „prätentiöser und überflüssiger Rath" oder als „Ueberhebung" von den Collegen aufgefasst werden möchten, sondern nur als Glaubensbekenntniss des Verfassers.

zeichneten Punkte befremdet uns das Stillschweigen in den Reihen der Leser und erfasst uns tiefes Bedauern darüber, dass wir wegen unseres Verfechtens der Interessen der Fachgenossen, gegenüber dem lieblosen Gebahren der Naturforscher- und Aerzte-Versammlung*), statt Unterstützung aus den Reihen eben dieser Fachgenossen nur Tadel und Angriff zu erdulden hatten und die Wahrheit des Sprüchworts „Undank ist der Welt Lohn“ aufs Neue an uns erfahren mussten.

Indem wir den Herren Fachgenossen für die fortgesetzte rege Theilnahme an diesem Unternehmen aufs Neue herzlich danken, entbieten wir denselben unsern Neujahrsgruss.

*) Man sehe diese Ztschr. X, 477—478, Zeile 8—9 von oben, ferner XI, 413 und vergleiche damit noch IX, 411 bes. Zeile 8 u. ff. von unten, S. 413, bes. Zeile 23 u. ff. von oben. Ueber den Leipziger Antrag auf Verlegung der Ntf.-Vers. X, 81. — Der Herausgeber.

Kleine Bemerkungen zum Unterricht in der Planimetrie.

Von Dr. Reidt in Hamm.

1. Wenn zwei Gerade von einer dritten geschnitten werden, so entstehen bekanntlich durch Verbindung je eines der hohlen Winkel an dem einen Durchschnittspunkte mit einem solchen am anderen vier verschiedene Arten von Winkelpaaren. Fast allgemein werden von diesen vier gleich möglichen Arten nur drei mit besonderen Namen belegt und nach ihren Beziehungen untersucht, die vierte (die Zusammenstellung eines äusseren mit einem auf der anderen Seite der schneidenden Geraden liegenden inneren Winkel) dagegen mit völligem Stillschweigen übergangen. Zur Begründung dieser Vernachlässigung lässt sich anführen, dass dieses vierte Paar entbehrlich sei und auch thatsächlich in dem herkömmlichen System niemals Anwendung finde. Dieser allein auf praktischer Nützlichkeit fussende Grund kann jedoch meines Erachtens weder in wissenschaftlicher Hinsicht noch in Beziehung auf die Zwecke des mathematischen Elementar-Unterrichts als stichhaltig anerkannt werden. Wenn eine wesentliche Aufgabe dieses Unterrichts die ist, praktische Logik zu lehren, so muss derselbe den Schüler auch zu dem Bewusstsein führen, dass das Haupterforderniss einer Eintheilung oder Aufzählung Ordnung und Vollständigkeit ist, welche beide aus dem Eintheilungsprincip nachzuweisen sind. Es kann nicht gestattet sein, dass der Unterricht ohne jede zwingende Noth gegen ein so fundamentales und einfaches Gesetz aus Nützlichkeitsgründen verstosse, die der Schüler selbst noch in keiner Weise zu beurtheilen vermag. Besässe der letztere an der betreffenden Stelle des Unterrichts bereits diejenige Reife des Verstandes, welche er durch denselben gewinnen soll, so könnte er sich mit Recht erstaunt zeigen über die unwissenschaftliche Willkür, welche in der Ausschliessung jener einen bis dahin den übrigen völlig

gleichberechtigt erscheinenden Art von Winkelpaaren liege, und der Hinweis auf den späteren Nichtgebrauch könnte ihn zu manchen nicht erwünschten Consequenzen über andere Partieen des Unterrichts veranlassen. Das Princip, dass jeder Satz nur den Zweck habe, einen oder mehrere spätere beweisen zu helfen, und dass ein solcher nur dadurch berechtigt sei aufgeführt zu werden, dass er diesen Zweck erfülle, ist doch wohl heute nicht mehr das massgebende der Wissenschaft. Hierzu kommt noch die praktische Erwägung, dass gerade die Vollständigkeit der Ableitung aller Arten aus einem Eintheilungsprincip das Verständniss und das gedächtnissmässige Behalten erleichtert. Selbstverständlich wird es übrigens erlaubt sein, jene vierte Art im Unterrichte als die letzte kürzer zu behandeln wie die übrigen, ja man mag dieselbe sogar als blossen Uebungsstoff für eine selbständigere Thätigkeit der Schüler nach dem Muster der Behandlung der vorhergegangenen gebrauchen und so auch in anderer Weise dem Nützlichkeitsprincip Rechnung tragen; sie dagegen vollständig wie nicht existirend mit Stillschweigen zu übergehen, würde wohl nur durch übergrossen Mangel an Zeit gerechtfertigt werden können.

Sollen diese Winkel aber in irgend einer Weise erwähnt werden, so scheint es zweckmässig, dieselben auch zu benennen. Ich habe daher für sie in meiner Planimetrie*) den von Kunze und Spieker für die entgegengesetzten gebrauchten Namen conjugirte Winkel angewendet, ohne auf diese Bezeichnung selbst irgend welches Gewicht legen zu wollen. Leider besteht ja in den Benennungen auch der übrigen gedachten Winkelpaare eine grosse Verschiedenheit, deren Beseitigung dringend wünschenswerth ist. Ich muss gestehen, dass ich unter den mir bekannt gewordenen verschiedenen Namen oder Vorschlägen zur Veränderung derselben noch keine gefunden habe, welche mir den beiden Forderungen scharf bezeichnend und sprachlich kurz zu sein, gleichmässig in befriedigender Weise zu entsprechen schienen.

Dass ich mit den vorstehenden Bemerkungen nichts Neues sage, ist mir wohl bewusst; in der That finde ich, dass die

---

*) Reidt, Elemente der Mathematik. Zweiter Theil. Vierte Auflage. Berlin 1879, G. Grote.

von mir sogenannten conjugirten Winkel von einigen namhaften Autoren, wie Gallenkamp, Spieker, Kober, Kruse und Heilermann, keineswegs übergangen sind. Da sie aber in der grossen Mehrzahl der gebräuchlichen Schulbücher vollständig fehlen, so ist es vielleicht nicht ganz überflüssig, an schon anderwärts längst Bekanntes noch einmal zu erinnern. In Betreff der Namengebung für die verschiedenen Arten der betreffenden Winkelpaare sind vielleicht noch folgende Bemerkungen am Platze.

Die drei ersten der vorher genannten Autoren gebrauchen übereinstimmend für das in Rede stehende vierte Paar die Benennung gemischte Wechselwinkel, welche zwar etwas weniger kurz als conjugirte Winkel, jedoch äusserlich bezeichnender ist. Dagegen scheint sie mir deshalb nicht zweckmässig, weil sie durch den Wortlaut jene Winkel mit den allgemein sogenannten (äusseren oder inneren) Wechselwinkeln zusammenstellt, zu denen dieselben aber ihrer inneren Natur nach im Gegensatz stehen. Nach ihren Eigenschaften gehören sie vielmehr mit den sog. entgegengesetzten (Gegen-)Winkeln in eine Gruppe, wie die Wechselwinkel mit den correspondirenden. Kruse unterscheidet eben deshalb zunächst nur zwei Arten von Winkelpaaren, welche er als gleichwendige und gegenwendige bezeichnet. Jene werden durch Drehung der schneidenden Geraden in gleichem Sinne, diese durch Drehung im entgegengesetzten Sinne beschrieben. Innerhalb dieser Haupteintheilung wird dann erst die jedesmalige weitere Unterscheidung in gleichseitige oder ungleichseitige gemacht. Wie durch die angegebene Entstehung, so gehören auch durch ihre Eigenschaften die betreffenden Paare zusammen. An parallelen Geraden sind gleichwendige Winkel einander gleich, gegenwendige supplementär, u. s. w. Mit anderen Worten: Die acht hohlen Winkel lassen sich einzeln genommen in zwei Gruppen scheiden, dergestalt dass bei parallelen Geraden jede zwei Winkel aus derselben Gruppe, d. i. je zwei gleichwendige Winkel, einander gleich, dagegen je zwei Winkel aus verschiedenen Gruppen, d. i. je zwei gegenwendige Winkel, supplementär sind. — Auch Heilermann schliesst sich einer derartigen Auffassung an, denn er fasst die conjugirten Winkel mit den Gegen- (entgegengesetzten) Winkeln unter demselben Namen zusammen. Mir scheint, dass

die zu erstrebende Einigung über die betreffenden Benennungen überhaupt auch auf diese innere Zusammengehörigkeit der Winkelpaare neben der äusseren Lage wird Rücksicht nehmen müssen. Sind beide Rücksichten zugleich mit derjenigen auf Kürze nicht zu vereinigen, so wird es fraglich sein, ob nicht gerade solche Bezeichnungen zu empfehlen sind, welche, wie das Wort conjugirte oder wie das von A. Gauss dafür gebrauchte „verschränkte Winkel", keine derselben auf Kosten der übrigen bevorzugen.

Wie gross übrigens die Verschiedenheit der Bezeichnungen auf dem fraglichen Gebiete ist, möge nachstehende Zusammenstellung aus einigen Lehrbüchern, welche keineswegs vollständig sein soll, beispielsweise zeigen.

Die grösste Verschiedenheit zeigen diejenigen Winkel, welche auf derselben Seite der schneidenden Geraden liegen und beide äussere oder beide innere sind. Viele Autoren (z. B. Ohm, Tellkampf, Gerlach, Schlömilch) benennen dieselben gar nicht, sondern beschreiben sie im einzelnen Falle. Ausserdem finden wir folgende Namen: Gegenwinkel (Sadebeck, Heilermann, Kunze, Helmes, Brockmann u. A.), entgegengesetzte Winkel (Kambly, Worpitzky, Koestler, Schumann u. A.), conjugirte Winkel (Kunze, Spieker), zusammengehörige Winkel (Gilles), Ergänzungswinkel (Hub. Müller). Ein äusserer und ein innerer Winkel an derselben Seite der schneidenden Geraden heissen correspondirende Winkel (Sadebeck, Kunze, Helmes, Brockmann u. A.), Gegenwinkel (Kambly, Worpitzky, Spieker, Schumann u. A.), gleichliegende Winkel (Heilermann, Tellkampf), gemischte Gegenwinkel (Gallenkamp).*) Eine erfreuliche Uebereinstimmung findet sich nur in dem fast allgemeinen Gebrauche des Wortes Wechselwinkel für zwei äussere oder zwei innere Winkel auf verschiedenen Seiten der Schneidenden.

Zum Schlusse möchte ich noch darauf hinweisen, dass ein ganz ähnlicher Fall wie der obige von den conjugirten Winkeln in der Trigonometrie vorkommt. Die Secanten und Cosecanten sind ebenfalls in der Anwendung völlig entbehrlich und werden auch thatsächlich in numerischen Rechnungen wohl kaum noch

*) Man sehe die Anm. am Schlusse dieses Aufs. D. Red.

gebraucht. Ihrer von manchen Seiten befürworteten gänzlichen Abschaffung stellt sich jedoch an anderen Stellen ein gewisses Widerstreben entgegen, welches wohl auf der richtigen Erwägung beruht, dass alle sechs Formen der Verhältnisse zweier Seiten eines rechtwinkeligen Dreiecks an sich wissenschaftlich gleichberechtigt sind, in der Ausscheidung einzelner also theoretisch eine Willkür liegt. Selbstverständlich liegt hierin kein Hinderniss, jene Functionen nachher in der Praxis fortfallen zu lassen, nachdem ihre Existenzberechtigung anerkannt und die praktischen Gründe für ihren Nichtgebrauch an den Tag getreten sind.

2. Dass der Forderung einer geordneten und vollständigen Ableitung aus einem bestimmten Eintheilungsprincip im elementaren mathematischen Unterricht auch an anderen Stellen nicht immer hinreichend genügt wird, habe ich bereits vor einigen Jahren in dieser Zeitschrift in einem Aufsatze erwähnt, der leider zu einer von der Sache ablenkenden Streitfrage führte, bei der, wie mir scheint, nicht um diese, sondern nur um den Gebrauch des Wortes „Eintheilung" gestritten wurde*). Unter diesen Umständen dürfte es gestattet sein, nach längerer Zeit noch einmal unabhängig von dieser Streitfrage und in weiterer Ausführung auf jene von mir gemeinte Sache zurückzukommen, da dieselbe, wie ich glaube, noch immer verdient in Erinnerung gebracht zu werden. Die damals von mir angeführten Beispiele haben ebenfalls auch jetzt noch die Berechtigung angeführt zu werden: Die Eintheilung oder, wenn man so lieber will, die Unterscheidung der Dreiecke nach der Beschaffenheit der Winkel darf erst dann erfolgen, wenn durch den Satz von der Winkelsumme, bezw. den Zusatz zu demselben, dass jedes Dreieck mindestens zwei spitze Winkel haben müsse, das Princip der Eintheilung nach dem dritten Winkel gewonnen ist, weil vorher die Aufzählung nicht als berechtigt und vollständig, sondern nur als eine willkürliche Auswahl erscheint. Ebenso kann die Unterscheidung der Parallelogramme in rechtwinkelige und schiefwinkelige, bezw. die Aufstellung der Begriffe Quadrat, Rechteck, Rhombus erst erfolgen, nachdem der Satz vorausgegangen ist,

---

*) Vgl. II, 209 und 518; III, 359 und IV, 120. D. Red.

dass durch einen Winkel eines Parallelogramms die übrigen bestimmt sind, und dass insbesondere, wenn ein Winkel desselben ein rechter ist, auch alle übrigen rechte sein müssen. Man kann in dieser Beziehung nie zuviel Sorgfalt anwenden, indem man zugleich darauf Rücksicht nimmt, dass die Kürze des Ausdrucks häufig mit der Schärfe der Unterscheidung verbunden werden kann. Fasst man, um ein weiteres Beispiel anzuführen, die Aufzählung der verschiedenen Arten der Vierecke etwa so: „Ein Parallelogramm ist ein Viereck, in welchem beide Paare Gegenseiten parallel sind, ein Trapez ein solches, in welchem ein Paar Gegenseiten, ein Trapezoid ein solches, in welchem kein Paar parallel ist“, so lässt diese Ausdrucksweise auch den Schüler sofort Ordnung und Vollständigkeit erkennen und hindert keineswegs, wenn man will, das Parallelogramm als besonderen Fall des Trapezes, wie dieses als solchen des allgemeinen Vierecks aufzufassen.

Dass auch in anderen Zweigen der Elementarmathematik das hier betonte Princip nicht immer Berücksichtigung gefunden hat, zeigt beispielsweise die Aufstellung des Begriffs von Geraden, die zu einer Ebene, d. h. zu allen durch ihren Fusspunkt gehenden Geraden dieser Ebene senkrecht stehen, in manchen Lehrbüchern vor dem die Möglichkeit solcher Linien nachweisenden bekannten Lehrsatze.

Ist das Princip, dass keine Definition aufgestellt werden darf, ehe die Existenz des zu definirenden Gebildes feststeht, richtig, und darf also auch keine Namengebung für ein Raumgebilde stattfinden, ehe dieses letztere durch genetische Entwickelung ins Dasein getreten ist, so darf auch beispielsweise von einer Tangente eines Kreises nicht die Rede sein, ehe die Existenz von Geraden, die mit einem Kreise nur einen einzigen Punkt gemeinsam haben, nachgewiesen ist. Aehnliches gilt von der Berührung zweier Kreise, in der Stereometrie von den durch den Durchschnitt dreier Ebenen entstehenden Gebilden u. dgl. m. Allerdings wird in solchen Fällen die Wortfassung des die Existenz eines solchen Raumgebildes nachweisenden ersten Lehrsatzes über dasselbe durch die Vorausschickung seines Namens etwas kürzer und bequemer.

3. Die Reihenfolge der Congruenzsätze und ent-

sprechend diejenige der Aehnlichkeitssätze im System gehört zu den anscheinend geringfügigen Kleinigkeiten, auf welche jedoch hier und da ein gewisser Werth gelegt wird, sei es auch nur um in gleichmässiger und allgemein bekannter Weise kurz mit „erster Congruenzsatz“ u. s. w. citiren zu können. Da jeder Congruenzsatz unabhängig von den anderen bewiesen werden kann (wenigstens bei der im Folgenden (4) angegebenen oder einer ähnlichen Behandlungsweise und wenn man die beiden Fälle mit einer Seite und zwei Winkeln in der Voraussetzung in einen Satz zusammenfasst), so kann diese Reihenfolge zweckmässig wohl nur durch folgende in der Sache begründete Rücksichten bestimmt werden: Die eine derselben ist die didaktische auf das leichtere oder schwierigere Verständniss seitens der Schüler gemäss dem Grundsatze des Fortschrittes vom Leichten zum Schweren; die andere schliesst sich an das in unseren vorhergehenden Artikeln erwähnte Princip der geordneten Aufstellung bei jeder Aufzählung an. Nachdem die Voraussetzung der Gleichheit der drei Winkel als ungenügend für die Behauptung der Congruenz erkannt ist, ergiebt sich als eine geordnete Aufzählung der verschiedenen möglichen Voraussetzungen dreier gleicher Stücke entweder die folgende: a) eine Seite und zwei Winkel, b) zwei Seiten und ein (eingeschlossener oder nicht eingeschlossener) Winkel, c) drei Seiten, oder die in dieser Beziehung gleichwerthige umgekehrte. Die erstere fällt nahezu mit der durch die Schwierigkeit des Verständnisses der Beweisführung bedingten zusammen, und diese Uebereinstimmung erscheint als hinreichender Grund, die Congruenzsätze in der folgenden Weise zu ordnen, dass die Voraussetzung bezüglich enthält: 1) eine Seite und zwei homologe Winkel, 2) zwei Seiten und den eingeschlossenen Winkel, 3) zwei Seiten und einen nicht eingeschlossenen (?) Winkel, 4) die drei Seiten. Man kann dagegen einwenden, dass der dritte Satz nach dieser Anordnung für die Schüler schwieriger sei als der vierte; diese eine Inconsequenz scheint mir jedoch nicht bedeutend genug, um dafür das andere Princip der geordneten Aufstellung zu durchbrechen, welches den Schülern die erfahrungsmässige Schwierigkeit eines geordneten, vollständigen Behaltens der Congruenzsätze sehr erleichtert. Bei schwächeren Jahrgängen mag der

Lehrer sich immerhin einmal erlauben, die Beweise bei dem ersten Durchnehmen in der Reihenfolge 1, 2, 4, 3 zu geben, nachher aber wird er bei der Wiederholung zweckmässig, ebenso wie das Lehrbuch, die von mir gewählte Ordnung einhalten. — Die Reihenfolge der Aehnlichkeitssätze muss selbstverständlich derjenigen der Congruenzsätze genau entsprechen. Ein Grund zur Abweichung liegt hier in keiner Weise vor, vielmehr entspricht der Fortschritt vom Leichteren zum Schwereren diesmal so genau der gewählten Reihenfolge, dass hierin ein neuer Grund für die letztere gefunden werden kann.

Man kann als Princip für die Ordnung der Congruenzsätze auch noch die Reihenfolge aufstellen, in welcher die entsprechenden Constructionsaufgaben sich lösen lassen. In diesem Falle müsste der Satz von den drei Seiten unbedingt den Anfang machen; die Aufeinanderfolge der übrigen dagegen bliebe so ziemlich der Willkür überlassen. Dieser Lehrgang wird nur in dem Falle für die Unterrichtspraxis zu empfehlen sein, dass man den Beweis der Congruenz überhaupt an die Determination der entsprechenden Constructionsaufgaben knüpft, die jedoch, wenn sie vollständig und genau sein soll, gerade bei dem ersten der so geordneten Sätze an der betreffenden Stelle erhebliche Schwierigkeiten bietet.

4. Die Beweisführung der Congruenzsätze. Der wissenschaftlich wie didaktisch berechtigte Wunsch, Zusammengehöriges auch zusammenhängend zu behandeln, begegnet schon in den Anfangsgründen der Planimetrie einer Schwierigkeit bei den Beweisen der so wichtigen Congruenzsätze. Während nämlich die Sätze 1 und 2 unserer vorhergehenden Aufzählung sich ohne weitere Hülfsmittel unmittelbar durch Deckung beweisen lassen, erfordern die beiden anderen bei der meist gebräuchlichen Art der Beweisführung die Kenntniss von Hülfssätzen über Seiten und Winkel der Dreiecke, welche selbst in ihren Beweisen einen jener beiden ersteren Congruenzsätze anwenden. Die hierdurch bedingte Stellung jener Sätze vom gleichschenkeligen Dreieck u. s. w. zwischen den Congruenzsätzen aber reisst diese auseinander und tritt somit einer genetischen Entwickelung hindernd in den Weg. Dieser Umstand veranlasste vor einer Reihe von Jahren einen Aufsatz von Fresenius in dieser Zeitschrift, in

welchem zur Hebung der Schwierigkeit ein sehr bedeutender und in anderer Hinsicht nicht unbedenklicher Umbau des Systems vorgeschlagen wurde. Der von mir zu gleichem Zwecke schon früher in meiner Planimetrie eingeschlagene Weg besteht darin, dass die Sätze: „Gleichen Seiten eines Dreiecks liegen gleiche Winkel gegenüber, der grösseren Seite eines Dreiecks liegt ein grösserer Winkel gegenüber“ und deren Umkehrungen, als vier eine zusammengehörige Gruppe bildende Sätze in einem besonderen Paragraphen vor der Congruenz der Dreiecke bewiesen werden. Die für die analogen Sätze ganz gleichartige Beweisführung beruht darauf, dass jedesmal der dritte Winkel halbirt und das eine der entstandenen Dreiecke in geeigneter Weise auf das andere gelegt gedacht wird. Thatsächlich wird dadurch das einemal die Congruenz, das anderemal die Nichtcongruenz der betreffenden Theildreiecke bewiesen, ohne dass diese Worte gebraucht werden. Diese Beweisführung erstreckt sich aber nur auf den einen bestimmten Fall und wird nur für den einen bestimmten Zweck benutzt. Dass sich gegen ein solches Verfahren vom strengsten methodischen Standpunkte aus ein gewisses Bedenken geltend machen lassen kann — obgleich Aehnliches an verschiedenen anderen Stellen des mathematischen Lehrgebäudes ganz allgemein und unbedenklich geschieht — ist mir nicht unbewusst. Dagegen kann jedoch bemerkt werden, dass die Strenge der Beweisführung durch diese Vorausnahme einer einzelnen Congruenz in einem besonderen Falle nicht die geringste Einbusse erleidet und dass gegenüber jenem kleinen methodischen Bedenken der Gewinn an einheitlicher Darstellung im Folgenden ein erheblicher ist. Auch in didaktischer Beziehung gewährt dieses Verfahren nach meiner Erfahrung eine beträchtliche Erleichterung, und zwar nicht bloss in Folge jenes Zusammenhangs in der Behandlung der Congruenzsätze. Gerade dass der Schüler vor den allgemeineren Beweisen der Congruenz durch Deckung einmal ein gleiches Verfahren in einem speciellen Falle angewendet hat, ist für ihn später eine sehr erhebliche Erleichterung des Verständnisses, wie es ja auch der Forderung des Fortschritts vom Besonderen zum Allgemeinen im Jugendunterrichte entspricht. Die unmittelbare Zusammenstellung jenes besonderen Falles einer Congruenz mit einem genau entsprechen-

den Falle der Nichtcongruenz im folgenden Satze trägt ausserdem sehr zur Klarheit des Verständnisses bei den noch so wenig an derartige geistige Arbeit gewöhnten Schülern bei. Vielleicht bedarf es gewissen Richtungen neuerer Zeit gegenüber noch der Bemerkung, dass Schreiber dieses weit davon entfernt ist, seinen im Vorstehenden angegebenen Lehrgang als unübertrefflich darstellen zu wollen; mögen die Leser dieser Blätter die vorliegenden Bemerkungen überhaupt nur als einen auf vieljähriger Erfahrung beruhenden, im Uebrigen durchaus anspruchslosen Beitrag zu gemeinsamer Arbeit und vielleicht auch als eine Anregung zu weiterer Discussion betrachten.

Anm. Wir erlauben uns zu S. 11 die Bemerkung, dass hier auch genannt zu werden verdient die Eintheilung von Snell (Lehrb. d. Geom. I, S. 23—24). Wir halten dieselbe für eine der besten, da sie streng sachlich und logisch unterscheidet die zwei (verschiedenen) Seiten der Schneidenden und ein Aussen und Innen der Parallelen (oder des Parallelstreifens) und sonach zuerst aufstellt

Gegenwinkel (correspondirende Winkel),
Aussen- } Winkel,
Innen- }

wogegen nur zu bemerken ist, dass der Name „Gegenwinkel“, weil missverständlich, in den schon vielgebrauchten „correspondirende Winkel“ umgewandelt werden sollte wie Schlömilch (Geom. d. Maasses, 5. Aufl., S. 16) thut. — Die drei übrigen Paare nun werden — und das ist ein augenscheinlicher mnemotechnischer und didaktischer Vortheil — so benannt, dass man immer zwischen das Bestimmungs- und Grundwort das Wort „Wechsel“ einschiebt, um anzudeuten, dass der eine Winkel des Paares mit dem auf der anderen Seite der Schneidenden (seinem Nebenwinkel) die Stelle „gewechselt“ hat. Man erhält so

correspondirende Wechselwinkel,
Innenwechselwinkel (vulgo „Wechselwinkel“),
Aussenwechselwinkel.

Damit sind alle Fälle erschöpft. Ausführlicheres hierüber s. ds. Ztschr. Bd. V, 438—439. S. auch meine Vorschule der Geometrie S. 75. — Ueber die Namen Gegenwinkel und Anwinkel s. noch V, 55 und 438.

Der Herausgeber.

Die hauptsächlichsten Klippen bei der Rentenrechnung.*)

Vom Finanzsecretär O. FLEISCHHAUER in Gotha.

Man ist meistentheils der Meinung, dass es nur eines klaren Verständnisses der Procentrechnung bedürfe, um darauf die ganze Theorie der Zinsen- und Rentenrechnung aufbauen zu können. Und weil diese Meinung wenigstens zum Theil zutreffend ist, deshalb meint man weiter, müsse sie auch unter allen Umständen zutreffend sein. Aber man braucht nur wenige Schritte in das praktische Leben gethan zu haben, und schon erkennt man die Unhaltbarkeit jener Meinung, weil man bemerkt, dass die Verkehrsbegriffe über das Wesen der Zahlungen und somit auch der Zinsen und Renten gewisse Bedingungen in sich schliessen, welche berücksichtigt werden müssen, wenn darauf hinzielende Rechnungen eine praktische Bedeutung erlangen sollen.

Und das steht doch nun einmal unverrückbar fest, dass die Mathematik in dieser Beziehung Dienerin des Verkehrs, nicht aber, dass der Verkehr Diener der Mathematik sein soll; dass mithin die mathematische Relation der Auffassungsweise des Verkehrs und nicht die Auffassungsweise des Verkehrs der mathematischen Relation angepasst werden muss.

Leider ist jene irrthümliche Meinung dadurch, dass selbst Meister der Mathematik sie gehegt haben, so allgemein geworden, dass man kaum noch ein Lehrbuch der Arithmetik oder eine Aufgabensammlung zu Gesicht bekommt, in der nicht das Fahrzeug des Verfassers an den Klippen der Praxis irgendwo

*) Die Redaction glaubt den Wünschen vieler Leser, insbesondere der Mathematiker, entgegenzukommen, indem sie denselben, theils der wohlthuenden Abwechslung halber, theils um einem in den Schulen weniger gepflegten Capitel zu seinem Rechte zu verhelfen, diesen Beitrag eines gewiegten Praktikers bietet. D. Red.

angestossen und mit seinen Theorien gescheitert sei, d. h. Rechnungen lehre, wie sie im Verkehre eben nicht ausgeführt werden dürfen. Und in diesem Umstande mag wohl auch einzig und allein die Ursache zu suchen sein, warum junge Beamte, auch wenn sie ganz vertraut mit den einschlägigen mathematischen Disciplinen sind, beim Eintritt in die Praxis dennoch ganz verblüfft dastehen, sobald sie Auseinandersetzungen von Geldansprüchen oder Einrichtungen in der Finanzwirthschaft mathematisch begründen sollen.

Ich will es versuchen im Nachfolgenden die hauptsächlichsten dieser Klippen vor Augen zu führen, wenn es überhaupt zulässig ist, dass sich in diesen, wohl nur für Theoretiker bestimmten Blättern auch eine Stimme aus der Praxis erhebt*).

1. Der Zinsfuss ist ein Quantitätsmaass und hat mit der Qualität nichts zu thun.

Wenn man im Verkehrsleben sagt, ein Darlehn sei zu 4% Zinsen aufs Jahr ausgeliehen, so ist dessen Zinsfuss nach durchweg übereinstimmender Auffassung 4%, ganz abgesehen davon, ob diese 4% ratenweise oder auf einmal gezahlt werden. Man fasst also bei der Bestimmung des Zinsfusses zwei Verhältnisse ins Auge:

1) das Verhältniss der für einen bestimmten Zeitraum entfallenden Zinsen zum Capital,
2) das Verhältniss der vom Verkehr allgemein acceptirten Normaldauer eines Jahres zu jenem Zeitraum,

und bestimmt durch das Product dieser beiden Verhältnisse den Zinsfuss.

Es ist nun nicht gerade nothwendig, dass das erstere dieser beiden Verhältnisse ein Procentverhältniss sei, denn man kann ja eben so gut sagen, der Zinsfuss betrage $\frac{1}{25}$ des Capitals o. a.;

---

*) Allerdings sind die Lehrer der Mathematik als solche den Versicherungsmathematikern von Profession und den höheren Finanzbeamten gegenüber nur Theoretiker, doch sind gerade unter ihnen eine Anzahl Versicherungsmathematiker nebenbei (technische Consulenten bei Versicherungs-Gesellschaften) und darunter sogar Autoritäten auf diesem Gebiete. Auch sollen die Theoretiker doch nichts Falsches oder der Praxis Widersprechendes lehren! D. Red.

aber es ist bequemer und übersichtlicher zur raschen Beurtheilung, welcher von zwei Zinsfüssen der höhere sei, Bruchformen mit gleichem Nenner zu wählen, und zwar unter ihnen die auch für andere Vergleichungen bereits viel gebrauchte Procentform.

Die Ansicht mancher Theoretiker (wie Dr. Oettinger u. A.), dass die dem Zinsfuss zu Grunde zu legende Dauer keine Normaldauer sei, sondern lediglich von der Dauer der Zinsperioden abhänge, dass man darum sagen müsse: halbjähriger, vierteljähriger oder Jahreszinsfuss, je nachdem eben die Dauer der Zinsperiode eine andere sei, ist im Verkehre ganz unbegründet. Der Zinsfuss soll eben ein allgemeines Verkehrsmaass sein, so gut wie der Münzfuss, um leicht Vergleiche vornehmen zu können. Ebenso wie man beim Münzfuss nicht bald 1 Pfund, bald $\frac{1}{2}$ Pfund, bald $\frac{1}{4}$ Pfund als Normalgewicht des Silbers oder Goldes zu Grunde legt, ebenso auch beim Zinsfuss mit der Normaldauer. Der Ausdruck Jahreszinsfuss oder Zinsfuss pro anno ist darum ebenso wie der Ausdruck pfündiger Thalerfuss ein Pleonasmus, und der Ausdruck halbjähriger Zinsfuss oder Zinsfuss pro Semester ebenso wie der Ausdruck halbpfündiger Thalerfuss eine contradictio in adjecto.

Soll bei der Normirung einer Verzinsung neben dem Quantitätsmaass für die Zinsen auch die Norm für ihre Fälligkeit, also für ihre Qualität, zum Ausdruck gebracht werden, so geschieht es dadurch, dass namhaft gemacht wird, in welchen Raten die Zinsen fällig werden sollen. Will man also eine Verzinsung dahin festsetzen, dass vierteljährlich 1% fällig werden soll, so muss man bei Namhaftmachung des Zinsfusses von 4% noch hinzufügen, dass die Zinsen in vierteljährigen Raten fällig sein sollen.

Nach dem Gesagten ist es also ganz und gar unrichtig, wenn Tetens (Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften) mit dem Ausdrucke Zinsfuss dasjenige Verhältniss bezeichnet, welches zwischen dem um seine Jahreszinsen gewachsenen Capital und seiner ursprünglichen Grösse besteht, also z. B. wenn auf 100 Capitaleinheiten p Zinseseinheiten kommen, das Verhältniss

$$\frac{100+p}{100}, \text{ d. i. } 1+\frac{p}{100}.$$

Wäre diese Definition richtig, dann müsste ja auch ein doppelt so grosser Zinsfuss durch

$$2 \times \frac{100 + p}{100}$$

ausgedrückt werden können, ein Ausdruck, den wohl ganz gewiss selbst Tetens nicht für zulässig gehalten haben würde.

Schon Dr. Oettinger (Anleitung zu finanziellen, politischen und juridischen Rechnungen) hat darauf hingewiesen, dass dieses Verhältniss zwar den Maassstab für das Wachsen eines Capitals in Jahresfrist ausdrücke, dass aber diese Maassbestimmung des Wachsens gewiss nicht richtig durch das Wort Zinsfuss bezeichnet werden könne, und dass deswegen auch nicht der von Tetens angegebenen Begriffsbestimmung beizutreten sei.

Trotzdem sind seitdem fast alle Theoretiker, ja sogar eine grosse Anzahl der Rententechniker diesem Beispiele gefolgt, ohne von der Unrichtigkeit der Auffassung Notiz zu nehmen; wahrscheinlich nur aus dem einen Grunde, um jenem für die Rechnung so wichtigen Verhältnisse einen bestimmten Namen beizulegen. Das hätte aber ganz gewiss viel entsprechender dadurch geschehen können, dass man den Namen Zinsfactor oder Vermehrungsfactor oder sonst einen ähnlichen gewählt hätte.

Aber auch Dr. Oettinger, obwohl er die Unrichtigkeit der Begriffsbestimmung erkannt hat, irrt sich wieder insofern, als er meint, der Zinsfuss gebe zugleich eine Norm für die Fälligkeit der Zinsen ab, er sei also nicht lediglich ein Quantitätsmaass, sondern zugleich auch ein Ausdruck der Qualität. Er schafft zu diesem Behufe neben dem Zinsfuss, der blos die Quantität zur Vorstellung bringen soll, und den er als relativen Zinsfuss bezeichnet, noch einen andern, welcher auch den Werth der Jahreszinsen, also ihre Qualität, auszudrücken den Zweck hat, und nennt den letzten conformen Zinsfuss. Dadurch aber, dass er einen Verkehrsausdruck auch noch auf etwas anderes als den Verkehrsbegriff anwendet, verwirrt er die Vorstellungen und giebt Veranlassung zu Irrthümern.

Der Klarheit der Sache zu liebe kehre man darum zur natürlichen Begriffsbestimmung zurück, und gebe viel gebrauchten mathematischen Formen Namen wie man wolle, nur keine solchen, die bereits anderen Begriffen angehören.

2. Zinsfuss und Discontfuss sind nicht gleichbedeutende Ausdrücke.

Vier Procent Zins und vier Procent Discont sind zwar gleiche Quantitäten, aber ungleiche Qualitäten. Der Zins repräsentirt den Werth einer Capitalnutzung während einer Periode am Ende, der Discont am Anfang derselben. Bestände ausserdem nicht noch ein für die Rechnung irrelevanter Unterschied zwischen beiden Begriffen insofern, als der Zins dem Capitalgläubiger, der Discont dagegen dem Capitalschuldner zu Gute kommt, so hätte man ebensogut den Discont als einen vorauszahlbaren Zins dem nachzahlbaren entgegenstellen können. Da für die Rechnung selbst dieser Unterschied einflusslos ist, so wird man den besten Einblick in den Unterschied zwischen Zins- und Discontfuss erhalten, wenn man jenen Fuss als für nachzahlbare, diesen aber als für vorauszahlbare Zinsen geltend ansieht.

Es ist nun klar, dass vorauszahlbare Zinsen während der Zinsperiode wieder Zinsen tragen können, dass also ihr Werth am Ende der Zinsperiode grösser ist, als wenn jene Zinsen erst am Ende dieser Periode fällig wären. Weil demnach 4% am Anfang der Periode fällige Zinsen mehr werth sind als 4% am Ende dieser Periode fällige, deshalb muss auch immer der Discontfuss, welcher die erstere Quantität bestimmt, einen höhern Werth in sich schliessen, als der eben so hohe Zinsfuss, welcher die letztere Quantität festsetzt. Um das Werthsverhältniss zwischen beiden zu bestimmen, braucht man nur für den zu Anfang des Jahres fälligen Discont die Jahreszinsen desselben zu addiren und man findet den Betrag, um welchen er mehr werth ist, als ein gleich hoher Zinsfuss; demnach ist z. B. ein Discontfuss von 4% gleichwerthig mit einem Zinsfuss von $4\left(1+\frac{4}{100}\right)$, d. i. 4,16%.

Wird die Aufgabe in der Aufgabensammlung von Dr. Heis (§ 84, Nr. 26):

„Nach 7 Jahren hat Jemand 3600 Mark zu zahlen. Wieviel kann er jetzt bezahlen, wenn der Discont $3\frac{1}{2}$% beträgt und Zinseszinsen berücksichtigt werden?“

dahin gelöst, wie dort geschehen, dass die Zahlung

$$2829{,}57 \text{ Mark}$$

betrage, so weicht diese Lösung von der Auffassung im Verkehre wesentlich ab, denn nach diesem müsste die Zahlung

$$2805{,}30 \text{ Mark}$$

betragen.

Dort hat die Rechnung die Form:

$$1{,}035^{-7} \times 3600,$$

hier

$$\left(1 - \frac{3{,}5}{100}\right)^7 \times 3600.$$

Sollte das erstere Resultat richtig sein, dann müsste es in der Aufgabe heissen, der Zins solle $3^1/_2\%$ (sc. pro Jahr) betragen, nicht aber der Discont.

Man könnte nun zwar einwenden, die alten Römer hätten, wie aus den Pandecten (Afr. Dig. 352, L. 88, § 3) unzweifelhaft hervorgeht, auch Zins und Discont für gleichbedeutende Dinge gehalten, allein ein solcher Einwand wäre nicht stichhaltig, denn die römischen Distinctionen damaliger Zeit sind eben andere als unsere jetzigen, und es liegt ganz und gar kein Grund vor, unserem jetzigen Verkehrswesen um ihretwillen irgend welchen Zwang anzuthun.

3. Die gemeine Zinsesverzinsung ist nicht die allein zulässige.

Ebenso wie bei der einfachen Verzinsung der Satz, dass gleichen Nutzungszeiten gleiche Quoten des Ertrages einer Sache entsprechen sollen, nur auf einer Annahme beruht, also keineswegs in der Entstehungsweise des Ertrages begründet ist, ebenso ist auch der Satz, dass Zinsen, welche nach Eintritt ihrer Fälligkeit nicht gezahlt werden, mit dem Capitale weiter zu verzinsen seien, eine ähnliche Annahme, die noch dazu unter Umständen mit der Praxis gar nicht vereinbar ist. Zu beiden Annahmen ist man blos geschritten wegen des Bestrebens der Praxis, überall die Verhältnisse handlich und übersichtlich zu gestalten. Allein dieses Bestreben giebt darum keinen Grund ab, nebenbei andere Formen, selbst wenn sie unhandlicher und unübersicht-

licher wären, auszuschliessen, wenn nur durch sie irgend ein praktischer Zweck sicherer erreicht wird, als dort.

Nun giebt es aber ausser der obigen Annahme für die Zinseszinsung noch eine andere, wonach zwar die Zinsen, sobald sie fällig sind, als gleich hoch verzinsliche Objecte angesehen werden, aber nur mit dem Unterschiede, dass ihre Zinsen wegen der Geringfügigkeit der Beträge nicht auch wieder als verzinslich angesehen werden. Es hat diese Annahme eine gewisse Berechtigung, denn zur Capitalfähigkeit gehört immer ein gewisser Umfang der Mittel, und bevor dieser Umfang erreicht wird, sind sie zu bestimmten Anlagen nicht verwendbar. Der berüchtigte Pfennig, der seit Christi Geburt mit Zinseszinsen angewachsen ist, würde danach allerdings auch heute noch nur ein Pfennig sein, — allein dass er ein Capital unter Umständen repräsentiren könne, hat auch noch Niemand bewiesen.

Man nennt nun die in der oben gedachten Weise vor sich gehende Zinsesverzinsung die separate, im Gegensatz zu der gemeinen, welche auch conjungirte heisst (anatocismus separatus, conjunctus). Sie ist der sogenannten Verzugsverzinsung nachgebildet, bei welcher bekanntlich eine fällig gewordene Zahlung so lange einfache Zinsen trägt, so lange der Verzug dauert. Ist nun zwar auch bei der separaten Zinsverzinsung ein solcher Verzug factisch nicht vorhanden, so wird er doch präsumirt, d. h. es wird dem Zurückbehalten der Capitalzinsen die rechtliche Eigenschaft einer verzögerten Zinsenzahlung beigelegt.

So vereinzelt im grossen Ganzen auch die Anwendung der separaten Zinsesverzinsung dastehen mag, so darf man doch nicht der gemeinen, weil sie consequenter ist und häufiger angewendet wird, die alleinige Berechtigung zuschreiben. Dadurch, dass man von der separaten Zinsesverzinsung gar keine Notiz nimmt, erweckt man unwillkürlich das Vorurtheil, als ob ihre Anwendung geradezu unzulässig sei, und doch haben die Gesetzgeber, welche z. B. vorschrieben, dass die Forstgerechtigkeiten in Preussen und die Grundlasten in Coburg u. s. w. unter Zugrundelegung einer solchen Verzinsungsweise abgelöst werden sollten, ganz gewiss gewichtige Gründe gehabt, warum sie gerade diese Verwerthungsweise wählten.

4. Die gemeine Stückzinsenrechnung ist abnorm, nicht aber normal.

Unter Stückzinsen versteht man bekanntlich denjenigen Zinsenbetrag, welcher pro rata der Zeit für ein Stück der Zinsenperiode berechnet wird. Was nun aber nach dem Quantitätsmaass für eine Verzinsung berechnet wird, muss auch nach der Norm für die Fälligkeit bemessen werden. Darum müssen Stückzinsen

1) entweder am Ende der Zinsenperiode nachgezahlt werden, wenn sie pro rata berechnet sind, oder
2) der pro rata berechnete Betrag muss discontirt werden, wenn er früher gezahlt werden soll.

Nur einzelne Finanzinstitute halten das erstere Verfahren ein, wogegen in der Praxis mit dem Capital gewöhnlich zugleich auch die pro rata berechneten Stückzinsen gezahlt werden. Von dem zweiten Verfahren macht man fast nur da Anwendung, wo Auporteurs mit Zinsenzuschlag von Jahr zu Jahr innerhalb eines Jahres verkauft werden.

Man darf darum also nicht glauben, dass der Fall, wo die Stückzinsen vor dem Ablauf der Zinsperiode undiscontirt gezahlt werden, der ausschliesslich in der Praxis vorkommende sei und darum gleichsam als Norm gelten müsse, so wenig es als Norm gelten kann, dass hin und wieder die Zinsen auch als am Anfang der Zinsenperiode fällig angesehen werden.

Die Rechnungsweise mit gebrochenen Exponenten des Zinsfactors bildet darum für die Verwerthung der Stückzinsen die Regel, die andere, an das gewöhnliche Verfahren des Verkehrs anschliessende nur die Ausnahme.

5. Die Rentenrechnung muss auf die Natur der Capitalrenten gestützt werden.

Wenn man die Grundformeln für Rentenrechnungen in den einschlägigen Lehrbüchern entwickeln sieht, kommt man beinahe zu der Ansicht, die Renten seien nur der Progressionen halber erfunden worden. An und für sich brächte nun zwar diese Ansicht gerade keinen Schaden, wenn in Wirklichkeit alle Rentenrechnungen auf der gemeinen Zinsesverzinsung beruhten. Da

aber dieses nicht der Fall ist, so muss man jene Ansicht aufgeben und nach dem wahren Fundament der Rentenrechnung suchen. Versteht man unter Rente im allgemeinen jede constante Zahlung etc., welche periodisch wiederkehrt, so hat sie ganz gleichen Charakter mit Zinsen oder Capitalrenten, welche in denselben Perioden fällig sind. Gerade so wie diese behandelt werden müssen, um ihren Werth zu bestimmen, so muss auch jede andere Rente behandelt werden, auch wenn sie nicht aus Capitalzinsen besteht, und das ist das Gesetz, was der gesammten Rentenrechnung zu Grunde liegt und was ins Auge gefasst werden muss, wenn Willkürlichkeiten von der Rechnung ausgeschlossen bleiben sollen.

Ist der Betrag der am Ende einer Periode fälligen Zinsen $= z$, der Werth sämmtlicher Zinsen nach m Perioden unter Zugrundelegung irgend welcher Verzinsungsweise $= Z_m$, so entspricht der Zinsenbetrag z einer nachzahlbaren Rente N und der Endwerth der sämmtlichen Zinsen Z_m nach m Perioden dem Endwerthe E der nachzahlbaren Renten N, vorausgesetzt, dass die Periodendauer und Periodenzahl ein und dieselbe ist.

Die Gleichung

$$z : Z_m = N : E \tag{1}$$

bildet sonach die Fundamentalgleichung für die gesammte Rentenrechnung.

Beträgt die periodische Verzinsung p Procent und ist $q = 1 + \frac{p}{100}$, so ist eine vorauszahlbare Rente V, welche gleiche Grösse mit der nachzahlbaren N hat, im Zeitpunkte, wo die letztere fällig ist, Vq werth; es ist also unter allen Umständen auch

$$Vq = N.$$

Denkt man sich, dass z die periodischen Zinsen des Capitals 1 seien, so ist

$1 + Z_m =$ der Werth des Capitals 1 nach n Perioden, also
$A(1 + Z_m) =$ der Werth des Capitals A nach m Perioden.

Sobald nun dieser letztere Werth gleichfalls $= E$ ist, wird auch A der Anfangs- oder gegenwärtige Werth der m nachzahlbaren Renten N sein müssen.

Durch Substitution dieser Werthe

$$Vq = N$$

und

$$(1 + Z_m)A = E$$

in die Fundamentalgleichung ergeben sich die weiteren Gleichungen:

$$z : Z_m = \begin{cases} Vq : E & (2) \\ N : (1 + Z_m)A & (3) \\ Vq : (1 + Z_m)A. & (4) \end{cases}$$

Für **gemeine** Zinsverzinsung, bei welcher bekanntlich

$$z = q - 1 \quad \text{und} \quad Z_m = q^m - 1$$

ist, erhält man daraus:

$$(q - 1) : (q^m - 1) = \begin{cases} N : E & (5) \\ Vq : E & (6) \\ N : Aq^m & (7) \\ Vq : Aq^m, & (8) \end{cases}$$

und für **separate** Zinsverzinsung, bei welcher

$$z = q - 1 \quad \text{und} \quad Z_m = \frac{mp}{100}\left(1 + \frac{(m-1)p}{200}\right)$$

ist,

$$(q - 1) : \frac{mp}{100}\left(1 + \frac{(m-1)p}{200}\right) = \begin{cases} N : E & (9) \\ Vq : E & (10) \\ N : \left(1 + \frac{mp}{100}\left(1 + \frac{(m-1)p}{200}\right)\right)A & (11) \\ Vq : \left(1 + \frac{mp}{100}\left(1 + \frac{(m-1)p}{200}\right)\right)A. & (12) \end{cases}$$

Die Aufgabe (in Heis' Sammlung § 84, Nr. 67), die von jetzt ab laufende nachzahlbare Jahrrente x zu ermitteln für den Bauaufwand k, welcher alle m Jahre sich wiederholt und zunächst nach n Jahren, von jetzt ab gerechnet, eintritt, hat danach folgende Lösungen:

a) nach Zugrundelegung **gemeiner** Zinsverzinsung nach Formel (7):

$$x = \frac{q^m(q-1)}{q^m - 1} \cdot \frac{k}{q^n},$$

b) bei Zugrundelegung **separater** Zinsverzinsung nach Formel (11):

$$x = \frac{1 + \frac{mp}{100}\left(1 + \frac{(m-1)p}{200}\right)}{m\left(1 + \frac{(m-1)p}{200}\right)\left(1 + \frac{np}{100}\left(1 + \frac{(n-1)p}{200}\right)\right)} k.$$

Ist $p = 4$; $m = 100$; $n = 50$; $k = 1000$, so ergiebt die erste Formel:

$$x = 5{,}74,$$

die zweite:

$$x = 8{,}74.$$

Es ist nicht schwer, die Werthe von z und Z_m für jede beliebige Rentenperiode zu entwickeln, wie abweichend dieselbe von der Zinsperiode auch sein möge. Ist der Zinsfactor für die Zinsperiode $= q_1$ und für die Rentenperiode $= q$, so ist bei gemeiner Zinsverzinsung z. B. wenn die Zinsperiode ganzjährig, die Rentenperiode aber halbjährig ist:

$$z = q - 1 = q_1^{\frac{1}{2}} - 1,$$

und wenn das Umgekehrte stattfindet:

$$z = q - 1 = q_1^2 - 1.$$

Ich unterlasse es, diesen Gegenstand hier noch weiter zu erörtern, denn ich wollte ja nur zeigen, wie etwa der Gang der Entwickelung sein müsse, wenn man den verschiedenen Anforderungen des Verkehrs gerecht werden will. Dass man auf anderem Wege leicht auf Klippen stossen kann, das zeigen die Rechnungen von **Brüne** und **Florencourt**, welche, trotzdem dass beide Männer Meister der Rentenrechnung waren, gleichwohl in complicirten Fällen zu abweichenden Resultaten führten. Ich habe letzteres in meiner Schrift: „Theorie und Praxis der Rentenrechnung"*) näher erörtert und gestatte mir hier, der Kürze wegen auf dort zu verweisen.

Dass übrigens die Formelentwickelung bei dieser Behandlungsweise der Rentenrechnung auf Progressionen nicht zurück-

---

*) Recensirt IX, 442 u. f. D. Red.

greift, sondern lediglich auf Proportionen sich stützt, wird ihr hoffentlich Niemand zum Vorwurf machen; dagegen aber wird sich Jedermann überzeugen, dass man bei einigem Vertrautsein mit dieser Art der Entwickelung die schwierigsten Probleme der Rentenrechnung direct in Angriff nehmen kann, ohne mühsam erst nach Basen suchen zu müssen.

Indem ich mich verabschiede, versichere ich noch ausdrücklich, dass ich mit dieser Auseinandersetzung keinem der Herren Theoretiker habe zu nahe treten wollen, dass ich vielmehr mit ihr nur beabsichtigt habe, ihre Hilfe in Anspruch zu nehmen, um die Lehre von der Rentenrechnung in den Schulen für den Verkehr wirklich fruchtbringend zu machen.

Kleinere Mittheilungen.

Notiz über die bedingt convergirenden Reihen.

Von O. Schlömilch.

Bekanntlich hat Lejeune-Dirichlet in den Abhandlungen der Berliner Akademie vom J. 1837 die interessante Bemerkung gemacht, dass der Satz „die Anordnung der Summanden ist ohne Einfluss auf die Summe“ zwar für jede endliche Reihe, keineswegs aber für alle unendlichen Reihen gilt; als Beispiel benutzt D. die beiden Reihen

$$S = \frac{1}{1} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \cdots,$$

$$S^* = \frac{1}{1} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{7} - \frac{1}{4} + \frac{1}{9} + \frac{1}{11} - \frac{1}{6} + \cdots$$

und zeigt, dass $S^* = \frac{3}{2} S = \frac{3}{2} l 2$ ist. Kommt es nur darauf an, die Verschiedenheit von S und S^* nachzuweisen, so lässt sich die Dirichletsche Betrachtung durch folgende einfachere ersetzen.

Zieht man in der ersten Reihe die drei Anfangsglieder und nachher je zwei Glieder zusammen, so ist

$$S = \frac{5}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \left(\frac{1}{4 \cdot 5} + \frac{1}{6 \cdot 7} + \frac{1}{8 \cdot 9} + \cdots\right) < \frac{5}{6}.$$

Die zweite Reihe denke man sich so entstanden, dass in dem Ausdrucke

$$\frac{1}{4m-3} + \frac{1}{4m-1} - \frac{1}{2m} = \frac{8m-3}{(4m-3)(4m-1)2m}$$

$m = 1, 2, 3, \cdots$ genommen wird und alle entstehenden dreigliederigen Gruppen addirt werden; wegen $8m > 3$ ist jede solche Gruppe positiv, daher

$$S^* = \frac{5}{1 \cdot 3 \cdot 2} + \frac{13}{5 \cdot 7 \cdot 4} + \frac{21}{9 \cdot 11 \cdot 6} + \cdots > \frac{5}{6},$$

mithin $S^* > S$.

Noch überraschender gestaltet sich die Sache bei der Reihe

$$S = \frac{1}{\sqrt{1}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{4}} + \cdots,$$

welche bekanntlich convergirt und eine zwischen 1 und $1 - \frac{1}{2}\sqrt{2} = 0{,}29289 \cdots$ liegende Summe besitzt. Werden ihre Glieder folgendermassen umgestellt:

$$S^* = \frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{3}} - \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{7}} - \frac{1}{\sqrt{4}} \cdots,$$

so sind die einzelnen dreigliederigen Gruppen von der Form

$$\frac{1}{\sqrt{4m-3}} + \frac{1}{\sqrt{4m-1}} - \frac{1}{\sqrt{2m}}$$

und zwar beträgt die vorliegende Gruppe mehr als

$$\frac{1}{\sqrt{4m}} + \frac{1}{\sqrt{4m}} - \frac{1}{\sqrt{2m}} = \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\frac{1}{\sqrt{m}};$$

hieraus ergiebt sich

$$S^* > \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2}}\right)\left(\frac{1}{\sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \cdots\cdots\right).$$

Die eingeklammerte Reihe divergirt aber, weil ihre n ersten Glieder mehr als $n \cdot \frac{1}{\sqrt{n}}$ d. h. mehr als $\sqrt{n}$ betragen, daher ist $S^* = \infty$.

Für den elementaren Unterricht werden diese einfachen Schlüsse hinreichen; eine tiefere Untersuchung führt zu dem Satze: Wenn in der convergirenden Reihe

$$S = u_1 - u_2 + u_3 - u_4 + \cdots$$

die Glieder so umgestellt werden, dass immer p positive und q negative Glieder aufeinander folgen, wobei $p > q$ sein möge, so ist die Summe der neuen Reihe

$$S^* = S + \frac{\operatorname{Lim}(n u_n)}{2}\, l\left(\frac{p}{q}\right).$$

Den Beweis findet man in des Verf. Uebungsbuch zum Studium der höheren Analysis 2. Aufl. Bd. II, S. 178.

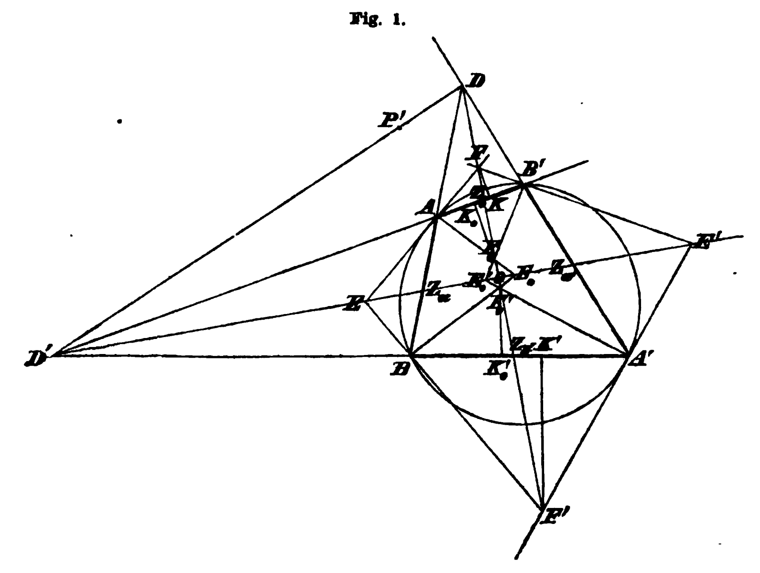
Zum Aufgaben-Repertorium.

Unter Redaction der Herren Dr. Lieber (Stettin) und von Lühmann (Königsberg i. d. Nm.)

A. Auflösungen.

Lehrsätze über das Sehnenviereck. (Gestellt von Consentius X_6 421, XI_1 33, XI_2 108, XI_3 199.) Fig. 1. Das Sehnenviereck heisse $ABA'B'$. BA und $B'A'$ schneiden sich in D, $A'B$

Fig. 1.



und AB' schneiden sich in D'. Die Halbirungslinie von $\angle BDA'$ treffe AB' in Z_b; ferner treffe die Halbirungslinie von $\angle B'D'A'$ AB in Z_a und $B'A'$ in Z_{a_1}. Zu beweisen

93. $AZ_b : B'Z_b = A'Z_{b_1} : BZ_{b_1} = AZ_a : BZ_a = A'Z_{a_1} : B'Z_{a_1} = AA' : BB'$.

Beweis: $AZ_b : B'Z_b = AD : B'D$. Ferner ist $\triangle AA'D \sim B'BD$, daher $AD : B'D = AA' : BB'$, und somit auch $AZ_b : B'Z_b = AA' : BB'$. Aehnlich die übrigen Proportionen.

Stoll (Bensheim) — Vollhering (Bautzen) — Grabig (Sorau N. L.) — E. Capelle (Oberhausen) — Bein (Budapest).

Dr. Vollhering erwähnt: aus den Proportionen folgt, dass $Z_aZ_bZ_{a_1}Z_{b_1}$ ein Parallelogramm ist, dass also $Z_aZ_{a_1}$ und $Z_bZ_{b_1}$ einander halbiren. Dr. Stoll macht darauf aufmerksam, dass $\angle Z_aOZ_b$ ein rechter ist. $\triangle AZ_bD \sim A'Z_{b_1}D$, daher $\angle D'Z_{b_1}O = D'Z_bO$ und $D'Z_{b_1} = D'Z_b$, folglich $D'O \perp Z_bZ_{b_1}$ und $Z_aZ_bZ_{a_1}Z_{b_1}$ ein Rhombus.

94. Bei Sehnenvierecken, die gleichwinklig sind, sind alle umgeschriebenen (d. h. von den Halbirungslinien der Aussenwinkel gebildeten) und alle eingeschriebenen (von den Halbirungslinien der Innenwinkel gebildeten) Vierecke derselben unter einander ähnlich.

Beweis: $ABA'B'$ sei das eine Sehnenviereck, das umgeschriebene $EFE'F'$. Dann liegen E und E' auf $D'Z_aZ_{a_1}$, und F und F' auf $DZ_bZ_{b_1}$. Das andere Sehnenviereck werde durch ein ihm ähnliches ersetzt, in welchem die BA' entsprechende Seite gleich BA' ist. Dasselbe heisse $\alpha\beta'A'B$, und das ihm umgeschriebene Viereck $F'GHI$. Da $\alpha\beta' \parallel AB'$, muss auch H auf $DZ_bZ_{b_1}$ liegen. Wegen der Gleichheit der Winkel ist $\triangle F'EF \sim F'IH$ und $\triangle F'E'F \sim FGH$, daher $F'EFE' \sim FIHG$. Die Aehnlichkeit der eingeschriebenen Vielecke lässt sich analog beweisen. Ist $E_0F_0E_0'F_0'$ dem Viereck $ABA'B'$ eingeschrieben, so liegen E_0 und E_0' auf EE', F_0 und F_0' auf FF'. Es ist $\triangle AEB \sim A'E_0'B'$, daher $\angle FEF' = F_0'E_0'F$, und ebenso sind auch die übrigen Winkel der Vierecke $EFE'F'$ und $E_0F_0E_0'F_0'$ bezüglich gleich. Da überdies ihre Diagonalenwinkel bezüglich gleich sind, sind die Vierecke ähnlich. Capelle. Stoll. Vollhering.

95. Die Differenz zweier Gegenseiten ist gleich der Summe der Tangentendifferenzen in den anderen Seiten. ($FK \perp AB'$ und $F'K' \perp BA'$. Kreise mit FK um F und $F'K'$ um F' berühren bezüglich AB' und BA' in K und K' und die Verlängerungen von AB und $A'B'$. $AK - B'K$ und $BK' - AK'$ sind die Tangentendifferenzen.)

Beweis: $AK - B'K = AD - B'D$ und $BK' - AK' = A'D - BD$, daher $AK - B'K + BK' - AK' = AD - B'D + A'D - BD = A'B' - AB$. Capelle. Stoll.

100. Das Product der Radien zweier inneren Berührungskreise (Kreise, die drei Seiten berühren) an zwei Gegenseiten ist gleich dem Product der Radien der äusseren Berührungskreise an denselben Seiten.

1. Beweis: F_0 und F_0' sind Mittelpunkte innerer Berührungskreise. $FK = \varrho_b$, $F'K' = \varrho_{b_1}$, $F_0K_0 = r_b$, $F_0'K_0' = r_{b_1}$. Es ist $\triangle AFB' \sim A'F_0'B$ und $\triangle AF_0B' \sim A'F'B$, daher $AFB'F_0 \sim A'F_0'BF'$, mithin $\varrho_b : r_b = r_{b_1} : \varrho_{b_1}$ oder $\varrho_b\varrho_{b_1} = r_br_{b_1}$.

v. Lühmann.

2. Beweis: $\frac{\triangle AB'F}{\triangle AB'F_0} = \frac{\varrho_b}{r_b}$, $\frac{\triangle A'BF_0'}{\triangle A'BF'} = \frac{r_{b_1}}{\varrho_{b_1}}$. Die linken Seiten sind gleich, also $\frac{\varrho_b}{r_b} = \frac{r_{b_1}}{\varrho_{b_1}}$ oder $\varrho_b\varrho_{b_1} = r_br_{b_1}$. Stoll.

3. Beweis: $\frac{\varrho_b}{r_b} = \frac{AD + B'D - AB'}{AD + B'D + AB'}$, und $\frac{r_{b_1}}{\varrho_{b_1}} = \frac{A'D + BD - A'B}{A'D + BD + AB'}$.

Die rechten Seiten sind gleich, da $\triangle AB'D \sim A'BD$, daher $\frac{\varrho_b}{r_b} = \frac{r_{b,}}{\varrho_{b,}}$ und $\varrho_b \varrho_{b,} = r_b r_{b,}$. CAPELLE. GRABIG.

101 spricht einen allgemein bekannten Satz aus.

102. Das Quadrat der dritten Diagonale DD' ist gleich der Summe der Quadrate je einer Tangente der Endpunkte D und D' an den umgeschriebenen Kreis.

1. Beweis: Die Tangenten seien DN_a, $DN_{a,}$, $D'N_b$, $D'N_{b,}$. $DN_bN_{b,}$ ist eine Gerade. Fällt man $D'P \perp N_bN_{b,}$, so ist $DD'^2 = D'P^2 + DP^2 = DP^2 + D'N_{b,}^2 - N_{b,}P^2 = D'N_{b,}^2 + (DP + PN_{b,})(DP - PN_{b,}) = D'N_{b,}^2 + DN_b' \cdot DN_b = D'N_{b,}^2 + DN_a^2$.

CAPELLE.

2. Beweis: Kreis um $\triangle A'B'D'$ treffe DD' in P'. Nun ist $DN_a^2 = DA' \cdot DB' = DD' \cdot DP'$. Ferner ist $\angle A'P'D = A'BD$, daher $A'BP'D$ ein Sehnenviereck und $D'N_b^2 = D'A' \cdot D'B = D'D \cdot D'P'$. Hieraus folgt $DN_a^2 + D'N_b^2 = DD'(DP' + D'P') = DD'^2$.

v. LÜHMANN.

109. Die dritte Diagonale DD' ist die Potenzlinie der Kreise um $ABA'B'$, $EFE'F'$, $E_0F_0E_0'F_0'$. (Mittelpunkte M'', M''', M'.)

Beweis: $EFE'F'$ ist ein Sehnenviereck, da $\angle FEF' = F_0'E_0'F_0$ und $F_0'E_0'F_0 + A'E'B' = 2R$. Deshalb ist auch $E_0F_0E_0'F_0'$ ein Sehnenviereck. Ihre Mittelpunkte seien bezüglich M''' und M'. Es ist $E_0'E_0F_0' = E_0'F_0F_0' = B'F_0F = B'AF = BA'F'$. Daher ist $BA'E_0E_0'$ ein Sehnenviereck, und es ist $D'A' \cdot D'B = D'E_0 \cdot D'E_0'$, so dass D auf der Potenzlinie von M'' und M' liegt. Es ist auch $\angle F'EE' = FA'B$, weil ihre Complemente EE_0B und $F_0'A'B$, wie eben bewiesen, gleich sind, und daher ist auch $BA'E'E$ ein Sehnenviereck und $DA' \cdot D'B = D'E' \cdot D'E$. D' liegt also auch auf der Potenzlinie von M'' und M'''. Dasselbe lässt sich von D beweisen, so dass DD' selbst die Potenzlinie der drei Kreise sein muss. v. LÜHMANN.

108. 1) M', M'', M''' liegen auf einer Geraden. Ergiebt sich aus 109.

2) $M'M'' = M''M'''$.

Beweis: A liegt auf Kreis M'', seine Potenzen in Bezug auf M' und M''' stehen daher im Verhältniss $M'M'' : M''M'''$; also $AF_0 \cdot AE_0 : AF \cdot AE = M'M'' : M''M'''$. Da $\triangle EAE_0 \sim F_0AF$, ist $AF_0 \cdot AE_0 = AF \cdot AE$, folglich $M'M'' = M''M'''$.

3) Durchschnittspunkt von AA' und BB' liegt auf $M'M''M'''$.

Beweis: DD' ist Polare des Durchschnittspunktes.

4) Kreis um D mit DN_a und um D' mit DN_b, und Kreis über dem Durchmesser DD' schneiden sich in zwei Punkten auf $M'M''M'''$.

Beweis: Für Kreise D und D' folgt dies aus 109. Schneiden sich diese Kreise in L, so ist $DL^2 + D'L^2 = DD'^2$ (102), also liegt L auf dem Kreise über DD'; ebenso auch der andere Durchschnittspunkt der Kreise D und D'.

5) Die Centrale $M'M''M'''$ steht in P' senkrecht auf DD'.

Beweis: Zieht man LP', so ist nach 102 (2. Beweis) $DD' \cdot DP' = DL^2$; also $\triangle DP'L \sim DLD'$ und $\angle DP'L = R$.

6) $P'D : P'D' = DN_a^2 : D'N_b^2$ folgt aus 102, 2. Beweis.

v. Lühmann.

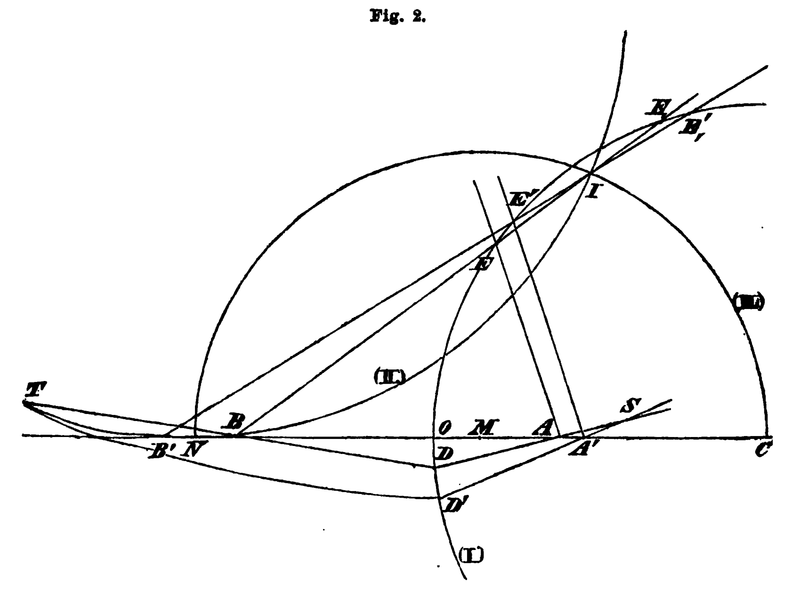
110. Die hier behandelten Specialfälle erfordern eine besondere Figur und werden daher die Beweise derselben später mitgetheilt werden. Bisher sind noch keine Beweise eingegangen.

111. Ein bekannter Satz.

B. Neue Aufgaben.

135. Geometrische Aufgabe aus der Optik. Fig. 2. Zwei Lichtstrahlen derselben Quelle, aber verschiedener Farbe fallen unter verschiedenen Winkeln (roth unter $\angle OAD$, violett unter $\angle OA'D'$)

Fig. 2.



auf ein Prisma (nimm die Winkel, die der Strahl mit dem Loth bildet). Der brechende Winkel des Prisma soll so bestimmt werden, dass die Strahlen beim Austritt wieder parallel sind, wenn die Brechungsquotienten für roth $\frac{BO}{AO} = \frac{BC}{AC}$ und violett $\frac{B'O}{A'O} = \frac{B'C}{A'C}$ sind.

Das heisst geometrisch: Es sollen von B und B' aus zwei Secanten an den Kreis C gezogen werden, welche unter einander denselben Winkel wie DB und $D'B$ bilden ($\angle T = J$) und deren (erste wie zweite) Schnittpunkte E und E' (auch E_1 und E_1') mit A und A' verbunden Parallele ergeben.

Auflösung. Man lege durch T, B, B' einen Kreis (II) und beschreibe über $CN = \sqrt{CB \cdot CB'}$ einen Halbkreis (III). Die Kreise (II) und (III) schneiden sich in J. Liegt J innerhalb des Kreises C, so giebt dies mit B resp. B' verbunden den brechenden Winkel des Prismas, nämlich $\angle DBE = D'B'E'$.

Dr. Kessler (Bochum).

136. Ein Viereck zu construiren, wenn gegeben sind: die Länge der beiden Diagonalen, die Mittelpunkte derselben und der Schwerpunkt. Dr. Glaser (Homburg v. d. Höhe).

137. Mit gegebenem Radius einen Kreis zu construiren, dessen Peripherie von drei gegebenen Punkten gleich weit entfernt ist; und zwar sollen zwei dieser Punkte innerhalb und einer ausserhalb des Kreises oder umgekehrt liegen.

Einige geometrische Sätze und Aufgaben.

138. An einen Kreis mit Mittelpunkt C sind die Tangenten AB und AB_1 gezogen; eine dritte Tangente schneidet die beiden ersten in den Punkten D, E und berührt den kleineren (oder grösseren) Bogen BB_1 in F; eine Gerade durch C und $\perp AC$ trifft AB, AB_1, DE resp. in G, G_1, H; auf GG_1 seien die Perpendikel DI und EK gefällt. Zu beweisen

1. $DC^2 = DE \cdot DG$ 4. $BC^2 = DI \cdot EK$
2. $EC^2 = ED \cdot EG_1$ 5. $HC^2 = HD \cdot HE$
3. $GC^2 = DG \cdot EG_1$ 6. $HF^2 = HI \cdot HK$.

139. Ohne Einführung goniometrischer Functionen zu beweisen, dass die begrenzte Tangente DE ihren Minimalwerth besitzt, wenn sie in F halbirt ist. — Unter der gleichen Bedingung wird auch $DG + EG_1$ ein Minimum, und $AD + AE$ ein Maximum oder Minimum, je nachdem F in dem kleineren oder grösseren Bogen BB_1 liegt.

140. Wenn $\alpha + \beta + \gamma = 90^0$, so ist $(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta)(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \gamma) = \sec \alpha^2$. Anwendung: Es ist $DG \cdot EG_1 = (BG + DF)(B_1 G + FE) = r^2 (\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \gamma_1)(\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \gamma_2)$, wobei $\alpha + \gamma_1 + \gamma_2 = 90^0$; folglich $DG \cdot EG_1 = (r \sec \alpha)^2 = GC^2$, was mit 138, 3 übereinstimmt.

141. Wenn $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma$, so wird 1) $\operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2 = \frac{2 \sin\gamma}{\cos\gamma + \cos(\gamma_1 - \gamma_2)}$;

$$2)\ \operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2 = \frac{\sin\gamma}{\cos\frac{1}{2}\gamma^2 - \sin\frac{1}{2}(\gamma_1-\gamma_2)^2} = \frac{\sin\gamma}{\cos\frac{1}{2}(\gamma_1-\gamma_2)^2 - \sin\frac{1}{2}\gamma^2};$$

ist daher γ constant, so erlangt $\operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2$ den Minimalwerth $2\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma$, wenn $\gamma_1 = \gamma_2 = \frac{1}{2}\gamma$. Anwendung: $DE = DF + FE = r(\operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2)$ erhält den kleinsten Werth, wenn $\gamma_1 = \gamma_2$; denn $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma = DCE = \frac{1}{2}BCB_1$ ist von der Lage von DE unabhängig.

142. An einen Kreis mit Mittelpunkt C ist von A die Tangente AB gezogen; ferner $DAD' \perp AC$; BC trifft die Halbirungslinien von BAD und BAD' in E und E'; dann ist $AC = EC = CE'$, und folglich, wenn F und G die Schnittpunkte der Peripherie mit AC und CE' sind, $AF = EB = GE'$.

K. L. Bauer (Karlsruhe).

143. Es sollen alle diejenigen arithmetischen Progressionen aufgesucht werden, die eine gegebene Gliederzahl n und zugleich eine gegebene Summe s besitzen; sowohl die bekannten als die unbekannten Zahlen sollen ganz und positiv sein. Die Aufgabe ist nicht immer möglich, kann aber auch mehrere Lösungen haben. Bezeichnet x das Anfangsglied und y die Differenz der Progression, so ist z. B.

für $n = 6$ und $s = 102$; $x = 12, 7, 2$; $y = 2, 4, 6$.
für $n = 6$ und $s = 147$; $x = 22, 17, 12, 7, 2$; $y = 1, 3, 5, 7, 9$.
für $n = 7$ und $s = 63$; $x = 6, 3, 0$; $y = 1, 2, 3$.

Zufolge der grossen Einfachheit dieser Aufgabe kann man sie bei den Elementen der unbestimmten Gleichungen 1. Gr. als kleinen Excurs verwenden.

Schlömilch.

144. Lehrsatz. Unter der Voraussetzung $u_1 > u_2 > u_3 \cdots > 0$ sind die beiden unendlichen Reihen $u_1 + u_2 + u_3 + u_4 + \cdots$ und $1u_1 + 2u_4 + 3u_9 + 4u_{16} + \cdots$ entweder gleichzeitig convergent oder gleichzeitig divergent. Beispielweise folgt hieraus, dass die Reihe $x^{\sqrt{1}} + x^{\sqrt{2}} + x^{\sqrt{3}} + x^{\sqrt{4}} + \cdots$ für $0 \leq x < 1$ convergirt und für $x \geq 1$ divergirt.

Schlömilch.

C) Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Educational Times.

47. x ist zu berechnen aus $10x - x^3 = \sqrt{3} + \sqrt{2}$.

Auflösung.

$$x^4 - 10x^2 = -(\sqrt{3} + \sqrt{2})x$$
$$x^4 - 5x^2 - 2\sqrt{6}\,x^2 = 5x^2 - 2\sqrt{6}\,x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x$$
$$x^4 - (5 + 2\sqrt{6})x^2 = (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x$$
$$\left\{x^2 - \frac{1}{2}(5 + 2\sqrt{6})\right\}^2$$
$$= (\sqrt{3} - \sqrt{2})^2 x^2 - (\sqrt{3} + \sqrt{2})x + \frac{1}{4}(5 + 2\sqrt{6})^2.$$

Nun ist $\quad 5+2\sqrt{6}=(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$,

also $\quad \sqrt{3}+\sqrt{2}=(\sqrt{3}-\sqrt{2})\,(5+2\sqrt{6})$;

mithin

$$\left\{x^2-\tfrac{1}{2}(5+2\sqrt{6})\right\}^2$$

$$=(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2x^2-(\sqrt{3}-\sqrt{2})(5+2\sqrt{6})\,x+\tfrac{1}{4}(5+2\sqrt{6})^2$$

$$x^2-\tfrac{1}{2}(5+2\sqrt{6})=\pm\left\{(\sqrt{3}-\sqrt{2})\,x-\tfrac{1}{2}(5+2\sqrt{6})\right\}.$$

$$x^2\mp(\sqrt{3}-\sqrt{2})\,x=\tfrac{1}{2}(5+2\sqrt{6})\mp\tfrac{1}{2}(5+2\sqrt{6}).$$

1) $x^2-(\sqrt{3}-\sqrt{2})\,x=0$; $x=\sqrt{3}-\sqrt{2}$, ($x=0$ zu verwerfen);

2) $x^2+(\sqrt{3}-\sqrt{2})\,x=5+2\sqrt{6}$;

$$x=-\tfrac{1}{2}(\sqrt{3}-\sqrt{2})\pm\tfrac{1}{2}\sqrt{25+6\sqrt{6}}.$$

Journal de mathématiques élémentaires et spéciales.
Bestimmung geometrischer Oerter.

48. Auf der gegebenen Geraden AB bewegt sich der Punkt C; über AC und BC als Durchmesser werden die Kreise K und K' beschrieben. Eine an beide gelegte gemeinschaftliche äussere Tangente schneidet die Tangenten in A und B in den Punkten P und Q. Gesucht wird der Ort für den Durchschnittspunkt M der Linien PK und QK'.

Auflösung. $ME \perp AB$, ME trifft PQ in D, so ist $\angle PMQ = R$ und $DP = DM = DQ$, also $AE = EB$; daher ist der Ort die Mittelsenkrechte zu AB.

49. Gegeben zwei Kreise K und K', welche sich in A von aussen berühren; durch A zieht man in beiden Kreisen zwei Sehnen AB und AC, welche auf einander senkrecht stehen. Gesucht wird der Ort für M, welcher BC so theilt, dass $BM : CM = m : n$.

Auflösung. Die Centrale treffe K in D und K' in E; dann ist $DB \parallel AC$ und $AB \parallel EC$. Zieht man $MG \parallel CA$ und $MH \parallel BA$ bis zum Durchschnitt mit der Centrale, so ist $DG : GA = m : n$ und $AH : HE = m : n$; daher G und H bestimmt, und M liegt auf einem Kreise über GH als Durchmesser.

50. Gegeben Kreis K mit Sehne AB; von irgend einem Punkte C des Kreises als Mittelpunkt beschreibt man einen Kreis, welcher AB berührt. Gesucht wird der Ort für den Durchschnittspunkt P der von A und B an diesen Kreis gelegten Tangenten AD und BE.

Auflösung. $\angle P = DAB + EBA - 2R = 2(CAB + CBA) - 2R = 2(2R - ACB) - 2R = 2R - AKB$; also $P + AKB = 2R$. Daher liegt P auf einem Kreise um $\triangle AKB$.

51. Gegeben die Gerade AB und auf ihr Punkt K; um K schlägt man mit einem willkürlichen Radius einen Kreis, welcher AB in C und C' schneidet. Von C aus trägt man nun nach dem Mittelpunkte zu CD gleich der gegebenen Strecke a ab. Gesucht wird der Ort für M und M', in welchem die auf AB in D errichtete Senkrechte den Kreis trifft.

Auflösung. Bezeichnet man $KD = x$ und $MD = y$, so ist $KC' = a + x$, daher $y^2 = a(a + 2x)$; also ist der Ort eine Parabel mit dem Parameter $2a$ und dem Scheitel S, wo $KS = \frac{1}{2}a$; der Brennpunkt ist K.

52. Gegeben zwei Kreise K und K' und eine Senkrechte zur Centrallinie; durch jeden Punkt Q derselben zieht man an beide Kreise Tangenten; die beiden Berührungssehnen schneiden sich in einem Punkte P, dessen Ort gesucht wird.

Auflösung. Die Centrale schneide die gegebene Senkrechte in D; FG und $F'G'$ seien die Berührungssehnen, also Polaren von Q, dann sind E und E' (die Durchschnittspunkte der Berührungssehnen mit der Centrale) die Pole von DQ; ferner $EP \perp KQ$, $E'P \perp K'Q$. Denkt man sich sämmtliche Punkte $Q, Q', Q'' \cdots$ auf DQ, so sind $K(Q, Q', Q'' \cdots)$ und $K'(Q, Q', Q'' \cdots)$ projectivische Strahlenbüschel. Denkt man sich die entsprechenden Punkte $P, P', P'' \cdots$, so sind die Strahlenbüschel $E(P, P', P'' \cdots)$ und $E'(P, P', P'' \cdots)$ bezüglich congruent $K(Q, Q', Q'' \cdots)$ und $K'(Q, Q', Q'' \cdots)$, da die Strahlen des einen auf denen des anderen senkrecht stehen, daher $E(P, P', P'' \cdots)$ projectivisch $E'(P, P', P'' \cdots)$. Beide haben den Strahl EE' gemein, der auf den nach den unendlich entfernten Punkten von DQ gezogenen Strahlen senkrecht steht; daher liegen die Schnittpunkte entsprechender Strahlen $P, P', P'' \cdots$ auf einer Geraden; dieselbe muss wegen der symmetrischen Beziehungen der Figur senkrecht KK' stehen.

53. Gegeben Rhombus $ABCD$, in welchem Diagonale BD gleich einer Seite ist; eine durch C gezogene Gerade trifft AB in P und AD in Q. Gesucht wird der Ort für den Durchschnittspunkt M von PD und QB, wenn sich PQ um C dreht.

Auflösung. $(P, P', P'' \cdots)$ und $(Q, Q', Q'' \cdots)$ sind projectivische Punktreihen; daher $D(P, P' \cdots)$ und $B(Q, Q' \cdots)$ projectivische Büschel. I sei der unendlich entfernte Punkt auf AP, K der unendlich entfernte Punkt auf AQ. Die Punktreihen entsprechen sich folgendermassen:

$$P, P', \cdots I, A, B$$
$$Q, Q', \cdots D, A, K.$$

Nun ist $\angle ADB = ABK$ (beide $= 60^0$). Es sind also zwei einander entsprechende Winkel der beiden projectivischen Strahlenbüschel gleich; dieselben sind daher congruent. Dann liegen aber die Schnittpunkte entsprechender Strahlen auf einem Kreise. Nun schneiden sich die entsprechenden Strahlen DI und BD in D, DA und BA in A, DB und BK in B. Der Ort ist also der um $\triangle ABC$ beschriebene Kreis.

Sprech- und Discussions-Saal.

Die vierte Raumdimension.

(Mit Beziehung auf den Aufsatz von Dr. Emsmann in ds. Z. XI, 253 u. ff.)

Geehrte Redaction! Das 4. Heft des vor. Jhrgs. Ihrer Zeitschrift enthält einen Artikel „Zum vieraxigen Coordinatensysteme", dessen Verfasser, Herr Prof. Dr. Emsmann, gegen Sie den Wunsch geäussert hat, recht viele Collegen möchten seine Arbeit durchstudiren, damit sie auf der Philologenversammlung einer Discussion zur Grundlage dienen könne. Da ich diese Versammlung nicht besucht habe, so ist es Ihnen sowohl, als auch dem Herrn Verfasser vielleicht nicht unlieb, wenn ich die im genannten Artikel gestellte Frage: „Sind die Gebilde höherer Dimensionen etc." in Ihrer Zeitschrift ganz in der Kürze zu beantworten suche und zwar mit: Nein.

Wie überhaupt ein Gegner der Annahme einer vierten Dimension des Raumes, muss ich mich noch insbesondere gegen die Ableitung der vierten Dimension aus einer vierten Rechnungsstufe erklären. Lässt sich die Möglichkeit der vierten Dimension nicht anders erweisen als durch die Möglichkeit der vierten Rechnungsstufe, so ist sie eben unmöglich. Es soll

$$\left(\left[(a^a)^a\right]^a\right)^{a^{\cdot^{\cdot^{\cdot(n\,\text{mal})}}}} = b \text{ oder } a^4 n = b$$

ausgesprochen werden: a zur vierten Stufe direct mit n (verbunden) giebt b.

Bisher bedurfte die Mathematik zu allen die Zahlen betreffenden Untersuchungen nur die drei directen Operationen — des Addirens, Multiplicirens, Potenzirens — und die diesen entsprechenden indirecten. Da nun wegen $a + b = b + a$ und wegen $ab = ba$ sowohl das Addiren als das Multipliciren nur je eine indirecte Operation zulässt — resp. das Subtrahiren und Dividiren —, das Potenziren aber, weil nicht $a^b = b^a$ ist, zwei, nämlich das Radiciren und

Logarithmiren: so hatte man bisher nur sieben Operationen und, insofern man aus jeder directen und den zugehörigen indirecten Operationen eine Operationsstufe bildete, auch nur drei Operationsstufen. Weil nun wegen $a + a + a \ldots = na$ und wegen $a \cdot a \cdot a \ldots = a^n$ die zweite und dritte Operationsstufe resp. auf der ersten und zweiten beruht, so meinte man analog auch auf der dritten eine vierte aufbauen zu können in der Art, dass $(a^a)^{a^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}$ oder $a^{\underline{n}} = b$, wo $a^{\underline{n}}$ das Zeichen für $(a^a)^{a^{\cdot^{\cdot^{\cdot}}}}$ sein mag. Und welche Operationsstufe ist denn

$$\left({}_{\cdot\,\cdot\,\cdot}a^{\left[a^{\left(a^{a}\right)}\right]}\right)?$$

Wie will man in beiden Fällen aus n und b das a bestimmen, welches zugleich als Dignand und als Exponent vorkommt? Doch die vierte Operationsstufe mag möglich sein oder nicht, mit der vierten Raumdimension hat sie nichts zu schaffen, da die Raumdimensionen mit den Operationsstufen überhaupt in keinem Zusammenhange stehen, sondern nur mit den Factoren eines Productes, und zwar nur des Productes von höchstens drei Factoren, so dass schon die Potenz, deren Exponent grösser als 3 ist, mit dem Raume und seinen Dimensionen nichts mehr gemein hat. Statt der Dimension die Drehung oder gar die Schwenkung dem Nachweise für die Existenz oder Möglichkeit der vierten Dimension zu Grunde zu legen, ändert die Sache nicht, verschlimmert sie vielmehr. Die Worte Kants über die Möglichkeit der vierten Dimension, welche in dem Artikel citirt werden, verstehe ich nicht so, dass er auf die sehr wahrscheinliche Existenz der vierten Dimension geschlossen habe, sondern mehr so, dass die Logik die Existenz der Dimensionen, da sie Gegenstand der Anschauung sind, weder zu beweisen noch zu bestreiten vermöge, sondern sie als Thatsachen hinnehmen müsse.

Neustrelitz. Müller,
Realschuldirector.

NB. Siehe über dieses Thema auch den Vortrag des Prof. Durège: „Ueber gewisse spezielle Vorgänge innerhalb eines Gebietes von vier Dimensionen“ im Tagebl. der Danziger Naturforscher-Vers. 1880, S. 175, und die dort citirten Aufsätze Hoppes. D. Red.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

Klempt, Diedr. Aug. (Realschullehrer in Rostock), Lehrbuch zur Einführung in die moderne Algebra. Mit einigen hundert Beispielen. Leipzig, Druck und Verlag von B. G. Teubner. 1880. XII. 260 S. Pr. 4 M.

Das Bestreben des Verfassers, die unter dem Namen der neueren Algebra zusammengefassten Schöpfungen neuerer, insbesondere deutscher und englischer Mathematiker einem grösseren Leserkreise und vor allem dem Studirenden der ersten Semester zugänglich zu machen, verdient alle Anerkennung und Beachtung, um so mehr, da das einzige deutsche Werk, auf welches sich der Anfänger bis jetzt gewöhnlich verwiesen sah, die „binären Formen" von Clebsch, gar Vieles voraussetzen, was eben ein wirklicher Anfänger nicht mitbringt*). Herr Klempt dagegen will unmittelbar an das Pensum der Mittelschule anknüpfen, um so in ganz allmähliger Steigerung in die Vorhöfe der neuen Wissenschaft einzuführen. Sehen wir nun zu, wie er seiner Aufgabe gerecht zu werden versucht. Er sendet einen sehr umfänglichen Abriss der Combinationslehre voraus, was bei der Kürze der meisten in den Lehrbüchern enthaltenen Darstellungen recht wohl zu billigen ist. Den weitaus grössten Bestandtheil des Buches aber bildet die Theorie der Determinanten mit ihren Anwendungen. Alle Sätze, welche in grösseren Werken über diesen Gegenstand als wichtige bezeichnet zu werden pflegen, werden auch hier bewiesen und durch Beispiele erläutert, insbesondere wird auch der Auflösung linearer Gleichungen und den dabei sich ergebenden Ausnahmefällen eine erhöhte Bedeutung zu Theil. Durch diese an sich sehr dankenswerthen, im Verhältniss zu dem Umfange des Buches jedoch etwas gar zu detaillirten Ausführungen wird der im eigentlichen Wortsinn algebraische Theil etwas zu weit hinausgeschoben; er beginnt erst auf Seite 183.

*) Fiedlers bekannte „Elemente" lassen wir hier ganz aus dem Spiele, da in ihnen geometrische Kenntnisse, von denen hier gänzlich abgesehen wird, vorausgesetzt werden.

Nunmehr wird in rascherer Folge das Wesen der linearen Transformation homogener Functionen, die Invariantenbildung, die Darstellung einer quadratischen Form durch eine Summe von Quadraten und, damit zusammenhängend, die orthogonale Substitution abgehandelt; auch das von Borchardt so genannte „Trägheitsgesetz“ findet hier seine Stelle. Hieran schliesst sich eine Einleitung in die Lehre von den höheren Gleichungen, die graphische Interpretation complexer Zahlen, binomische Gleichungen und der Fundamentalsatz der Algebra, letzterer in sehr präciser Weise durch einige functionentheoretische Lemmata über die Abbildung geschlossener Curven eingeleitet. Ein weiterer Abschnitt erörtert die symmetrischen Functionen der Wurzeln einer Gleichung, die Girard-Newtonschen Sätze über die Potenzsummen der Wurzeln, die Termini „Grad“ und „Gewicht“. Hierauf folgt die Elimination, die Resultantenbildung, die Definition der Discriminanten als Resultanten und endlich noch ein kurzer Schlussabschnitt, in welchem die Ueberführung der sogenannten binären Formen auf gewisse abgekürzte oder canonische Normalformen gelehrt wird.

Dies der Gesammtinhalt des Werkes, mit dem man sich um so eher einverstanden erklären kann, als die Darstellung eine lichtvolle und den Anforderungen des Lernenden durchaus angemessene genannt werden muss. Allein darüber werden die Ansichten so mancher Beurtheiler von denen des Herrn Verfassers abweichen, ob das Buch desselben wirklich als eine erschöpfende Einleitung in die moderne Algebra gelten darf. Jeder Autor hat zwar gewiss das Recht, den gewählten Stoff ganz nach eigenem Ermessen zu gestalten und er wird uns entgegenhalten, dass bei weiterem Eingehen in die Materie sein Werk nicht mehr mit dem ursprünglichen Plan übereingestimmt haben würde. Er möge uns daher nachstehende Bemerkungen gestatten. Kenntniss des Wesens einer Covariante muss Jeder mitbringen, der eine Schrift von Clebsch oder Cayley lesen will, schon um deswillen, weil diese Gebilde bei der Auflösung der kubischen Gleichungen (im Sinne der Neueren) nicht entbehrt werden können*). Im Anschluss an den letzten Abschnitt musste zugleich Einiges über das Rechnen mit Symbolen gesagt werden, denn wenn der Anfänger über diesen Punkt nicht aus einem Buche, wie es das des Herrn Klempt sein will, sich Raths erholen kann, so wird es ihm schwer werden, ohne Lehrer gerade diese, an sich nicht schwierigen, Kunstgriffe sich anzueignen. Und endlich durfte die Ausdehnung des Determinantenbegriffs auf höhere

*) Vergl. Matthiessens „Grundzüge der antiken und modernen Algebra“ S. 141, und an verschiedenen anderen Orten. Für die Verschmelzung der von der Invariantentheorie aufgestellten Methoden mit den praktischen Problemen der älteren Gleichungslehre kann Matthiessens Buch überhaupt mustergiltig genannt werden.

Gebilde dieser Art nicht fehlen; man lese z. B. die Abhandlung von Escherichs „Die Determinanten höheren Ranges und ihre Verwendung zur Bildung von Invarianten" (Wiener Denkschriften, 1880) und man wird einräumen, dass die Lehre von den kubischen Determinanten zum mindesten hätte vorgetragen werden sollen. Dass ein Werk dieser Art seinen vorbereitenden Zweck nie ganz erfüllen kann, wenn es nicht eine einzige literarische Notiz enthält, wollen wir nur im Vorübergehen andeuten.

Mit einem Worte: Alles, was in dem Buche vorkommt, ist sehr gut gegeben, allein unserer festen Ueberzeugung nach ist viel zu wenig gegeben.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Schlegel, Victor (Oberlehrer am Gymnasium zu Waren), **Lehrbuch der elementaren Mathematik. Vierter Theil. Stereometrie und sphärische Trigonometrie.** Mit 62 Figuren in Holzschnitt und 4 lithogr. Tafeln. Wolfenbüttel. Druck und Verlag von Julius Zwissler. 1880. VIII. 192 S.

Die drei ersten Abtheilungen dieses verdienstvollen Lehrbuches der Mathematik sind vom Referenten bereits früher in dieser Zeitschrift (Jahrgang 1880, 3. Heft*)) angezeigt worden. Dem die räumliche Geometrie enthaltenden Schlussbande durfte mit um so grösserem Interesse entgegengesehen werden, da des Verfassers bekannte Tendenz, neue Anschauungsweisen in die Schulmathematik hineinzutragen, auf diesem Gebiete naturgemäss am freiesten sich entwickeln musste. Diese Erwartung wird denn auch keinen Leser täuschen; vielmehr wird man allseitig die Ueberzeugung gewinnen, dass die Darstellung durchweg eine originelle und doch betreffs der principiellen Einführung neuer Methoden massvolle ist. In der Einleitung finden wir beachtenswerthe Winke über die zur Veranschaulichung räumlicher Verhältnisse anzuwendenden Hilfsmittel, über Modelle, Stereoscopbilder und Zeichnungen, welche nach den Vorschriften der descriptiven Geometrie angefertigt sind. Wir wollen dabei gleich bemerken, dass die dem Buche beigegebenen Figuren sich durch Exactheit der Ausführung und richtige perspectivische Verhältnisse vortheilhaft auszeichnen; man vergleiche z. B. die nette Wiedergabe einer Anzahl sich wechselseitig durchschneidender Ebenen oder auch das Hyperboloid und Paraboloid (S. 33, S. 161, S. 164). Auch dessen mag gleich Eingangs Erwähnung geschehen, dass, wie in der Planimetrie, so auch hier die körperlichen Gebilde immer als Erzeugniss einer Bewegung definirt und überhaupt alle Mittel aufgeboten werden, um die Vorstellung von starren, ein für allemal gegebenen, Körperformen nicht aufkommen zu lassen.

---

*) S. 208–213. D. Red.

Die gegenseitigen Beziehungen von Punkt, Linie und Ebene im Raume werden sämmtlich dadurch erhalten, dass entweder die Ebene selbst, oder ein Punkt oder eine Gerade in ihr nach einem bestimmten Gesetze sich fortbewegt; das Heraustreten der Geraden aus der Ebene giebt gleich die Gelegenheit zur Einführung des Begriffs einer Kegel- und einer Cylinderfläche. Mit Zuziehung der ersteren erhält man die Bedingungen, unter welchen eine Gerade auf einer Ebene senkrecht steht, in einfachster und natürlichster Weise; indess wird der betreffende Lehrsatz auch noch anderweitig verificirt. Ganz ähnlich führt die einfachste Bewegungsform einer ihre ursprüngliche Ebene verlassenden Kreislinie zur Kugelfläche, von welch letzterer schon an dieser Stelle einzelne Theoreme mitgetheilt werden. Die Betrachtung paralleler Ebenen nöthigt dazu, dem unendlich entfernten Punkte der Geraden die unendlich entfernte Gerade der Ebene an die Seite zu setzen; auch werden mit dieser Vorstellung gleich andere geometrische Grenzübergänge verbunden: so die Darstellung der Ebene als Grenzfall einer Cylinder-, Kegel- oder Kugelfläche. Die dreiseitige Ecke lässt sich sowohl für den ebenen Winkel, als auch für das ebene Dreieck als räumliches Analogon auffassen; beide Anschauungsweisen werden eingehend specialisirt. Nun folgt die Aufzählung und Beschreibung der elementaren stereometrischen Gestalten: des Tetraëders, welches durch directe Abzählung als dem bekannten Eulerschen Gesetze unterworfen erkannt wird, der Pyramide im Allgemeinen, des Kegels, des Pentaëders, welch letzteres als Specialfälle die vierseitige Pyramide, das dreiseitige Prisma und den dreiseitigen Pyramidenstumpf in sich schliesst und deshalb ganz mit Recht besonderer Beachtung theilhaftig wird. Nachdem so der Schüler eine Vorstellung von diesen Polyedern und krummflächigen Körpern erhalten hat, werden ihm dieselben nochmals, als durch die Parallelbewegung gewisser ebener Figuren gebildet, vorgeführt. Setzt sich diese Bewegung für ein sich selbst congruent bleibendes Parallelogramm aus zwei, der Richtung nach verschiedenen, Einzelbewegungen zusammen, so gelangt man unmittelbar zur Einsicht in den wichtigen, gewöhnlich aber nur durch einen umständlichen Congruenzbeweis zu erledigenden Lehrsatz, dass Parallelepipeda von gleicher Grundfläche und Höhe inhaltsgleich sind. Der Parallelbewegung einer Figur stellt sich diejenige der Rotation zur Seite; Herr Schlegel zeigt zuerst, wie Inhalt und Oberfläche eines Drehungskörpers mit Hilfe der früher für den abgestumpften Kegel entwickelten Sätze gefunden werden können, und wendet sich dann der Kugel zu, deren Untersuchung mit jener der regelmässigen Polyeder organisch verbunden wird. Besonderes Lob verdient der Verfasser deshalb, weil er sich nicht auf die fünf platonischen Körper beschränkt, sondern auch die von Poinsot in die Wissenschaft eingeführten Sternpolyeder mit aufgenommen hat. Das fünfte derselben besitzt jedoch, was dem Autor

entgangen zu sein scheint, nicht die gleichen Bürgerrechte, wie seine vier Collegen, es ist nicht im strengsten Wortsinn regulär und wäre aus diesem Grunde vielleicht besser bei Seite gelassen worden.

Die rechnende Stereometrie ist kurz aber übersichtlich gehalten und lässt nichts Wichtiges vermissen, so u. a. auch nicht die Radien der drei jedem regulären Polyeder zugehörigen Kugeln. Schlegels Buch ist das erste uns bekannte, welches nicht nur der um- und der einbeschriebenen, sondern auch der kantenberührenden Kugel zu ihrem Rechte verhilft. — Die sphärische Trigonometrie geht zwar von dem rechtwinkligen Kugeldreieck aus, verweilt aber, was wir für eine sehr richtige Massregel halten, nur ganz kurze Zeit bei demselben. Die vorgetragenen Methoden sind natürlich im Grossen und Ganzen von den gewöhnlich angewandten nicht sehr verschieden. Als auszeichnende Eigenthümlichkeiten des Werkes mögen dagegen die beiden genannt werden, dass der Einführung passender Hilfswinkel das Wort geredet und dass an einfachen Beispielen gezeigt wird, wie mittelst eines Grenzüberganges aus den Formeln den räumlichen jene der ebenen Trigonometrie deducirt werden können. Referent zieht es in seinem Unterrichte allerdings vor *), zu diesem Zwecke nicht der Reihen für $\left.\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\} x$, mit welchen seine Schüler auf dieser Unterrichtsstufe noch nicht vertraut zu sein pflegen, sondern des ihnen geläufigen binomischen Lehrsatzes sich zu bedienen.

Der erste Anhang bringt eine elementare, sehr hübsch durchgeführte Beschreibung und Classification der Flächen zweiter Ordnung (s. o.). In einem zweiten Anhang finden wir zuerst eine Anzahl stereometrischer Constructionsaufgaben, welche dem Lehrer um so lieber sein werden, je seltener er ihnen begegnet, sodann aber auch zahlreiche und gut ausgesuchte Rechnungsbeispiele. Beigegeben ist das die einzelnen Definitionen notirende Sachregister und eine Garnitur von 10 stereoscopischen Figuren, welche der trefflichen Monographie des leider so früh dahingegangenen Hugel entnommen sind und die regelmässigen Polyeder zur Ansicht bringen.

Das Schlegelsche Lehrbuch hat durch diese letzte Lieferung seinen würdigen Abschluss gefunden.

Ansbach. Dr. S. Günther.

---

*) Vergl. den Aufsatz des Berichterstatter's „Zur Didaktik der sphärischen Trigonometrie“ im 15. Jahrgang der „Blätter für das bayerische Gymnasial- und Realschulwesen“.

SEEGER, H., **Die Fundamentaltheorieen der neueren Geometrie und die Elemente der Lehre von den Kegelschnitten für den Schulgebrauch bearbeitet.** Mit 60 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Braunschweig, Druck und Verlag von Friedrich Vieweg & Sohn. 1880. XII. 215 S. Preis ?

Aus der Mecklenburgischen Programmschau für 1879 *) kennt der Leser bereits den Entwurf zu dem vorliegenden Buche, da derselbe dem Programm der Güstrower Realschule, deren Director Herr Seeger ist, als Beilage beigegeben ward. Der Unterzeichnete hat damals bereits aus dem Referate des Herrn Schlegel einen guten Eindruck von dieser neuen Darstellung der synthetischen Geometrie bekommen und denselben bei der Durchsicht des grösseren Werkes nur bestätigt gefunden. Die Entwickelung der einzelnen Lehren ist durchweg eine klare, rein geometrische, ohne dass gelegentlich die Benutzung algebraischer oder trigonometrischer Formeln verschmäht würde. Die Kegelschnitte werden nicht, wie dies jetzt meistentheils zu geschehen pflegt, als Durchschnitt zweier projectivischer Strahlbüschel, sondern als collineare Transformationen des Kreises eingeführt, doch findet auch die erstere Darstellungsweise ihr Recht im ersten Kapitel des zweiten Buches. Als verdienstlich ist das von der Reciprocität handelnde Capitel (I, 3) besonders um deswillen zu bezeichnen, weil diese, von v. Staudt der Collineation als ebenbürtig zur Seite gestellte, Verwandtschaftsform in den meisten Elementarwerken zu sehr in den Hintergrund tritt. Im zweiten Capitel des zweiten Buches wird die allgemeine Curve der zweiten Ordnung auch noch in ihrer Eigenschaft als Directrix eines Polarsystemes betrachtet, im dritten Capitel als collineare Umbildung ihrer selbst. Dass dabei auch dem Falle imaginärer Bestimmungsstücke Rechnung getragen wird, ist sehr zu loben. Endlich wird auch den Beziehungen der Kegelschnitte unter sich, den Kegelschnittbüscheln u. s. w. ein erheblicher Platz eingeräumt. Eine sehr reichhaltige und für die Prima einer Realschule gewiss sehr verwendbare Aufgabensammlung, ein fleissiger Real-Index und eine zu weiteren Studien anregende Uebersicht der wichtigsten älteren und neueren Fachschriften beschliessen das Buch, welches seinen Zweck wohl zu erfüllen geeignet ist, obwohl die Betrachtung der Kegelschnitte am Kegel selbst, diese nicht bloss der geschichtlichen Continuität halber klassisch zu nennende Betrachtungsweise, nach unserem Geschmacke zu kurz weggekommen ist.

Ansbach. Dr. S. GÜNTHER.

*) Heft 4, S. 321. D. Red.

GÖTTING, R. (Oberlehrer am Gymnasium zu Torgau), **Einleitung in die Analysis.** Berlin. 1880. J. A. Wohlgemuths Verlagsbuchhandlung (Max Herbig). II. 188 S.

Ein sehr verdienstliches Lehrbuch der algebraischen Analysis, durchaus nach den besten und neuesten Methoden gearbeitet und auch an originellen Entwickelungen nicht arm. Insbesondere empfiehlt sich die Darstellung der Combinationslehre durch den Umstand, dass in ihr (§ 4 ff.) auch den Substitutionen der gehörige Platz eingeräumt wird. Diese für die höhere Algebra geradezu fundamentale Theorie war bis jetzt nicht leicht zu erlernen, da die allerdings treffliche Einleitung in die Substitutionenlehre von E. Netto nicht als gesonderte Schrift, sondern blos als Zeitschrift-Artikel (Hoppes Archiv 1878) erschienen war. Auch den Anwendungen der Combinatorik, d. h. den Binomialcoëfficienten, dem Wahrscheinlichkeitscalcül und den höheren Differenzreihen wird in dem Göttingschen Buche mehr als sonst Rechnung getragen. Die Exponentialfunctionen schliessen sich, was ebenfalls von pädagogischer Seite wohl beachtet zu werden verdient, unmittelbar an die geometrischen Progressionen an. Die Rechnung mit complexen Grössen, welche sich ja beim weiteren Fortschreiten der Wissenschaft stets mehr und mehr als die Basis der ganzen Analysis herausstellt, wird gleich an die Spitze des zweiten Capitels gestellt und (§ 27) durch eine grössere Anzahl gut gewählter Aufgaben erläutert. Nachdem sodann der Begriff der Reihenconvergenz festgestellt ist, werden die wichtigsten Reihen abgeleitet und discutirt; dass dabei von der graphischen Repräsentation der complexen Grössen auf der Zahlenebene ein sehr umfassender Gebrauch gemacht wird, versteht sich nach dem Vorigen von selbst. Einen ganz neuen Weg betritt der Verfasser bei der Herleitung von log $(1+x)$ und von arctang x; er gründet die bezüglichen Reihen nämlich auf die Reihenentwickelung des Ausdruckes

$$(x+y+xy)^n.$$

Die Convergenzkriterien werden, was in den dem Referenten bekannten elementaren Lehrbüchern der Analysis noch nicht üblich und trotzdem sehr nothwendig ist, ebenfalls geometrisch, mit Hilfe der um bestimmte ausgezeichnete Punkte als Centra beschriebenen Convergenzkreise, interpretirt. Hieran reihen sich nun Anwendungen aller Art, die Reihen für Sinus und Cosinus der vielfachen Winkel, gewisse aus Binomialcoëfficienten gebildete Reihen und vieles Andere; den Schluss des Ganzen bilden die unendlichen Factorenfolgen für Sinus und Cosinus und die Reihen für arc $\left.\begin{matrix}\sin\\ \cos\end{matrix}\right\}(x+yi)$. Weshalb jedoch der Herr Verfasser die Kettenbrüche ausgeschlossen hat, welche doch nun einmal seit Euler zum allgemein anerkannten eisernen Bestand der „Analysis des Endlichen“ gehören und in den

wichtigsten unter den gangbaren Handbüchern, in den Werken von Stern und Schlömilch, einer liebevollen Behandlung sich zu erfreuen hatten, ist uns nicht klar. Möglicherweise ist es deshalb geschehen, weil diese analytischen Gebilde der Anwendung functionstheoretischer Methoden, die eben die Stärke des Göttingschen Buches bilden, ziemlich unzugänglich sind; allein ein Mangel bleibt die Weglassung dieses nicht uninteressanten und praktisch so wichtigen Gegenstandes immerhin.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Hermes, Dr. O., **Sammlung von Aufgaben aus der Goniometrie und ebenen Trigonometrie.** Zum Gebrauch beim Unterrichte auf höheren Lehranstalten und zum Selbststudium. Berlin 1874. Verlag von Winkelmann und Söhne. Preis ?

Die vorliegende empfehlenswerthe Sammlung enthält S. 1 bis 160 Aufgaben und 161 bis 192 die Resultate dazu. Von anderen Sammlungen auf demselben Gebiete unterscheidet sie sich besonders dadurch, dass Verf. in ausgedehnterem Maasse und mit ungleich grösserem Glücke, als es bisher geschehen ist, die Goniometrie berücksichtigt hat. Beachtet man, dass für den Schüler zu gedeihlichen Erfolgen in der Lösung bei trigonometrischen Aufgaben eine sichere Kenntniss der goniometrischen Grundformeln unerlässlich ist, dass aber diese Grundformeln sich ihm am leichtesten und am sichersten einprägen, wenn er genöthigt wird dieselben häufig an Uebungsbeispielen anzuwenden und zu wiederholen, so muss man zugeben, dass Verf. mit seinem Buche eine nicht unerhebliche Lücke des mathematischen Unterrichts ausgefüllt hat. Der goniometrische Uebungsstoff ist systematisch auf 15 Paragraphen vertheilt; innerhalb der einzelnen Paragraphen sind die Aufgaben methodisch geordnet und zu Gruppen zusammengestellt, die einen allmäligen Uebergang vom Einfachen zum Complicirteren zeigen. Die Aufgaben sind in Bezug auf die Form und das Resultat hübsch gewählt. Ref. hebt u. a. die reichhaltigen §§ 4, 5, 6 und 8 bis 11 hervor. Erstere enthalten eine grosse Anzahl von Aufgaben, in denen algebraische Ausdrücke zu logarithmischen Zwecken umgeformt werden sollen; letztere bringen einen grossen Reichthum an trigonometrischen Gleichungen. Dem Ref. sei es gestattet noch einige Wünsche zu äussern. Zunächst wäre es gewiss zweckmässig, wenn noch mehr als es geschehen ist, den einzelnen Aufgabengruppen diejenigen goniometrischen Grundformeln vorangestellt wären, zu deren Einübung sie vorzugsweise dienen sollen. Ferner könnten Aufgaben über die Berechnung der trigonometrischen Functionen der Winkel eines rechtwinkligen Dreiecks aus zwei Seiten desselben schon ganz am Anfange des Buches gebracht werden. Endlich hätte Ref. noch gern Aufgaben zur Einübung der Formeln für Functionen von Summen und Differenzen gesehen. Dieselben lassen

sich u. a. in folgender Weise aufstellen. Aus $\sin\alpha = \frac{4}{5}$ und $\operatorname{tg}\beta = \frac{5}{12}$ soll man die sämmtlichen Functionen von $\alpha \pm \beta$, $2\alpha \pm \beta$ u. a. berechnen.

An dem trigonometrischen Theile der Sammlung ist eine ungewöhnliche Mannigfaltigkeit hervorzuheben. Die Hauptfälle der Berechnungen rechtwinkliger und schiefwinkliger Dreiecke werden ausser an speciellen Beispielen noch durch eine bedeutende Menge eingekleideter Aufgaben eingeübt. Selbstverständlich sind auch Aufgaben, in denen ein Dreieck aus anderweitigen Bestimmungsstücken berechnet werden soll, vorhanden, jedoch sind nicht allgemeine Principien zu deren Auflösung aufgestellt. In ziemlich ausgedehntem Maasse bringt Verf. auch Aufgaben aus der Geometrie der Lage. Vielleicht dürfte er in diesem Punkte etwas zu weit gegangen sein. Wenn er die schönen Sätze der neueren Geometrie trigonometrisch, vornehmlich mit Hülfe der Sätze des Menelaus und des Ceva beweisen lassen will, so wird er den Schülern diesen schönen Zweig der Mathematik nicht sonderlich ans Herz legen. Es kommt ja anerkanntermassen in der neueren Geometrie erst in zweiter Reihe auf die durch sie gewonnenen Sätze an, in erster Reihe aber auf die so ungemein eleganten und fruchtbaren Methoden. Eine gewisse Fruchtbarkeit kann man freilich der Anwendung der genannten Sätze nicht absprechen, aber an Eleganz lässt sie gewiss zu wünschen übrig, zumal bei trigonometrischer Behandlung. Den Schluss der Sammlung bilden Aufgaben aus der Physik.

Noch möge lobend hervorgehoben werden, dass Verf. sich in dem ganzen Buche niemals der Functionen sec und cosec bedient. Möchte doch bald dieser lästige Ballast völlig aus der Elementarmathematik verschwinden.

Königsberg i. N. VON LÜHMANN.

JUNGHANS, Dr. K. F. (Professor am Stadt-Gymnasium in Stettin), Lehrbuch der ebenen Geometrie. Berlin 1879, Weidmann'sche Buchhandlung. 2 Theile. 551 S. Preis beider Theile 4 ℳ 80 ₰.

Das vorliegende Buch hat, wie der Verfasser in der Vorrede sagt, den Zweck, den Schülern eine ausführliche und correcte Darstellung des in der Lehrstunde durchgenommenen Pensums zur Repetition in die Hand zu geben, da sie sonst gezwungen wären, sämmtliche Sätze auszuarbeiten und hierdurch mit Arbeiten überhäuft würden. Deshalb verwirft er alle Paragraphencitate, hat aber dennoch an einigen wenigen Stellen, um Beweise abzukürzen, zu diesem Hülfsmittel seine Zuflucht nehmen müssen. Indirecte Beweise sind möglichst vermieden und hauptsächlich nur bei den Umkehrungssätzen in Anwendung gebracht.

Zunächst sind die bekannten Lehrsätze und die mit ihnen eng verbundenen Aufgaben nach den bisher üblichen Gesichtspunkten und Methoden sehr ausführlich dargestellt. Nach der Ansicht des Referenten hätten einige Sätze, die auch bei späteren Beweisen oder Aufgaben nicht benutzt werden, fortgelassen werden können. Z. B. § 110: Wenn zwei Parallelogramme oder Dreiecke gleiche Grundlinien, aber ungleiche Höhen haben, so hat das mit der grösseren Höhe die grössere Fläche, und ebenso bei gleichen Höhen und ungleichen Grundseiten. § 114 und 115: Geometrische Beweise von $ab + ac = a(b + c)$ und $(2a)^2 = 4a^2$. Ferner die fünf Beweise des Pythagoreischen Lehrsatzes, einer wäre wohl ausreichend; ebenso auch wohl eine Methode zur Berechnung von π, während sich im Buch deren drei vorfinden.

Was die Darstellung und Anordnung der Sätze betrifft, so hebt Ref. Folgendes hervor: Die Congruenzsätze folgen ohne Unterbrechung auf einander; wie gewöhnlich sind zwei durch Aufeinanderlegen, die beiden anderen durch Benutzung der Sätze über das gleichschenklige Dreieck bewiesen; daher war der Satz, dass im gleichschenkligen Dreieck die Basiswinkel gleich sind, sowie seine Umkehrung vorher zu beweisen. Der erste ist durch Aufeinanderlegen, die Umkehrung indirect bewiesen. — Die Bemerkung über die Reihenfolge, in welcher die Buchstaben ähnlicher Dreiecke auszusprechen sind, mit der Ref. sehr einverstanden ist, ist jedenfalls auch für congruente Dreiecke massgebend und hätte daher wohl an die Stelle gehört, wo die Congruenz behandelt wird, und nicht erst bei dem Satze über die mittlere Proportionale am rechtwinkligen Dreieck, da die Schüler nicht früh genug an diese Bezeichnungsweise gewöhnt werden können. — Die Sätze, dass sich im Dreieck die Mittelsenkrechten sowie die Winkelhalbirenden in einem Punkte schneiden, werden wohl zweckmässiger nicht in dem Abschnitt über Dreiecke, sondern bei den Aufgaben um und in ein Dreieck einen Kreis zu beschreiben, bewiesen. — Gut ist es, dass die beiden Sätze: „Wenn die Centrallinie zweier Kreise gleich der Summe resp. der Differenz beider Radien ist, so berühren sich die Kreise von aussen resp. von innen“ genau bewiesen sind, da sie bei Constructions-Aufgaben häufig Verwendung finden. — Gut ist es, dass in § 92 bei dem Beweise des Satzes vom Abschnittswinkel die drei Fälle unterschieden sind und dadurch der Beweis ganz vollständig geleistet ist. — Gut ist die zur Erläuterung des Pythagoreischen Lehrsatzes beigefügte Figur, in welcher die über den Seiten errichteten Quadrate in kleinere Quadrate der Längeneinheit getheilt sind; die Schüler können sich dann durch unmittelbare Anschauung davon überzeugen, dass das Quadrat über der Hypotenuse eben so viele Quadrate enthält, wie die über den beiden Katheten zusammengenommen. — Sehr klar und genau ist die Aufgabe „zu zwei gegebenen Strecken ein gemeinschaftliches Maass zu finden“ behandelt. — Dagegen ist Ref. mit den § 152 ein-

geführten Bezeichnungen der oberen und unteren Abschnitte von Dreiecksseiten nicht einverstanden. In vielen Lehrbüchern werden in den Sätzen, in denen zu einer Dreiecksseite eine Parallele gezogen wird, mit unteren Abschnitten diejenigen bezeichnet, welche zwischen der Parallelen und der betreffenden Dreiecksseite liegen; mit oberen die auf denselben Seiten zwischen der Parallelen und der Dreiecksecke liegenden. Ref. ist der Ansicht, dass die betreffenden Sätze besser so ausgesprochen werden: „Zieht man zwischen den Schenkeln eines Winkels Parallelen, so verhalten sich die Abschnitte eines Schenkels, wie die des anderen". Die Abschnitte eines Schenkels werden dann vom Scheitelpunkte an gerechnet; diese Bezeichnungsweise empfiehlt sich um so mehr, als die Schüler auch anzuleiten sind, die Höhenabschnitte einer Dreieckseite von einem festen Punkte an, dem Fusspunkte der Höhe, zu rechnen. — Wäre es nicht auch zweckmässiger, statt des Ausdrucks „seitenhalbirende Transversale" den „Mittellinie" einzuführen? Von anderer Seite ist dagegen gesagt, dass letzterer Ausdruck zu Verwechselungen mit der „Mittelsenkrechten" führen könnte und „Mediane" vorgeschlagen worden, welches der bei den Franzosen gebräuchliche terminus technicus ist; indessen ist derselbe auch dort zweideutig, da Mediane jede Diagonale eines Vielecks bezeichnet; einige deutsche Mathematiker bezeichnen mit Medianen auch die Winkelhalbirenden eines Dreiecks.

Unter den Aufgaben, welche als zum Pensum gehörig angesehen werden müssen, sind die über Theilung und Verwandlung der Figuren bei weitem am zahlreichsten vertreten, und unter diesen sind wieder diejenigen, welche mit Hilfe der mittleren Proportionale zu lösen sind, mit besonderer Vorliebe behandelt. Dagegen hätten vielleicht zu den Aufgaben: „x und y zu construiren, wenn $x+y=a$ und $xy=b$ gegeben sind" mehrere Auflösungen angeführt werden können, da sie bei der geometrischen Construction quadratischer Gleichungen zu verwerthen sind, und hier gerade bei verschiedenen Aufgaben verschiedene Methoden mit mehr oder weniger Vortheil zu benutzen sind. Ausserdem ist im 1. Theile das Wesen der geometrischen Analysis noch an verschiedenen Aufgaben erläutert, während im 2. Theile zahlreiche Aufgaben theils rein geometrisch, theils durch algebraische Analysis, theils durch Rechnungen gelöst sind, damit, wie der Verf. in der Vorrede sagt, die Schüler die nöthige Fertigkeit im Lösen geometrischer Aufgaben erlangen.

Im 2. Theile finden sich auch die wichtigsten Sätze der neueren Geometrie, jedoch vermisst Ref. unter denselben diejenigen über die Potenzlinie der Kreise. Verf. musste daher auch auf die schöne Steinersche Lösung des Apollonischen Berührungsproblems verzichten und sich auf die gewöhnliche Lösung dieser Aufgabe durch Reduction beschränken. Eine vielfache Verwendung finden die Sätze des Menelaus und Ceva. Dieselben treten hier nur als Gleichheiten von Producten auf ohne Rücksichtnahme auf das Vorzeichen der Strecken.

In Rücksicht auf den Schulunterricht kann man sich gewiss hiermit ganz einverstanden erklären. Freilich gestaltet sich nun die Anwendung dieser Sätze, wenn man beweisen will, dass drei Punkte in einer Geraden liegen, oder dass sich drei Gerade in einem Punkte schneiden, etwas schwerfällig; und wenn auch die Beweise solcher Sätze, wie der Pascalsche und Mongesche Satz, sehr kurz werden, so erscheinen sie doch gar zu undurchsichtig, während gerade die neuere Geometrie für diese Sätze so schöne durchsichtige Beweise hat.

Fassen wir nun unser Urtheil über das Buch zusammen, so verdienen die methodische Anordnung, ganz besonders aber die weniger kurze, als sprachlich einfache und leicht verständliche Darstellung sehr hervorgehoben zu werden, so dass das Buch denjenigen Lehrern, welche ihrem Unterrichte ein so ausführliches Buch zu Grunde legen wollen, entschieden zu empfehlen ist. Ferner ist es jüngeren Lehrern, die mehr einer methodischen als sachlichen Belehrung bedürfen, wie kaum ein anderes zu empfehlen; endlich kennt Ref. kein anderes, das sich so für den Selbstunterricht eignete.

Stettin. Lieber.

Boymann, Dr. Joh. Rob., Lehrbuch der Mathematik für Gymnasien, Realschulen und andere höhere Lehranstalten. 2. Theil: Ebene Trigonometrie und Geometrie des Raumes. 5. verbesserte Auflage, besorgt von Dr. Carl Werr, Gymnasiallehrer in Coblenz. Düsseldorf 1880, Schwannsche Verlagshandlung. Preis 2,25 ℳ.

Wir haben dieses Werk im Jahrg. IX, 209 in seiner 4. Aufl. ausführlich besprochen; in der 5. Aufl. ist, was Anordnung und Behandlung des Stoffes betrifft, im Wesentlichen nichts geändert; nur einige Verbesserungen, namentlich in der Trigonometrie, sind von dem neuen Bearbeiter vorgenommen, die wir auch als wirkliche Verbesserungen anerkennen. Die weitschichtige Betrachtung der Tangente und Cotangente ist passend geändert und gekürzt, wir bedauern nur, dass dennoch die zweite Tangente am entgegengesetzten Ende des Durchmessers beibehalten ist. Die Secante und Cosecante ist gänzlich beseitigt. Eine grosse Abkürzung ist endlich erzielt dadurch, dass bei der Berechnung der Dreiecke nur die vier wirklich verschiedenen Fälle berücksichtigt wurden; die Berechnung des Inhalts eines Dreiecks hätte noch eine bedeutende Einkürzung vertragen können. Im Einzelnen bemerken wir noch, dass wir die Benennungen „Gegenprojection“ und „Nebenprojection“ statt Gegenkathete und Nebenkathete nicht billigen können; was der Verf. Gegenprojection nennt, ist projicirende Gerade! Moniren müssen wir ferner den vom neuen Bearbeiter gebrauchten Ausdruck „Verhältniss der Dreiecksseite zum Sinus des gegenüberliegenden Winkels“; ein Verhältniss kann nur zwischen gleichartigen Grössen, nicht zwischen

einer Grösse und einer absoluten Zahl stattfinden. Zweckmässig ist hinzugefügt der Satz vom Radius des anbeschriebenen Kreises: $\varrho_a = s \cdot \mathrm{tg}\,\frac{1}{2}\alpha$, sowie der Satz von vier auf einander folgenden Stücken des Dreiecks und zwar in der Form: $\mathrm{tg}\,\alpha \cdot c - \sin\beta \cdot a = a \cos\beta \cdot \mathrm{tg}\,\alpha$.

In der Stereometrie finden wir eine passendere Definition des Neigungswinkels zweier Ebenen, und eine zweckmässige Umstellung der Sätze über die senkrechte Lage gerader Linien gegen eine Ebene. Hinzugefügt ist ferner der Begriff der Symmetrie bei Polyedern, und dem Eulerschen Satze ist der Grunertsche Beweis beigegeben; auch ist nach den Aufgaben über die Berechnung des Inhalts der Körper die Guldinsche Regel eingefügt. Hiernach kann diese neue Auflage mit Recht eine verbesserte genannt werden, die indess ohne Anstand neben den früheren gebraucht werden kann.

Lübeck. Chr. Scherling.

Wittstein, Dr. Th., Professor, Lehrbuch der Elementar-Mathematik. Dritter Band, zweite Abtheilung. Auch unter dem Titel: Anfangsgründe der Analysis, 2. Abth.: Analytische Geometrie. Hannover 1880. Hahnsche Buchhandlung. IV und 200 S.

„Spät kommt Ihr, doch Ihr kommt!" mussten wir uns sagen, als wir dieses Schlusssteins des Wittsteinschen Elementar-Lehrgebäudes ansichtig wurden, und nachdem wir es durchgesehen, freuen wir uns aufrichtig, dass der bewährte Altmeister Zeit gefunden hat, diesen Schlussstein zu liefern. Er beschränkt sich im Wesentlichen auf eine elementare Darstellung der Kegelschnitte, durch welche das mathematische Pensum auf dem Gymnasium zum Abschluss zu bringen ist. Mit Recht sagt der Verf. in der Vorrede: „Das Wesen der classischen Bildung besteht in der Kenntniss und Aneignung derjenigen geistigen Schätze, welche Griechenland und Rom in ihren Schriftwerken uns hinterlassen haben und zu deren Verständniss die Sprachen nur das Mittel sind und nur als solches behandelt werden sollen. Zu diesen geistigen Schätzen gehört aber unzweifelhaft und in hevorragender Weise die griechische Mathematik, welche in der sorgfältigen Durchforschung der Kegelschnitte ihre höchste Blüte getrieben hat. Wer diese nicht kennen lernt, der darf nicht von sich rühmen, dass er allseitige classische Bildung besitze und hat ein Recht dem Gymnasium, welches sie ihm vorenthielt, hieraus einen Vorwurf zu machen."

Wie nicht anders zu erwarten, ist Wittstein auch in diesem Werke dem Carnotschen Grundsatz treu geblieben: la première condition à remplir en mathématiques est d'être exact; la seconde est d'être clair et simple autant que possible. Die äussere Form ist die aus den früheren Bänden bekannte und bewährte.

Das Buch beginnt mit der Erklärung der Coordinatensysteme zur Festlegung eines oder mehrerer Punkte in der Ebene und der Verwandlung der Coordinaten in recht ausführlicher und klarer Weise. Aufgenommen hat hier der Verf. auch die Projectionen gebrochener Züge und die Gleichungen, welche unter den Seiten und Winkeln eines n-seitigen Polygons stattfinden. Ferner werden kurz die Fundamentalgleichungen der Trigonometrie und Tetragonometrie entwickelt und die Berechnung des Flächeninhalts eines Polygons aus den gegebenen Coordinaten seiner Eckpunkte gelehrt sowohl für rechtwinklige, wie für Polar-Coordinaten. Der zweite Abschnitt handelt von den Gleichungen der Linien erster und zweiter Ordnung. Es werden zuerst der Reihe nach die Gleichungen der Geraden, des Kreises, der Parabel, Ellipse und Hyperbel, diese drei als geometrische Oerter aufgefasst und ohne die Namen zu gebrauchen, entwickelt, sodann wird gezeigt, wie jede Linie 1. O. für rechtwinklige Coordinaten eine gerade Linie darstellt und was sich aus Combinationen solcher Gleichungen ergiebt; dann folgt eine Charakteristik aller Linien zweiter Ordnung, hergeleitet aus der allgemeinen Coordinaten-Gleichung zweiten Grades. Im dritten Abschnitt werden nun erst die Eigenschaften dieser Linien, als wirkliche Kegelschnitte betrachtet, näher untersucht. Als Anwendungen sind hinzugefügt 1) die Aufgabe von der Verdoppelung eines Würfels, welche gelöst wird theils durch Construction zweier Parabeln, theils mittelst eines Kreises und einer Parabel, theils mittelst einer Hyperbel und eine der vorigen Curven. 2) Die Aufgabe der Dreitheilung eines beliebigen Winkels, gelöst mittelst der Hyperbel und eines Kreisbogens. Den Tangenten und Normalen der Kegelschnitte ist der 4. Abschnitt gewidmet in sehr ansprechender Weise, indem der Verf. ausgeht von der Festlegung der Tangente einer beliebigen Curve mittelst Grenzbestimmung. Im 5. Abschnitt werden die Diameter der Kegelschnitte betrachtet und diesem noch eine allgemeine Construction der Kegelschnitte für schiefwinklige Coordinaten hinzugefügt. Als besonders werthvoll müssen wir den 6. Abschnitt bezeichnen, in welchem die für den Anfänger schwierige Theorie der Krümmungshalbmesser, Krümmungskreise u. s. w. an den Kegelschnitten in elementarer Weise recht anschaulich gemacht wird. Im 7. Abschnitt wird die Inhaltsberechnung der Kegelschnitte in allgemeinerer und exacterer Weise, als es gewöhnlich geschieht, vorgenommen. Im 8. Abschnitt endlich betrachtet der Verf. die aus den Kegelschnitten entstehenden Rotationskörper und deren Inhaltsberechnung. Mittelst des Cavalleri'schen Grundsatzes wird nachgewiesen, dass jedes Conoid, welches aus der Rotation eines Kegelschnitts um seine Axe entsteht, an Inhalt einem Sphenisken von gleicher Grundfläche und gleicher Höhe gleichgesetzt werden kann, so dass also ein jedes unmittelbar aus den Dimensionen dieses Conoids nach der Inhaltsformel des Prismatoids, speciell des Sphenisken, berechnet werden

kann, also nach der Formel $J = \frac{h}{3}(\frac{1}{2}G + 2D)$, wo G die Grundfläche und D die in halber Höhe gewonnene Durchnittsfläche und h die Höhe bedeutet. Zugleich wird aber auch gezeigt, wie diese Berechnung aus den Coordinaten des rotirenden Kegeschnitts geschehen könne.

Aus dem Mitgetheilten wird hervorgehen, dass das Wittstein-sche Buch über die analytische Geometrie Manches enthält, was in ähnlichen Lehrbüchern nicht zu finden ist. Dadurch und durch die grosse Klarheit und logische Strenge der Darstellung empfiehlt es sich selbst. Wir wünschen ihm eine grosse Verbreitung.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

SCHÜLER (Rector der k. Realschule in Freising), Lehrbuch der analytischen Geometrie des Punktes, der Geraden und der Kegelschnitte, dann der Strahlbüschel und Punktreihen. Mit Uebungsaufgaben. München 1879. Theodor Ackermann. 237 S. 4 Figuren-Tafeln in Steindruck. Preis: 4,80 *M*.

Das vorliegende Lehrbuch zerfällt, wie schon der Titel besagt, in zwei Theile: der erste führt in die analytische Geometrie nach Cartesius ein, der andere in die analytische Geometrie der Strahlbüschel und Punktreihen. Zuerst entwickelt der Verf. die Begriffe des recht- und schiefwinkeligen zweiaxigen Coordinatensystemes, behandelt hierauf die den Punktcoordinaten sich anschliessenden üblichen Aufgaben und geht alsdann zur Gleichung der geraden Linie über, wobei die Hessesche Normalform, so wie sie es verdient, in den Vordergrund tritt. Mit Hilfe des Satzes, dass sich durch die Gleichungen dreier Geraden in linearer Weise die einer beliebigen vierten zusammensetzen lasse, geht er zur Symbolik der abgekürzten Bezeichnungsweise über und wendet dieselbe auf das vollständige Vierseit an. Nach der Lösung des Problems der Coordinaten-Transformation folgt die Behandlung des Kegelschnittes. Derselbe wird mittelst eines Brennpunktes und seiner Leitlinie erklärt, und die Gleichung in Bezug auf das System von Hauptaxe und Leitlinie entwickelt. Aus dieser Gleichung ergiebt sich dann durch Transformation die Scheitel-, Brennpunkts-, Polar- und Mittelpunkts-Gleichung. Endlich wird noch am allgemeinen Kegelschnitt die Gleichung der Tangente und die des einem Durchmesser conjugirten entwickelt, wobei letzterer als der den Tangenten an den Endpunkten des ersteren parallele Durchmesser erklärt wird. Hierauf folgt eine eingehende Behandlung der Ellipse, Hyperbel und Parabel, deren Schluss einen Hinweis auf projective Beziehungen enthält in dem Satze: „Jede Tangente wird von allen übrigen Tangenten in Punkten geschnitten, die sich paarweise einander so zuordnen lassen, dass das Product der Abstände je zweier solcher zugeordneter

Punkte von dem Berührungspunkte der festen Tangente gleich ist dem negativen Quadrat des der letzteren parallelen Halbdurchmessers." Um die Reduction der allgemeinen Gleichung zweiten Grades herbeizuführen, wird zunächst durch Drehung des Systems das Glied xy beseitigt, und durch Parallelverschiebung alsdann die Hauptaxe und die Leitlinie zu Coordinatenaxen bestimmt, worauf dann noch die Ueberführung der Gleichung in die kanonische Form der Mittelpunktsgleichung stattfindet.

Der zweite Theil des Buches zerfällt in einen kleineren Abschnitt, welcher das Strahlbüschel an und für sich, und in einen grösseren, welcher die Coëxistenz zweier behandelt. Die Methode, welche hier Anwendung findet, ist natürlich fast ausschliesslich die der abgekürzten Bezeichnungsweise. Im ersten Abschnitt wird hauptsächlich die analytische Bedingung dafür, dass zwei Strahlenpaare harmonisch sind, und dafür, dass drei in Involution stehen, aufgefunden, sowie das Doppelverhältniss von vier Strahlen aus ihren Gleichungen bestimmt. Dem zweiten Abschnitt werden zwei Strahlenbüschel mit den Gleichungen $A + \lambda B = 0$ und $C + \mu D = 0$ an die Spitze gestellt. Die constanten Grössen λ und μ stellen zwei Strahlen dar und bestimmen deren Schnittpunkt. Die Parameter λ und μ können daher in Beziehung auf das System beider Strahlbüschel als Coordinaten jenes Punktes betrachtet werden. Hieran schliesst sich die Aufgabe der Coordinaten-Transformation, nämlich die Cartesischen Coordinaten x und y als Functionen von λ und μ darzustellen. Als specielle Fälle werden die des Zusammenfallens einzelner Strahlenpaare behandelt, nämlich $C = 0$ und $D = 0$; $A = 0$ und $C = 0$; und endlich $A = 0$ und $D = 0$. Diese bahnen den Uebergang zum System der Dreiecks-Coordinaten an und bringen ausserdem einen Beweis des wichtigen Lehrsatzes von der Unveränderlichkeit des Doppelverhältnisses. Nachdem auch noch der specielle Fall concentrischer Strahlbüschel erledigt worden ist, wird auf die allgemeine Lage zweier Strahlbüschel näher eingegangen. Ihre Projectivität wird als Gleichheit der Doppelverhältnisse erklärt. Die analytische Wiedergabe dieser Gleichheit beweist, dass zwei projectivische Strahlbüschel durch drei Strahlenpaare bestimmt sind. Hieran reiht sich die Behandlung von projectivischen Punktreihen und die Bestimmung der Doppelelemente zusammenfallender Büschel bezw. Reihen. Von besonderer Bedeutung sind nun die beiden projectivischen Strahlbüschel für den Kegelschnitt, welcher den Ort des Schnittpunktes entsprechender Strahlen angiebt. Für den besonderen Fall $\lambda = \mu$ wird die Gleichung des Kegelschnittes $AB - C^2 = 0$, und man erhält dann leicht die Gleichung der Secante, Tangente und Polare, da jetzt ein Punkt des Kegelschnittes schon durch einen Parameter λ bestimmt ist. Die Gleichungen von sechs auf der Peripherie paarweise zusammentreffenden Secanten geben durch ihre symmetrische Form einen einfachen Beweis des Pascalschen

Satzes. Interessant ist die Behandlung des Kegelschnittes als Tangentengebilde, da bei derselben von Linien-Coordinaten vollständig abgesehen wird. Zunächst wird die Curve untersucht, welche bei Aenderung der Grösse λ von der Geraden mit der Gleichung $A + 2\lambda C + \lambda^2 B = 0$ eingehüllt wird. Dieselbe ist der Kegelschnitt $AB - C^2 = 0$. Hierauf gründet sich dann die Entstehung des Kegelschnittes mittelst projectivischer Punktreihen und der Beweis des Lehrsatzes von Brianchon. Alsdann wird der Sinn des Strahlbüschels und der Punktreihe schärfer präcisirt, und untersucht, in welchem Fall derselbe bei linearer Transformation des Parameters sich ändert; auch findet der wichtige Satz seine Erledigung, dass das Doppelverhältniss bei linearer Transformation erhalten bleibt. Alsdann überträgt der Verfasser den Begriff der Involution auf die Punkte und Tangenten des Kegelschnittes. Die neue Auffassungsweise dieser Curve als krummlinige involutorische Punktreihe lässt nun den Mittelpunkt, die Asymptoten, die conjugirten Durchmesser, die Achsen und die Brennpunkte, sowie das Eintheilungsprincip in neuem Lichte erscheinen, so dass der Leser auf diese Art zum Ausgangspunkte der Kegelschnittsbehandlung zurückgeführt wird.

Das Lehrbuch verdankt seine Entstehung den Vorlesungen, welche der Verfasser während sieben Jahren vor zahlreichen Zuhörern an der technischen Hochschule in München gehalten hat. Es nimmt daher eine Mittelstellung ein zwischen denjenigen Büchern, welche für eine höhere Lehranstalt bestimmt sind, wie z. B. Wiegand, Gandtner, Röntgen, und denjenigen, welche, wenn auch gerade keine Kenntnisse, so doch jedenfalls eine Routine in analytischer Geometrie voraussetzen, die zu einem Eindringen in die modernen Methoden befähigt, wie die berühmten Lehrbücher von Hesse und Clebsch. Es steht daher wohl auf gleicher Stufe wie die Bücher von Joachimsthal und Fort, obwohl das letztere die neueren Methoden streng vermeidet. Dass das Buch im Sinne der Neuzeit geschrieben ist, zeigt sich sofort an dem Zurücktreten der Rechnung, sowie an der eleganten Art der Darstellung. Wiewohl der Verfasser in der Symbolik der abgekürzten Bezeichnungsweise und in der Geometrie der Strahlbüschel moderne Methoden behandelt, so hat er es doch verstanden, sich nach oben hin eine Grenze zu setzen, deren strenges Einhalten das Studium erleichtert. So wird z. B. nirgends von Linien-Coordinaten oder Determinanten Gebrauch gemacht, wenn auch häufig ihre Anwendung sehr nahe liegt. Geht daher der Anfänger durch dieses Buch vorbereitet zum Studium beider über, so werden sie ihm viel eher als Bedürfniss erscheinen, und er wird sich daher um so leichter in ihren Gebieten zurecht finden. Vielfach finden sich Hinweisungen auf die Invariantentheorie vor, wie z. B. S. 44 gelegentlich der Coordinaten-Transformation, S. 209 bei dem Nachweis der Invarianteneigenschaft des Doppel-

verhältnisses, namentlich aber S. 110 und 111, wo die Invarianten zur Reduction der allgemeinen Gleichung zweiten Grades benutzt werden. Die Darstellungsweise ist einfach und klar; dabei sucht sie nie einen Gegenstand zu erschöpfen und lässt also dem Leser immer noch Stoff zum Denken übrig. Dass die Quadratur der Kegelschnitte fortgeblieben ist, hat jedenfalls seine Berechtigung, da dieselbe mit der analytischen Geometrie als solcher gar nichts zu schaffen hat. Im zweiten Theile lehnt sich der Verfasser augenscheinlich an die analytische Geometrie der geraden Linie und des Kreises von Hesse und dessen vier Vorlesungen über Homographie an. Nur schreibt Hesse abstracter und daher für den Anfänger schwieriger als Jener. Wir würden das Buch daher recht gern Jedem, der die analytische Geometrie nach Hesse zu studiren wünscht, als Vorbereitungsmittel empfehlen. Weniger dagegen wird sich das Buch, wie es der Verfasser meint, als Vorstudium zu Hankels Elementen der projectivischen Geometrie eignen. Die letzteren führen den Anfänger in vorzüglicher Weise in die verschiedenen Systeme der neueren synthetischen Geometrie ein, ohne ihn aber in eines derselben zu vertiefen. Im Uebrigen machen sie an die Vorbildung des Studirenden keine höheren Ansprüche, als das Schülersche Werk auch, so dass die Frage, welches der beiden Bücher wohl zuerst studirt werden müsse, mit der zusammenfällt, ob man die neuere Geometrie lieber synthetisch oder analytisch zuerst zu behandeln habe. Wir glauben, dass es nur Wenige gibt, die bei der Einführung der analytischen Methode den Vorzug geben; ist ja dieselbe auch erst auf Grund der Synthese entstanden. Hiernach würde wohl zuerst das Studium von Hankel und dann erst das von Schülers zweitem Theil zu empfehlen sein. Anders ist es mit Reye, der denn doch höhere Anforderungen stellt als Hankel.

Es sei nun noch bemerkt, was uns an Einzelheiten bei der Durchsicht des Buches besonders aufgefallen ist.

S. 10 Aufg. 7. „Gegeben sind zwei Punkte und ihre Entfernung c.“ Dieser Wortlaut kann nicht gut so bleiben. Ferner bedarf jedenfalls S. 15 folgender Satz einer klareren Fassung: „Die Hessesche Normalform verdient aus dem Grunde, dass sie existirt, welches auch die Werthe der Constanten in der allgemeinen Gleichungsform sein mögen, wohl auch allein diesen Namen.“ S. 18 ist der Satz: „Jede lineare Gleichung, die eine willkürliche Constante in linearer Weise enthält, stellt eine gerade Linie dar, die durch einen festen Punkt geht; u. s. w.“ nur an der Gleichung $y - y_1 = \mu(x - x_1) = 0$ nachgewiesen, statt an der Gleichung: $y(A\mu + B) + x(C\mu + D) + E\mu + F = 0$. S. 22 muss der Satz: „Die Gleichungen paralleler Linien unterscheiden sich nicht in den Gliedern von x und y, sondern nur durch das constante Glied;“ etc. eine andere Fassung erhalten, z. B.: Die Gleichungen paralleler Linien lassen sich stets in einer solchen Form geben, dass sie sich

nur durch das absolute Glied unterscheiden; wenn man es nicht vorzieht, den Satz lieber umgekehrt auszusprechen. Das oben bereits hervorgehobene Zurücktreten der Rechnung macht sich geradezu wohlthuend bemerkbar bei der Coordinaten-Transformation. Während letztere in den meisten Lehrbüchern durch ein complicirtes, fast geradezu abschreckendes Verfahren gewonnen wird, tritt hier der leitende Grundgedanke ganz in den Vordergrund, und dies ermöglicht, das Resultat ohne Weiteres hinzuschreiben. Es wird wirklich hohe Zeit, dass man in den verschiedenen Lehrbüchern der analytischen Geometrie endlich einmal anfängt, mit dem überflüssigen, historisch überlieferten Zahlen- und Buchstaben-Ballast aufzuräumen, welcher wegen seines Mangels an Uebersichtlichkeit dem Anfänger das Studium sehr erschwert, ausserdem der analytischen Geometrie in einem schablonenartigen Mechanismus einen Schein von Systematik verleiht, welche sie in Wirklichkeit nicht besitzt, und welcher endlich den Anfänger auf Bahnen bringt, denen er auf die Dauer unmöglich treu bleiben kann. Uebrigens dürfte wohl am einfachsten die Lösung des allgemeinen Falles der Transformation eines schiefwinkeligen Systemes in ein anderes mit Hülfe der Hesseschen Normalform: $x \cos \alpha + y \cos \beta - \delta = 0$ geschehen. Dass die linke Seite für die Coordinaten x, y eines fremden Punktes den Abstand desselben von der Geraden wiedergiebt, ist ja auf einfachem synthetischen Wege geradezu abzulesen. Diese Thatsache ergiebt dann ohne Weiteres die gesuchten Transformationsformeln. Abgesehen hiervon erhält man für den speciellen Fall rechtwinkeliger Systeme mit gemeinsamem Anfang die Formeln sofort, wenn man den Radius Vector gleich 1 setzt, so dass x_1, x_2 und y_1, y_2 die Cosinus bezw. Sinus zweier Winkel werden, deren Differenz dem Drehwinkel gleich ist. Der Verfasser benutzt zur Ableitung der Transformationsformeln Normalprojectionen, die ihn in den Stand setzen, die Uebergänge beider Systeme in einander rasch zu erledigen.

Neu war uns das Wort conjungirt statt conjugirt. Was den Verfasser zu dieser Neuerung veranlasst hat, wissen wir nicht. Warum soll denn nun eigentlich dies letztere, allgemein eingebürgerte Wort, das ja Jedem noch aus seiner Sextanerzeit her bekannt ist, durch das erstere verdrängt werden? Keinesfalls aber darf man in einem Lehrbuche beide Worte brauchen, wie dies hier geschehen ist; findet sich doch das Wort conjugirt wiederholt in den Uebungsaufgaben und auch später in der Geometrie der Strahlbüschel wieder vor.

Auf Seite 73 macht sich die Bemerkung etwas eigenthümlich: „Es ist unschwer, nachzuweisen, dass die Verbindungslinien der Endpunkte conjugirter Durchmesser ebenfalls ein Parallelogramm bilden.“ Warum nur der conjugirten Durchmesser?

Auf den neuen Beweis des Satzes, dass die Winkel, welche die Tangente mit den Brennstrahlen des Berührungspunktes bildet,

gleich seien (S. 74), sei hierdurch aufmerksam gemacht. Auf S. 100 wird die Parabel als specieller Fall der Ellipse dargestellt. Warum nicht ganz auf dieselbe Art auch als Hyperbel? Bei der Reduction der allgemeinen Gleichung zweiten Grades hat der Verfasser mit Recht erst das Coordinatensystem gedreht und dann parallel verschoben, und nicht umgekehrt, wie es leider häufig vorkommt. Als neues System wird aber hier nicht, wie üblich, das System der Kegelschnitts-Axen gewählt, sondern das System von Leitlinie und Hauptaxe. Dieser Uebergang ist nun aber nicht mit der wünschenswerthen Strenge durchgeführt, wie sogleich gezeigt werden soll. Die Gleichung für $\tang 2\alpha$, welche das Fortfallen des Gliedes xy bezweckt, hat offenbar zwei um 90^0 verschiedene Auflösungen für den Winkel α. Führt man nun die allgemeine Gleichung auf die kanonische Form zurück, so ist es gleichgültig, welchen Winkel man wählt, d. h. ob man die Haupt- oder Nebenaxe in die x-Axe verlegt, da ja ein Vertauschen von x und y in der Gleichung $Qx^2 + Ry^2 = 1$ eine Aenderung der Form nicht zur Folge hat. Anders aber ist es bei dem vorliegenden speciellen Coordinatensystem, welches zur Gleichung der Curve verlangt: $y^2 + Qx^2 - 2Rx + R^2 = 0$. Man hat hier entweder denjenigen Winkel α zu wählen, welcher die x-Axe der Hauptaxe parallel legt, oder man hat bei beliebig getroffener Wahl von α hierauf zu entscheiden, ob man die Gleichung auf die eben aufgestellte Form oder auf die $x^2 + Qy^2 - 2Ry + R^2 = 0$ zurückführen will. Die Berechnung des Verfassers ergiebt zwei symmetrische Gleichungen für die unbekannten Coefficienten A und B. In den Resultaten, welche er aus denselben (7) folgert, könnte ebensogut auch A mit B vertauscht sein. Trotz der willkürlichen Vertheilung der Wurzelwerthe unter A und B wird später die Gleichung (10) durch Parallelverschiebung so transformirt, dass der Coefficient von y verschwindet, wiewohl hier erst untersucht werden muss, ob es nicht richtiger sei, den von x verschwinden zu lassen. Dies Verfahren rächt sich weiter unten. Zur Bestimmung von a, der Entfernung des Brennpunktes von der Leitlinie, ergiebt die quadratische Gleichung (13) zwei Werthe. Diese können indess imaginär werden, ohne dass es der Kegelschnitt ist. Ebenso kann die Excentricität e in (14) bei reellem Kegelschnitt einen imaginären Werth erhalten, wenn in dem oben angegebenen Falle eine unrichtige Wahl getroffen worden ist. Eine hierauf bezügliche Bemerkung findet sich erst später auf S. 123 gelegentlich eines Uebungsbeispieles vor.

Auf S. 176 beweist der Verfasser den Satz: „Der geometrische Ort der Durchschnittspunkte entsprechender Strahlen zweier projectivischen Büschel ist ein Kegelschnitt.“ Hieraus folgert er: Da zur Bestimmung der beiden Strahlbüschel fünf Punkte hinreichen, so ist auch der Kegelschnitt durch fünf Punkte vollständig bestimmt. Diese Schlussfolgerung scheint uns nicht richtig zu sein. Es fehlt hier nämlich der Beweis, dass der auf jene Art erhaltene Kegel-

schnitt auch der allgemeine Kegelschnitt sei, oder mit anderen Worten, es fehlt der umgekehrte Satz: Jeder Kegelschnitt kann auf obige Art mittelst zweier projectivischen Strahlbüschel entstanden gedacht werden. Diese Lücke wird ganz einfach mittelst des Satzes von der Bestimmung des Kegelschnittes durch fünf Punkte beseitigt. Derselbe muss hier also als Grund, nicht aber als Folge Verwendung finden. Da sein analytischer Nachweis bekanntlich sehr einfach ist, so hat der Schaden weiter keine Bedeutung*). Endlich hätten wir auf S. 224 statt reeller und imaginärer Secante (Z. 15. 16 v. oben) lieber die Bezeichnungen reale und ideale Secante gelesen, da ja die Secanten in jedem Falle reell sind und es nur auf die Schnittpunkte ankommt, ob dieselben reell oder imaginär sind.

Abgesehen von den wenigen Aenderungsvorschlägen, die wir uns erlaubt haben, können wir das Buch Jedermann zum Studium oder zum Unterricht der analytischen Geometrie warm empfehlen, zumal ein gut gewähltes, ziemlich reichhaltiges Uebungsmaterial vorhanden ist. Wir würden uns freuen, wenn das Buch eine weite Verbreitung fände, denn es lässt der Unterricht in der analytischen Geometrie allenthalben noch recht viel zu wünschen übrig. Sollte eine zweite Auflage erscheinen, so bitten wir übrigens den Herrn Verfasser um eine recht strenge Correctur; nicht allein, dass in dieser ersten Auflage gar nicht selten Buchstaben verschiedenartiger Alphabete zusammenkommen und dass Buchstaben verstellt sind, ist auch die ziemlich beträchtliche Zahl Druckfehler, welche sich am Schluss des Buches verzeichnet findet, und die, wie es scheint, noch bei weitem grössere, welche sich nicht verzeichnet findet, oft recht störend.

Einige der letzteren mögen hier folgen:

Inhaltsverz.: S. 66 st. 56. Inhaltsverz.: S. 137. Doppelverhältniss. S. 21, Z. 14 v. ob. S. 27, Z. 6. 7. v. u. S. 32, Z. 5 v. u. S. 39, Z. 4 v. o. S. 73, Z. 7 v. u. S. 82, Z. 1 v. o. S. 83, Z. 3 v. u. S. 84, Z. 10 v. o. S. 110, Z. 12. 13 v. u. S. 162, Z. 15. 17 v. o. S. 176, Z. 12 v. u. S. 207, Z. 16 v. o. Druckfehlerverz.: S. 88.

Leipzig. WEINMEISTER I.

PSCHEIDL, W. (Prof. am Gymnasium in Teschen), **Einleitung in die praktische Physik.** Mit 25 Holzstichen. VIII und 91 S. Braunschweig 1879, Vieweg.

Grössere Werke dieser Art besitzen wir von Dr. L. Külp (1874) und F. Kohlrausch (3. Auflage, 1877)**); dieselben machen jedoch durchaus nicht obiges Werkchen überflüssig. Im Gegentheile ist letzteres eine empfehlenswerthe Vorschule für jene, indem es in

*) Man vergl. Hesse, Vier Vorlesungen aus der analytischen Geometrie, II. Vorl. 3) 4).

**) 4. Aufl. 1880. Siehe hier S. 77. Bibliogr. D. Red.

guter Auswahl die allerwichtigsten und interessantesten Objecte der physikalischen Messung bringt, und diese je mit der zugehörigen Theorie elementar-mathematisch behandelt. Dabei ist in anerkennenswerther Weise vorherrschend auf einfachere, leichter zu beschaffende Instrumente Rücksicht genommen, und es sind auch die nothwendigen Tabellen dem Werkchen angeschlossen. Der Stoff dieses physikalischen Praktikums erstreckt sich auf messende Versuche und Aufgaben bezüglich der Wage, des Trägheitsmomentes, des Pendels, der Dichtenbestimmung, der barometrischen Höhenmessung, der Compression des Wassers, der Ausdehnung des Quecksilbers, der specifischen Wärme, der Hygrometer, der optischen Brechungsexponenten, der mikroskopischen Vergrösserung, der Wellenlängen des Lichtes, der magnetischen Schwingungen und der Volta'schen Strommessung. Die Darstellung ist einfach, klar und präcis und das Büchlein wird daher Jedermann willkommene Hülfe bringen, der sich als Anfänger in der physikalischen Messung versuchen oder der sich über das Vorgehen der quantitativen Physik belehren will.

P.

KLINKERFUES, Dr. Prof. W. (Director der Sternwarte in Göttingen), Die Principien der Spectral-Analyse und ihre Anwendung auf Astronomie. 8°. 42 S. Berlin 1879, Bichteler & Comp.

Dieses Heftchen bringt eine sehr gedrängte Darstellung der Spectral-Analyse nebst ihrer Anwendung auf die Astronomie; es beginnt einleitend mit den Elementen der Wellenlehre des Lichtes und geht so bald als möglich auf seinen eigentlichen Gegenstand über. Nachdem das Grundprincip der Spectral-Analyse und dessen Erklärung gegeben worden ist, werden die Spectral-Erscheinungen des Weiteren erörtert. Es folgt die Behandlung der Umkehrung des Spectrums, der Protuberanzen, der Sonnenflecken, der Photosphäre, des Einflusses der Bewegung auf die Lage der Spectrallinien, der Corona, des Nordlichtes, der Fixsternen-Spectra, der veränderlichen und neuen Sterne, der Nebelflecke, des Spectrums der Planeten uud des Mondes und endlich auch der Kometen. Das Werkchen empfiehlt sich als eine gute Uebersicht der neuen Eroberungen der Spectral-Analyse im Weltraum. P.

RÜHLMANN, R., Dr. u. Prof., Handbuch der mechanischen Wärmetheorie. II. Band, 1. Lief. 320 Seiten. Braunschweig, Vieweg u. Sohn. 1878.

Der erste Band dieses systematischen Repertoriums der Thermodynamik wurde bereits in diesen Blättern angezeigt*). Derselbe be-

*) VII, 399. D. Red.

handelte die beiden Hauptsätze der mechanischen Wärmetheorie und ihre Anwendung auf das Studium der Gase und der Veränderungen des Volumens und des Aggregatzustandes. Die vorliegende 1. Lieferung des II. Bandes hat die Molekulartheorie und einen Theil der Thermochemie zum Gegenstande. Auch hier wurde, wie bereits früher, die in- und ausländische Literatur in ausgiebigem, dankenswerthem Grade benutzt, so dass das Werk nicht nur ein Lehrbuch, sondern auch ein Nachschlagebuch für den Lehrer und Forscher bezüglich der Thermodynamik vorstellt. Als mathematische Vorkenntnisse genügen ein Cursus über die höhere Analysis, Experimentalphysik und Experimentalchemie. Da das vorliegende Heft die Molekularconstitution behandelt, so versteht es sich von selbst, dass nunmehr auf die hypothetische Seite dieses Gegenstandes eingegangen werden muss. In dieser Richtung ist besonders interessant und wichtig das Geschichtliche über die Molekulartheorie, namentlich in Beziehung auf die Gase. Es wird hier auf Lucretius zurückgegangen und, unter Anführung von Zwischenmännern, bei Daniel Bernoulli etwas Halt gemacht, der schon eine Auffassung über das Wesen der Gasform hat, welche der heutigen Gastheorie nahe steht. Es kommt dann die diesbezügliche Ansicht von Le Sage zur Besprechung. Mit Recht behandelt der Herr Verfasser hierauf ausführlicher die Gastheorie von Krönig. So vorbereitet gelangen wir endlich zur modernen Gastheorie von Clausius und Maxwell, welche selbstverständlich sehr eingehend dargelegt wird. Hieran schliessen sich Abhandlungen über die innere Reibung der Gase, über deren Wärmeleitung, über die Schallfortpflanzung und endlich über die Grösse der Moleküle. Die Thermochemie beginnt ihre Untersuchungen über Atomgewicht und specifische Wärme, und behandelt hierauf die Aequivalenz zwischen Wärme und chemischer Arbeit. In allen diesen Capiteln sind die genau citirten Originalarbeiten der betreffenden Forscher der Darstellung zu Grunde gelegt; es ist also dem Leser ermöglicht, Materien, die ihn besonders interessiren, in den Originalschriften nachzusehen. Ein Buch, welches wie dieses, die Resultate der Forschung der Wärmemechanik systematisch ordnet und mit allen Behelfen (Tabellen, Citaten etc.) zum Studium versieht, welches ferner in der Geschichte des Gegenstandes gut orientirt, ein solches Buch kann sowohl von dem Forscher als Nachschlagebuch benützt, als auch dem minder Fortgeschrittenen als Lehrbuch empfohlen werden.

P.

NEISON, EDM., Der Mond. Deutsche Originalausgabe. Mit einem Atlas von 26 Karten und 5 Tafeln in Farbendruck. Braunschweig 1878, Vieweg. XIV u. 426 S. Preis 18 *M*.

Bekanntlich war Galilei der erste, welcher das nach ihm benannte Fernrohr gegen den Mond richtete (1609) und welcher bald

erkannte, dass die Oberfläche des Mondes jener der Erde einigermassen ähnlich sei, wobei jedoch die vorherrschende Formation der Gebirge auf dem Monde von der Gestaltung der Gebirge auf der Erde sehr verschieden erscheine. Galilei entwarf auch nach dem Augenmaasse die erste Mondkarte, welche, obschon ungenau, ihn dennoch bei seinen weiteren Beobachtungen zur Entdeckung der Libration des Mondes in Breite brachte. Auch die Höhe einiger lunarischer Berge suchte er trigonometrisch zu bestimmen, indem er abschätzte, wie weit die Gipfel der hohen Spitzen jenseits der Lichtgrenze sichtbar blieben. Um dieselbe Zeit zeichnete in ähnlicher Weise Scheiner einige Skizzen der Mondesoberfläche. Die erste befriedigende Mondkarte brachte Hevelius (1643); es folgten dann Selenographien und Mondeskarten von Riccioli (1651), Cassini (1680), Tob. Mayer (1775), Lambert (1775), Schröter (Selenographische Fragmente, 1791) und Lohrmann (1824); Lohrmanns vorzügliche Karte wurde in neuerer Zeit von Jul. Schmidt vollendet. Im Jahre 1838 erschien auch von Lohrmann eine ausgezeichnete Generalkarte des Mondes. Die ausgedehnteste und beste Arbeit in der Selenographie leisteten Beer und Mädler (1836—1837); ihr grosses Werk „Der Mond" schien alle Hauptfragen bezüglich der Oberfläche des Mondes endgiltig gelöst zu haben. Später jedoch erkannte man, dass dies keineswegs vollkommen der Fall ist. Die British Association wählte daher im J. 1864 ein Comité, welches die beste Methode zur detaillirten Katalogisirung und Zeichnung der Mondoberfläche aufsuchen sollte. Schon zwei Jahre später (1866) erschienen nach einer eigenthümlichen von der British Association gebilligten Methode zwei Sectionen einer Mondkarte; im Jahre 1868 folgte eine dritte, und später noch eine Section dieser Mondkarte; seitdem scheint das grosse Unternehmen in's Stocken gerathen zu sein. Eine vorzügliche Mondkarte kam ferner 1868 heraus von Jul. Schmidt. Trotz dieser neuen Mondkarten verlor die oben erwähnte Mondkarte von Beer und Mädler nichts an Bedeutung, ja sie blieb noch immer das unentbehrliche Hauptwerk auf diesem Gebiete bis zu dem Erscheinen von Neisons „The moon and the condition and configuration of its surface" (London 1876); von letzterem Werke nun ist das vorliegende Buch die autorisirte deutsche Originalausgabe.

Neisons Buch „Der Mond" leistet der Selenographie zunächst schon dadurch einen hohen Dienst, dass es das Beer-Mädler'sche Werk für unsere Zeit revidirt und ergänzt. Dadurch bleibt die vorzügliche Beer-Mädler'sche Selenographie, welche bisher allgemein als Grundlage bei der Erforschung der Beschaffenheit und Topographie der Mondoberfläche angenommen worden ist, auch fernerhin der Neuzeit erhalten. Allein dies bildet nicht den Schwerpunkt des Neison'schen Werkes. Wohl liegt auch letzterem die Beer-Mädler'sche Selenographie zu Grunde. Allein es würdigt

ebenso Schröter und Lohrmann, deren schöne Studien der Mondoberfläche von Beer-Mädler viel zu wenig beachtet worden sind, und deren Arbeiten, besonders aber Schröters, für neuere Fragen der Selenographie von Bedeutung und Werth werden dürften. Das Hauptgewicht von Neisons „Der Mond" liegt darin, dass dieses Buch hauptsächlich neues Material bringt, welches entweder aus den vom Verfasser während acht Jahre angestellten Mondesbeobachtungen und aus hunderten von ihm entworfenen Mondesskizzen und Zeichnungen hervorgegangen ist (was vorherrschend der Fall ist), oder aus den Beobachtungen verschiedener neuerer Selenographen, deren nach Hunderten zählende Mondesskizzen dem Autor zu Gebote gestellt worden sind. In solcher Weise ist es gekommen, dass Neisons Mondkartenatlas einige tausend neue Objecte enthält, welche in Beer-Mädlers Mondkarte fehlen. Ebenso sind hier viele neue Rillen (Klüfte) eingetragen, welche im grossen Katalog von Schmidt nicht angeführt sind.

Die bisher in der Selenographie mit Vorliebe aufgenommene Hypothese, dass der Mond keine Atmosphäre besitze, wird von Neison mit stichhaltigen Gründen bekämpft, und im Gegentheile der Beweis für die Existenz einer Mondesatmosphäre von geringer Dichte und grosser Ausdehnung mit Erfolg geführt. Es wird ferner die Hypothese gestützt, nach welcher die Beschaffenheit der Oberfläche der Erde und ihres Mondes einst ein und dieselbe war. Es wird dann weiter gezeigt, dass beide Weltkörper analogen Veränderungen unterworfen waren, welche jedoch, wegen der verschiedenen physikalischen Verhältnisse, zu verschiedenen Ergebnissen geführt haben. Das vorliegende Werk bietet daher nicht nur den Fachmännern und Freunden der Astronomie die vollständigste Selenographie unserer Zeit, sondern das Buch ist auch für Geologen und Geographen interessant und wichtig, indem es gelegentlich Fragen behandelt, welche in das Gebiet der letzteren greifen. Die deutsche Uebersetzung enthält noch eine schätzenswerthe Zugabe von Dr. H. Klein, in welcher dieser jene Veränderungen der Mondoberfläche behandelt, welche erst nach dem Erscheinen des englischen Originalwerkes nachgewiesen worden sind.

Zum Schluss muss Ref. noch hervorheben, dass dieses Werk nicht nur die Kenntniss der Mondoberfläche, so vollkommen als dies in der Gegenwart nur irgend möglich ist, vermittelt, sondern dass es auch zu neuen Forschungen auf diesem Felde ermuntert. Die Selenographie setzt nur sehr wenige, leicht zu erwerbende astronomische Kenntnisse voraus. Ueberdies sind alle selenographischen Formeln von dem Verfasser im Schlussartikel zusammengestellt worden; sie verdanken ihre praktische Form dem Verfasser und sind meist von ihm selbst aufgestellt. Der Herr Verfasser versichert, dass mit Teleskopen von 3—5 Zoll Oeffnung, unter Zuhilfenahme eines geeigneten und dabei billigen Mikrometers, selenographische Arbeiten

geleistet werden können, welche an Genauigkeit und Vollkommenheit alles bisher Geleistete zu übertreffen vermögen. Werthvolle Beiträge zur Selenographie ist er bereit, in einer etwa neu erschienenen Auflage dieses Werkes mit Dank aufzunehmen. P.

FERRARIS, Dr. GALILEO (Professor am k. italienischen Gewerbemuseum in Turin), Die Fundamentaleigenschaften der dioptrischen Instrumente. Elementare Darstellung der Gauss'schen Theorie und ihrer Anwendungen. Autorisirte deutsche Ausgabe. Uebersetzt und mit einem Anhange versehen von F. Lippich, Professor an der Universität Prag. Mit 74 Fig. im Text. Leipzig 1879, Verlag von Quandt & Händel. XXIII u. 221 S. Pr. 5,20 *M.*

Der Zugang zur Dioptrik der Linsensysteme war für den Anfänger in der Mathematik bisher keine leichte Sache. In den meisten Darstellungen — wir erinnern z. B. an die betreffenden Abschnitte in Wüllners Physik — musste man sich durch complicirte Rechnungen durcharbeiten, um zum Kern der Sache zu gelangen, und neuere Versuche, einen bequemen Weg zur Theorie, und insbesondere zu den von Gauss geschaffenen Verbesserungen, zu brechen, rechneten ebenfalls mit den Bedürfnissen Solcher, die bereits über ein stattliches Maass mathematischer Kenntnisse verfügten. Entweder setzte man Vertrautheit mit modernen analytischen Methoden — Gauss' Kettenbruchalgorithmen, Casoratis und Röthigs Kettenbruchdeterminanten — voraus, oder man bediente sich nach dem Vorgang von Möbius der Lehre von den harmonischen Punkten und von der projectivischen Verwandtschaft; ja selbst in der am populärsten gehaltenen Schrift, in derjenigen von C. Neumann, wird wenigstens von dem gewöhnlichen Mechanismus der analytischen Coordinatengeometrie ein sehr ausgiebiger Gebrauch gemacht. Es mochte sonach den Anschein gewinnen, als sei eine völlig elementare Lösung des dioptrischen Fundamentalproblemes überhaupt nicht zu erbringen. Dasselbe besteht bekanntlich in Folgendem: n durchsichtige Kugelflächen von verschieden grossen Radien sind durch irgendwelche Medien von einander getrennt, haben aber ihre Mittelpunkte alle auf ein und derselben geraden Linie, der Axe; fällt nun auf das in der Reihe erste Linsenglas ein Centralstrahl, d. h. ein solcher, dessen Richtung mit der Axe keinen allzugrossen Winkel einschliesst, so handelt es sich darum, die Richtung des aus der letzten Linse wieder austretenden Strahles zu bestimmen. Gauss nun hat gezeigt, dass für jedes solche Linsensystem vier ausgezeichnete Punkte auf der Axe sich finden lassen, die beiden Brennpunkte und die beiden Hauptpunkte, mit deren Hülfe die Auffindung des austretenden Lichtstrahles verhältnissmässig leicht erfolgen kann.

In diese wichtige Theorie führt nun Herr Ferraris den Leser

ein, ohne jemals anderer mathematischer Hülfsmittel sich zu bedienen, als sie in der Secunda eines jeden Gymnasiums erworben werden können. Fast durchweg genügt sogar einige Gewandtheit in graphischen Constructionen und im Rechnen mit Proportionen, dem Verf. überallhin zu folgen. Sehr ausführlich wird natürlich zuerst der Fall blos zweier brechender Medien abgehandelt; alsdann ist es relativ einfach, auch für ein zusammengesetztes System die Fundamentalpunkte aufzusuchen. Sehr interessant ist auch die hier gegebene Bestimmung der linearen und angularen Vergrösserung. Zu den praktischen Anwendungen übergehend, discutirt dann der Verf. den Gang der Lichtstrahlen im Auge, studirt ferner eingehend jene Linsencombinationen, welche in der praktischen Dioptrik zur Ausführung kommen und wendet sich sodann zur Beschreibung der mikroskopischen und teleskopischen Systeme. Auch hier verdienen besondere Beachtung die Erörterungen über die Vergrösserung, durch welche in einfachster Weise ein von Lagrange auf analytischem Wege gefundener Satz seine Erledigung findet, des Ferneren die Bestimmung der Helligkeit dioptrischer Bilder und die neue nachahmenswerthe Definition des Begriffes „Gesichtsfeld". Auch auf experimentelle Prüfungsmethoden wird in der Schlussabtheilung mehrfach eingegangen. Ferraris spricht die Hoffnung aus, dass die von ihm gegebene Anregung besonders auch bei den Verfassern physikalischer Compendien nachwirken möge — eine Hoffnung, die hoffentlich nicht als eine irrige sich erweisen wird.

An der Uebersetzung ist ebensowenig etwas auszustellen, wie an der Ausstattung, welche die renommirte Buchhandlung ihrem Verlagswerke gegeben hat. Der von Prof. Lippich beigefügte Anhang, welcher die Theorie gewisser weiterer merkwürdiger Punkte eines Linsensystemes, der Knotenpunkte von Listing und der symptotischen Punkte von Töpler entwickelt, wird insbesondere Weiterstrebenden angenehm sein.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Girard, H. (Capitaine en premier du génie, ancien professeur de mathématiques supérieures, d'art militaire et de fortification), La Philosophie scientifique. Sciences, Art et Philosophie. Mathématiques, Sciences physiques et naturelles, Sciences sociales, Art de la guerre. Paris, J. Baudry; Bruxelles, D. Muquardt. MDCCCLXXX. IX. 406 S.

Wir müssen uns, da eine tiefergehende Analyse sich mit den Zielen einer didaktischen Zeitschrift nicht vereinigen lassen würde, begnügen, auf das interessante Buch hinzuweisen. Herr Girard, Mathematiker und Militärtheoretiker von Beruf, sucht in demselben ein universelles System alles menschlichen Wissens zu begründen und dabei auch den von ihm vertretenen Disciplinen, die er aller-

dings unter neuen und für Soldaten älteren Datums gewiss sehr ketzerischen Gesichtspunkten betrachten lehrt, einen gebührenden Platz zu sichern. Für den Mathematiker speciell sind einige Excurse über das Imaginäre und über die nicht-euklidische Geometrie von Interesse (S. 92 ff., S. 246 ff.); ausserdem gehört der Verf. zu den Wenigen, welche sich mit den Ideen des etwas mystischen und abstrusen, aber dabei doch höchst originellen, mathematischen Philosophen Hoëne Wronski vertraut gemacht haben, und was er von diesen seinen Studienfrüchten mittheilt, ist interessant genug. Philosophischen Fachblättern ist das Girardsche Werk zur Beachtung entschieden zu empfehlen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

B) Specielle Programmschau.*)

Rheinprovinz 1879.

Referent: Realschuldirector Dr. Dronke in Trier.

In den Programmen der Progymnasien zu **Trarbach** und zu **Euskirchen** sind die *speciellen Lehrpläne der Anstalten* — leider in sehr aphoristischer Form — veröffentlicht. Als einen wesentlichen Fortschritt gegenüber dem früheren Gebrauche müssen wir es bezeichnen, dass an beiden Anstalten die Geographie bis zur Secunda einschliesslich selbständig behandelt wird. Der Lehrplan in diesem Fache an der Anstalt in Euskirchen schliesst sich genau an den Leitfaden von Daniel an; derjenige an der Trarbacher Schule ist etwas verworren; die Quinta hat hier zum Pensum Amerika und Europa (wahrscheinlich nur physische Geographie), Quarta: Australien, Asien, Afrika und Deutschland, Tertia: politische Geographie von Europa, insbesondere von Deutschland. In der Mathematik erscheint an dem Progymnasium von Trarbach das Pensum zu ausgedehnt und dabei die Algebra gegenüber der Geometrie besonders hervorgehoben. In den drei Stunden in Quarta soll durchgenommen werden: a) Rechnen: zusammengesetzte Regel de tri und Kettenrechnung mit Anwendung auf das bürgerliche Leben. Systematische Behandlung des Decimalbruchrechnens. b) Algebra: die vier Species mit ganzen und gebrochenen Zahlen (!!). c) Geometrie: Anfangsgründe der Planimetrie bis zur Congruenz der Dreiecke einschliesslich. Dem Referenten erscheint es nach seinen Erfahrungen unmöglich, dass bei normalen Schülern das ganze Pensum zum Eigenthum der Schüler gemacht wird, wenn diese gleichzeitig in anderen Fächern auch ihre Pflicht erfüllen sollen. In Tertia werden erst nach den schwierigeren Potenz- und Wurzelrechnungen Gleichungen ersten Grades mit einer Unbekannten behandelt! Hierauf kommt in Secunda erst die Lehre von den Proportionen. Logarithmen, Gleichungen ersten Grades mit mehreren, zweiten Grades mit einer und mehreren Unbekannten, die Progressionen mit Zinseszins- und Rentenrechnung. Die Vertheilung des mathematischen Stoffes erscheint in dem Programme von Euskirchen entschieden richtiger und sachgemässer; Zinseszins- und Rentenrechnung sind hier auch ausgeschlossen. — Beide Anstalten haben in Quarta keinen naturhistorischen Unterricht. Die naturwissenschaftlichen Lehrpläne geben zu weiteren Bemerkungen keine Veranlassung.

*) Die Herren Programmreferenten werden angelegentlich ersucht, für die Programmschau das in Jahrg. XI, Heft 4, S. 336. (Briefkasten) angegebene Schema zu verwenden.
D. Red.

Herr Dr. Closterhalfen giebt in dem Programm des Gymnasiums zu **Duisburg** eine didaktisch recht gut verwerthbare *Ableitung der Cubatur der Kugelstücke.* Einen durch zwei parallele Ebenen ausgeschnittenen Theil der Kugel zerlegt er durch $(n-1)$ in gleichem Abstande befindliche parallele Ebenen in n kleine Kugelstücke; geht man nun von der einen Endfläche aus und denkt sich über den einzelnen Theilparallelkreisen gerade Kreiscylinder construirt, so muss der Inhalt des Kugelstückes kleiner, beziehungsweise grösser als die Summe aller kleinen Cylinder sein, je nachdem man bei dem grösseren oder kleineren Grundkreise begonnen hat. Da nun — wie der Verfasser durch eine versteckte, bei der Kugelcubatur nie zu umgehende Integration zeigt —

$$\lim \left\{ \frac{1}{n^{k+1}} \sum_{\alpha=1}^{\alpha=n} \alpha^k \right\}_{n=\infty} = \frac{1}{k+1}$$

ist, so ergiebt sich für das von zwei Parallelkreisen begrenzte Kugelstück als Inhalt:

$$(e_1 - e_2) r^2 \pi - \tfrac{1}{3}(e_1 - e_2)(e_1^2 + e_1 e_2 + e_2^2)\pi,$$

wo e_1 und e_2 die Abstände der Parallelkreise vom Kugelmittelpunkte bedeuten. $e_1 - e_2 = h$ gesetzt, ergiebt sich für die Calotte $\pi h^2 \left(r - \frac{h}{3}\right)$ u. s. f.

Herr Rudolph Blenke giebt in einer Beilage zu dem Programm des Gymnasiums zu **Neuwied** ein etwas stark belletristisch gehaltenes Bild „*Der Laacher See und seine vulkanische Umgebung*". In populärer Form werden die Form des Vulkans (am Sattelberg), Krater, die vulkanischen Producte (Laven, Tuffe, Bimsstein), deren Vorkommen, Gewinnung u. s. w. betrachtet, dabei auch einige interessante Daten über die Nieder-Mendiger Bierkeller gegeben. Neues enthält aber die Arbeit nicht.

Herr Prof. Dr. J. H. Schmick, schon lange rühmlichst bekannt durch seine Forschungen auf dem Gebiete der physischen und mathematischen Geographie, lässt in dem Programm der Realschule I. O. zu **Köln** eine vortreffliche Arbeit „*Sonne und Mond als Motoren und Anordner der beweglichen Bestandtheile der Erde, für die Schüler der Oberklassen dargestellt*" erscheinen. Der Aufsatz war ursprünglich für die Festschrift bestimmt, welche zu der 50jährigen Jubelfeier im Herbst 1878 erschienen ist, hatte aber keinen Platz mehr in diesem umfangreichen Buche gefunden. In den drei ersten Abschnitten: Die Rangverschiebung der Erde in der Schätzung ihrer Bewohner; Fortschritt und Gang der Erderforschung; und Geologie oder Kunde der Erdentwicklung, beschreibt er kurz den historischen Gang, den die menschliche Anschauung über die Bildung der Erde seit den ältesten Zeiten bis auf die Gegenwart genommen. Er zeigt sich als eifrigen Plutonisten, und führt die Gründe, die gegen den Neptunismus und für den Plutonismus sprechen, ausführlich an. In dem darauf folgenden Abschnitte: „Schwierigkeiten und Räthsel, deren Hebung und Lösung auch den Plutonisten unmöglich war" spricht er von der ungleichförmigen Vertheilung von Land und Wasser auf den beiden Hemisphären und von der sog. Eiszeit auf der nördlichen Halbkugel, welche beide Erscheinungen mit der allmälichen, allerwärts gleichförmigen Abkühlung der Erde nicht in Uebereinstimmung zu bringen sind. Der Verfasser zeigt dann das Unhaltbare der verschiedenen älteren Erklärungsarten, wie „Störung der kosmischen Wärmezufuhr", „Ungleichheit der Temperatur des Weltraums, durch den unser Sonnensystem sich bewegt"; „Verschiebung der Erdaxe" und die Hypothese von Escher von der Linth. Die Hypothese des französischen Gelehrten Adhémar, nach welcher in Folge der Präcession des Frühlingsanfangspunktes und der hierdurch bedingten abwechselnden Verlängerung und Verkürzung des Sommers jeder Hemisphäre auch ab-

wechselnd jede der letzteren eine Eiszeit von ca. 10500 Jahren haben müsste, wird gebührender Weise weitläufig besprochen und schliesslich deren Unhaltbarkeit aus theoretischen und aus realen Erscheinungsgründen nachgewiesen. Die Hypothese des Schotten James Croll, die Herr Schmick sehr richtig nur eine Modification der Ansichten Adhémars nennt, fusst auf der nach Leverriers Rechnung veränderlichen Grösse der Excentricität der Erdbahn; durch eine solche kann der Unterschied der sechs Sommermonate gegen die des Winters, der jetzt sieben Tage beträgt, bis zu 36 Tagen steigen; dadurch würde eine starke Abkühlung einer Erdhälfte veranlasst werden und so sich eine Eiszeit erklären lassen. Aber trotz dreier voller Umgänge des Tag- und Nachtgleichepunktes bei kleiner Excentricität, wobei nach Croll keine Verschiedenheit in den Verhältnissen der Hemisphären sein dürfte, findet sich in Bezug auf Eisbildung und Vertheilung des Meeres ein sehr scharfer Gegensatz zwischen der nördlichen und der südlichen Halbkugel. In den letzten Abschnitten bespricht nun der Verfasser die Grundlagen und die Folgen seiner eigenen Hypothese, nach welcher durch die Verschiebung des Perihels und des Perigäums periodisch in Folge der Attraction eine Versetzung der Erdmassen, also eine Wanderung des Erdschwerpunktes stattfinden muss, durch welche alsdann das Meer, welches stets ein Sphäroid um den Schwerpunkt zu bilden strebt, in seiner Oberfläche ebenfalls periodisch nach den beiden Hemisphären verschoben wird. Die beobachteten Veränderungen in der Höhe der Meeresspiegel (Sidney, Ostsee) werden hierbei eingehend besprochen. Der sehr interessante Aufsatz ist flüssig und leicht geschrieben und verdient die höchste Aufmerksamkeit aller Lehrer der Geographie.

Ein lebenswarmes Bild giebt in dem Programm der Realschule I. O. zu **Mühlheim** an der Ruhr Herr Oberlehrer H. Pahde über: „*Oskar Peschel und die Erdkunde*“. Mit Sachkenntniss und mit Liebe zur Sache geschrieben, giebt uns der Verfasser eine gedrängte Darstellung des Lebens und der wissenschaftlichen Verdienste dieses grossen neueren Geographen.

Mathematische Programme des Königreichs Bayern.

(Schuljahr 1879—80.)

Referent Prof. Dr. S. Günther in Ansbach.

1) **Eichstätt**, Lyceum.*) Prof. Dr. M. Schneid, *Der neuere Spiritismus philosophisch geprüft*. 164 S.

Der Spiritismus als solcher gehört allerdings — glücklicherweise — nicht zur Mathematik, allein seit ein ehedem berühmter Gelehrter denselben mathematisch, mittelst der sogenannten vierten Dimension, zu erklären unternommen hat, muss auch der Mathematiker von dieser immerhin interessanten Verirrung des menschlichen Geistes bis zu einem gewissen Grade Notiz nehmen. Vorliegende Schrift bietet hierzu ein gutes Hilfsmittel. Herr Schneid, Lehrer der Philosophie am bischöflichen Lyceum**) zu Eichstätt, ist in den seiner Richtung zugewandten Kreisen wohlbekannt als Verfasser mehrerer mit grosser Gelehrsamkeit abgefasster Werke, in welchen er mit Energie, jedoch in durchaus würdiger Form, den aristotelisch-scholastischen Grundsätzen, insbesondere auch auf dem Gebiete der Naturwissenschaften, aufs neue Bahn zu brechen unternimmt. Auch diese neue Darstellung des modernen Geisterglaubens, verfasst „zum sechshundertsten Gedächtnisstage des seligen Hinganges Alberts des Grossen“, steht durchweg auf neuscholastischem, orthodox-katholischem Boden, sucht aber alles nur irgend aufzufindende Material beizubringen und zu ver-

*) Bayerische Programme führen keine Nummer.

**) Bayerische Lyceen, deren noch sieben existiren, ersetzen das erste Studienjahr für jede Facultät und bestehen aus einem theologischen und einem philosophischen Curse.

werthen. Sie beginnt mit dem Mesmerismus oder thierischen Magnetismus, zeigt, wie sich hieraus der mystische Somnambulismus mit seinen „Spiritualisten“ entwickelte, und geht dann zur Schilderung des eigentlichen Spiritismus über, den Herrn v. Güldenstubbe aus plumper Geisterklopferei zu salonfähiger Magie erhob. Die Details in der Entwickelungsgeschichte dieser „Wissenschaft“ werden umsichtig ausgewählt; wir erfahren, wie der Naturhistoriker Wallace und der Physiker Crookes zu den „Spiritisten“ abschwenkten, und wie besonders das berühmte „Medium“ Slade sich hervorthat. Den von einem Kreise Leipziger Professoren mit Slade angestellten Versuchen ist ein eigenes (das dritte) Capitel gewidmet. Capitel IV handelt von dem Wiederaufleben des animalischen Magnetismus, dem Hypnotisiren und von Slades Nebenbuhler Hansen. Soweit der historische Theil. Was nun die Phänomene selbst betrifft, so spricht sich unser Gewährsmann unumwunden für deren Realität aus. Nach kurzer Berührung der von Wallace aufgestellten, eine Verbindung des Geisterglaubens mit der Selectionslehre anstrebenden Theorie spricht sich Herr Schneid entschieden dagegen aus, solche Dinge mit den christlichen Anschauungen vermengen oder gar von dieser Seite Vortheile für die Wiederbelebung des Christenthums erwarten zu wollen. Seiner Ansicht nach müssen alle hierher gehörigen, den regelrechten Gang des Naturlaufes durchbrechenden Erscheinungen aus einer gemeinsamen Quelle abgeleitet werden. Psychiatrischer Natur sind dieselben gewiss nicht, ebensowenig kann man sie rein physikalisch, etwa durch Electricität oder durch Vermittelung eines feinen, im Uebrigen noch unbekannten „Fluidums“ erklären, auch giebt es keine latenten, magischen Kräfte, die hier mitspielen. Eingehend und mit grosser Belesenheit*) wird Zöllners Hypothese vom vierdimensionalen Raume besprochen, welcher der Verf. ebensowenig zustimmt, wie den Annahmen, der blosse Wille irgend einer Person könne solche Erscheinungen hervorrufen, oder aber die Seelen der Verstorbenen könnten zu diesem Zwecke aus dem Jenseits herbeigerufen werden. Diesem negativen Theile folgt die dem Autor selbst eigenthümliche Theorie der spiritistischen Facta: man hat es hier mit bösen Geistern, alias Teufeln zu thun; „der Spiritismus ist nichts anderes als diabolische Magie“. Zahlreiche Citate aus den Werken des heiligen Thomas Aquinas weiss Herr Schneid seinen Tendenzen dienstbar zu machen. Er hat auch ganz Recht, wenn er meint, nun werde die dem Spiritismus unerklärbare Thatsache, dass die Geister der Abgeschiedenen sich gar so fade und abgeschmackt aufführen, auf einmal durchsichtig, „indem man den Lügengeist als Vater dieser scheinbaren Spielereien anerkennt“. Wir glauben mit Herrn Schneid, dass es ein ganz besonders böser und von tiefem Hass gegen deutsche Wissenschaftlichkeit erfüllter Geist war, der einen Zöllner leitete, als er sich von dem genialen Schwindler Slade in die höhere Polterkunst einführen liess. Besseren Trost aber als aus der pessimistischen Dämonologie unserer Vorlage schöpfen wir aus dem herrlichen offenen Briefe, in welchem W. Wundt seinen Collegen Ulrici über die Pflichten eines deutschen Gelehrten und über dessen grundsätzliche Stellung zu spiritistischen Escamotagen unterrichtet.

2) **Kempten,** Gymnasium. Prof. Kaspar Schelle, *Elementare Ableitung und Berechnung der einfachen Krystallpolyeder.* (2. Abtheilung.) 57 S.

Da die erste Abtheilung dieser Schrift (Anno 1872 erschienen) dem Referenten nicht bekannt ist, so fehlt ihm einigermassen der richtige

*) Die hier citirten Broschüren von Wegener pro und von Richter contra Zöllner lernte Referent erst durch das Schneid'sche Programm kennen. Hingegen konnte dessen Verfasser das hochinteressante seitdem erschienene Schriftchen von Simony (Wien 1880) noch nicht benutzen, welches in einer auch dem Laien verständlichen Weise zeigt, dass und wie in ein geschlossenes Band Knoten geknüpft und somit Zöllners gewichtigste Argumente entkräftet werden können.

Standpunkt der Beurtheilung. Alldort war das tesserale System behandelt worden; jetzt sollen die übrigen Systeme an die Reihe kommen. Allgemeinen Erörterungen folgt stets die detaillirte, mit einfachen mathematischen Hilfsmitteln unternommene Ableitung der charakteristischen Elemente, worauf dann noch die für die einzelnen Naturkörper massgebenden Zahlwerthe folgen. Da auch gutgezeichnete Figuren in entsprechender Anzahl beigegeben sind, so dürfte die Schrift ihren Endzweck, eine Darstellung der krystallographischen Elemente „für angehende Mineralogen, die sich auch mit speciellen Krystallberechnungen befassen wollen", wohl erreicht haben.

3) **Schweinfurt,** Gymnasium. Studienlehrer Eugen Raab, *Die Zenonischen Beweise.* 50 S.

Die Darstellung dieser sehr inhaltsreichen Abhandlung ist zwar, dem Berufe ihres Verf. entsprechend, mehr eine philosophisch-philologische, indess wird auch der Lehrer der Mathematik, der ja bei den geometrischen Progressionen und bei den kinematischen Anfangssätzen fast unumgänglich von dem alten Zeno reden muss, seine Rechnung finden. Manches würde derselbe allerdings kürzer, und damit auch klarer ausgedrückt gewünscht haben, indess ist sowohl die Uebersetzung und Erläuterung der sämmtlichen, textuell mitgetheilten Stellen, als auch so manche daran angeknüpfte Reflexion sehr beachtenswerth. Schade ist, dass von dem Verf. das zur Zeit der Bearbeitung dieser Schrift noch gar nicht ausgegebene Werk Cantors nicht mehr benützt werden konnte: letzterer thut darin dar (Vorlesungen über Geschichte der Mathematik, 1. Theil, Leipzig 1880, S. 170), dass betreffs der „ὄγκοι" (Raab, S. 42) Zeno einen positiven Fehlschuss machte, dass dagegen die übrigen Antinomieen weit tiefer wurzeln, nämlich in dem steten, unbewussten Ringen des Menschengeistes, sich den eben so unentbehrlichen als schwierigen Begriff der Grenze fasslich zurechtzulegen. Cantor meint, da zwei Jahrtausende an dieser schweren Speise gekaut hätten, bis man endlich im Stande war, sie vollständig geniessen und verdauen zu können, so müsse man auch dem alten Skeptiker seine auf einem Missverstehen des Grenzbegriffes beruhenden, dabei aber doch von sehr viel Geist zeugenden Paradoxa zu Gute halten.

C) Bibliographie.

October und November.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Perthes, Geh. Hofrath Gym.-Dir., Das Latein an der Realschule und die Zulassung zum Medicin-Studium. (50 S.) Stettin. Nahmer. 0,80.

Barth, Dr. E., Erziehungsschule. Zeitschrift für Reform der Jugenderziehung in Schule u. Haus. 1. Jahrgang. Lpz. Gruner. 3.

Gelbe, Dr., Der Student. Das wissenschaftliche und gesellige Leben auf der Hochschule. 2. Aufl. (29 S.) Darmstadt. Köhler. 0,60.

Ruegg, Prof., Ueber Bildung und Freizügigkeit der Lehrer an schweizerischen Volks- u. Mittelschulen. (18 S.) Zürich. Orell. 0,60.

Kick, Reg.-R., Prof., Zur Frage der einheitlichen Mittelschule. (64 S.) Lpz. Felix. 1.

Hasse, Med.-R. Dir. Dr., Die Ueberbürdung unserer Jugend auf den höheren Lehranstalten mit Arbeit im Zusammenhange mit der Entstehung von Geistesstörungen. (92 S.) Braunschweig. Vieweg. 2.

Jordan, Stadtverordneter, Pro domo. Erwiderung auf die Broschüre des Gymn.-Dir. Dr. Pilger: Ueber das Verbindungswesen auf norddeutschen Gymnasien. (21 S.) Berlin. Gaertner. 0,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Mahler, Dr., Die Fundamentalsätze der allgemeinen Flächentheorie. Wien. Seidel. 1.

Schlegel, Oberl., Lehrbuch der elementaren Mathematik. 3. Thl. Trigonometrie. Mit einer vierstelligen Logarithmentafel. (116 S.) 1,50. — 4 Thl. Stereometrie u. sphär. Trigonometrie. (192 S.) Wolfenbüttel. Zwissler. 3,90.

———, Tafeln vierstelliger Logarithmen. (28 S. auf Kartonpapier). Ebda. 0,60.

Meyer, Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes. Für höhere Lehranst. (166 S.) Hannover. Helwing. 3.

———, Hauptsätze aus der ebenen Trigonometrie. (14 S.) Ebda. 0,50.

2. Arithmetik.

Müller, Gymn.-L., Zur Methode des math. Unterrichts. 1. Heft. Rechnen u. Arithm. in der IV u. III. (34 S.) Köslin. Hendess. 1.

3. Geschichte der Mathematik.

Abhandlungen zur Geschichte der Mathematik. Lpz. Teubner. 16,40.

Cantor, Mor., Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. 1. Bd. Von den ältesten Zeiten bis zum J. 1200 n. Chr. (804 S.) Ebda. 20.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Schmick, Prof. Dr., Die Nachbarwelten als gegenseitige Gestalter. (77 S.) Lpz. Georgi. 2,50.

Salcher, Prof. Dr., Elemente der theoretischen Mechanik. (200 S.) Wien. Gerold. 5,20.

Doll, Dr., Lehrbuch der prakt. Geometrie. (77 S.) Lpz. Teubner. 2,40.

Fialkowski, Prof., Kurzgefasste praktische Geometrie. (125 S.) Wien. Pichler. 2,40.

Physik.

Vogler, Dr., Graphische Barometertafeln zur Bestimmung von Höhenunterschieden durch eine blosse Subtraction. (8 S. mit 10 Tafeln.) Braunschweig. Vieweg. 4.

Exner, Prof. Dr., Die Theorie des galvan. Elements. (49 S.) Wien. Gerold. 0,80.

Weinhold, Prof. Dr., Physikalische Demonstrationen. Anleitung zum Experiment. im Unterr. an Gymn., Realsch. u. Gewerbesch. In 3 Lfg. 1. Lfg. (160 S.) Lpz. Quandt u. Händel. 6.

Bell, Prof. in Boston, Das Photophon. Vortrag gehalten zu Boston. (23 S.) Lpz. Ebda. 1.

Joglievina, Centigrad-Photometer. Neues optisches Instrument zur directen Bestimmung der Intensität jeder beliebigen Lichtquelle. Mit 3 Taf. (48 S.) Braunschweig. Vieweg. 2,40.

Jenkin, Elektricität u. Magnetismus. Ins Deutsche übersetzt v. Prof. Dr. Exner. (404 S.) Ebda. 9.

Bericht über die wissenschaftlichen Instrumente auf der Berliner Gewerbeausstellung im J. 1879. Mit 292 Holzschn. (535 S.) Berlin. Springer. 20.

Czerny, Prof. Dr., Die Veränderlichkeit des Klimas und ihre Ursachen. (98 S.) Wien. Hartleben. 2,50.

Chemie.

Arendt, Dr. Rud., Technik der Experimentalchemie. Anleitung zur Ausführung chemischer Experimente beim Unterrichte an niederen und höheren Schulen. Für Lehrer u. Studirende. Lpz. Voss. In Lfgn. à 3.
Barfoed, Prof. Dr., Lehrbuch der organischen qualitativen Analyse. In 3 Lfgn. Kopenhagen. Höst. à 3,50.
Liebermann, Prof. Dr., Grundzüge der Chemie des Menschen. (238 S.) Stuttgart. Enke. 6.
Beilstein, Prof. Dr., Handbuch der organ. Chemie. In ca. 12 Lfgn. Lpz. Voss. à 3.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Heller, Prof. Dr., Die Schmarotzer mit besonderer Berücksichtigung der für den Menschen wichtigen. (230 S.) München. Oldenbourg. 3.
Zwick, Stadt-Schulinsp. Dr., Lehrbuch für den Unterr. in der Zoologie. Nach method. Grundsätzen für höh. Lehranstalten. Mit 277 Illustr. (368 S.) Berlin. Burmester. 3,60.
Hess, Prof. Dr. W., Bilder aus dem Leben schädl. u. nützlicher Insecten. III. Die Schmetterlinge. Mit 82 Holzschn. (200 S.) Lpz. Wilfferodt. 2.
Wilckens, Prof. Dr., Grundzüge der Naturgeschichte der Hausthiere. (317 S.) Dresden. Schönfeld. 6.
Schneider, Oberl. Dr. O., Typenatlas. Naturwissenschaftlich-geogr. Handatlas für Schule und Haus. (15 Holzschnitttafeln.) Dresden. Meinhold. 2,40.

2. Botanik.

Waldner, Deutschlands Farne mit Berücksichtigung der angrenzenden Gebiete Oesterreichs, Frankreichs u. der Schweiz. In Heften à 4 Bl. Folio. Heidelberg. Winter. à 2,50.
Frank, Prof. Dr., Die Krankheiten der Pflanzen. 1. Hälfte. (400 S.) Breslau. Trewendt. 10.
Grisebach, Prof. Dr., Gesammelte Abh. und kleinere Schriften zur Pflanzengeographie. (628 S.) Lpz. Engelmann. 20.
Schneider, Taschenbuch der Flora von Basel und der angrenzenden Gebiete des Jura, Schwarzwaldes und der Vogesen. (344 S.) Basel. Georg. 4.
Müller, Prof. Dr., Handbuch der Botanik. 2. Thl. Allgemeine Morphologie u. Entwicklungslehre der Gewächse. Mit 227 Holzschn. (482 S.) Heidelberg. C. Winter. 20. (1. u. 2. 50.)
Berge, Doc. Dr., Pflanzenphysiognomie. Besprechung der landschaftlich wichtigen Gewächse. Mit 328 Holzschn. (288 S.) Berlin. Wiegandt. 6.
Herpell, Das Präpariren u. Einlegen der Hutpilze für das Herbarium. (60 S.) Berlin. Grieben. 3.

3. Mineralogie.

Zittel, Dr. K., Ueber den geologischen Bau der libyschen Wüste. Festrede, geh. in der öff. S. der Akad. der Wiss. zu München. (47 S.) München. Franz. 2,40.
Posepny, Bergr., Archiv für praktische Geologie. 1. Bd. Mit 10 Taf. (637 S.) Wien. Hölder. 24.
Stapf, Ingen.-Geol. Dr., Generelles geol. Profil in der Ebene des Gotthardtunnels. (1 : 25 000.) Zürich. Orell. 8.
Dörfler, Prof., Hilfstafeln zur Mineralogie. (15 S.) Wien. Pichler. 0,20.

Geographie.

Geistbeck, Dr., Leitfaden der Geographie für Latein-, Real- etc. Schulen. München. Centralschulb.-Verl. 1,50.

Rohmeder, Dr., u. Wenz, Methodischer Atlas für bayer. Schulen. 1. Thl. Süddeutschland. (8 Karten). Ebda. 0,50.

Ratzel, Die Erde, in 24 gemeinverst. Vorträgen über allg. Erdkunde. Ein geogr. Lesebuch. (440 S.) Stuttgart. Engelhorn. 6.

Schulz-Leipoldt, Dr., Leitfaden der Schulgeographie für die 3 unteren Klassen höherer Lehranstalten. (117 S.) Berlin. Weber. 1.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Lübsen, Einleitung in die Infinitesimal-Rechnung zum Selbstunterricht. Mit Rücksicht auf das Nothwendigste u. Wichtigste. 6. Aufl. (360 S.) Lpz. Brandstetter. 8.

———, Ausführliches Lehrbuch der ebenen u. sphärischen Trigonometrie. 13. Aufl. (105 S.) Ebda. 2,40.

Villicus, Prof., Geometrische Formenlehre in Verbindung mit dem Zeichnen etc. 2. Aufl. (74 S.) Wien. Seidel. 1,40.

Adam, Taschenbuch der Logarithmen für Mittelschulen u. höhere Lehranstalten. 7. Aufl. (96 S.) Wien. Bermann. 1,20.

Gauss, fünfstellige log.-trig. Tafeln. 14. Aufl. (145 S.) Halle. Strien. 2.

Brünnow, vorm. Prof. Dr., Lehrbuch der sphär. Astronomie. 4. Aufl. (587 S.) Berlin. Dümmler. 12.

Schell, Geh. Hofrath Prof. Dr. W., Theorie der Bewegung und der Kräfte. Ein Lehrbuch der theoret. Mechanik. 2. Aufl. (618 S.) Lpz. Teubner. 10.

Naturwissenschaften.

Fliedner, Prof. Dr., Aufgaben aus der Physik. Zum Gebrauche für Lehrer u. Schüler in höh. Lehranstalten. 6. Aufl. (132 S.) Braunschweig. Vieweg. 2,40.

———, Auflösungen. (191 S.) Ebda. 3,60.

Emsmann, Oberl. Prof. Dr., Elemente der Physik zum Gebrauche für die oberen Classen höh. Schulen. 8. Aufl. (300 S.) Lpz. Wigand. 3.

Wagner, Herm., Grasherbarium. 3. Aufl. In Lfgn. von ca. 11 Blatt mit aufgeklebten Pflanzen. Bielefeld. Helmich. 1,25.

Fliedner, Pror. a. D. Dr., Lehrbuch der Physik. Zum Thl. in Verbind. mit Oberl. Dr. Krebs in Frankfurt bearb. 2. Aufl. (468 S.) Braunschweig. Vieweg. 5.

Rothe, Realschuldir., Krystallnetze zur Verfertigung der beim mineralog. Anschauungsunterricht vorkommenden Krystallgestalten. 3 Taf. Wien. Pichler. 0,60.

Müller, Botanisches Hilfsheft für die unt. Cl. höherer Lehranstalten. Neu bearb. v. Dr. Cunerth. 2. Aufl. (100 S.) Thorn. Lambeck. 1.

Geographie.

Lankenau, Staatsrath, u. v. d. Oelsnitz, Das heutige Russland. Mit 240 Abb. u. 8 Tonbildern. 2. Ausg. Lpz. Spamer. In Lfgn. à 0,75.

Issleib, Neuester Repetitionsatlas. Ein Hilfsmittel beim geogr. Unterricht. 5 Curse: 1) Zeichnen der Umrisse, 0,75; 2) der Flüsse, 0,90; 3) der Gebirge, 0,75; 4) der Staaten, 0,75; 5) Zeichnen ganzer Karten, 0,60. Gera. Issleib.

December. *)

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Siecke, Gymn.-L. Dr., Die Judenfrage und der Gymnasiallehrer. (23 S.) Berlin. Luckhardt. 0,60.

Ueber den Einfluss der Ueberbürdung unserer Jugend auf den Gymnasien und höh. Töchterschulen mit Arbeit auf die Entstehung von Geistesstörungen. Von einem Irrenarzt. (12 S.) Greifswald. Abel. 0,30.

Schenckendorf, Tel.-Dir., Der praktische Unterricht, eine Forderung der Zeit an die Schule. (48 S.) Breslau, Hirt. 1,50.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Vacat.

2. Botanik.

Karsten, Prof. Dr., Deutsche Flora. Ein Grundriss der systematischen Botanik. Mit gegen 700 Abb. Berlin. Späth. In ca. 10 Lfgn. à 1,50.

Kummer, Praktisches Pilzbuch für Jedermann. (132 S.) Hannover. Rümpler. 1,50.

Avé-Lallemant, Dr. R., Wanderungen durch die Pflanzenwelt der Tropen. (188 S.) Breslau. Hirt. 4.

3. Mineralogie.

Cohen, Sammlung von Mikrophotographieen zur Veranschaulichung der mikroskopischen Structur von Mineralien und Gesteinen, aufg. von Jul. Grimm in Offenburg. Stuttg. Schweizerbart. In Lief. à 16.

Geographie.

Wagner, Prof. Dr. H., Abriss der allg. Erdkunde. Erweiterter Abriss aus Guthe's Lehrbuch der Geographie. (162 S.) Hannover. Hahn. 2.

Zöllner, Der schwarze Erdtheil und seine Erforscher. (449 S.) Bielefeld. Velhagen. 6.

Bamberg, Schulwandkarte von Deutschland. 1 : 1 050 000. 12 Blatt. Berlin. Chun. 12.

———, Schulwandkarte von Europa. 1 : 3 300 000. 16 Blatt. Ebda. 15.

Delitsch, Otto, Deutschlands Oberflächenform. Versuche einer übers. Darstellung auf orographischer und geologischer Grundlage zu leichterer Orientirung. Mit 3 Karten. (88 S.) Breslau. Hirt. 1,60.

Neue Auflagen.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Dittes, Dir. Dr., Schule der Pädagogik. Gesammtausgabe der Psychologie und Logik, Erziehungs- und Unterrichtslehre etc. 3. Aufl. (1024 S.) Lpz. Klinkhardt. 10.

Naturwissenschaften.

Kohlrausch, Prof. Dr., Leitfaden der praktischen Physik, mit einem Anhang: Das elektrische und magnetische absolute Maasssystem. 4. Aufl. (314 S.) Lpz. Teubner. 5,60.

---

*) Die hier noch fehlenden Werke sollen in der Bibliographie für Januar 1881 mit angezeigt worden. D. Red.

Bopp, Prof., Die gemeinnützigen Anwendungen von Naturkräften für Schul- und Selbstbelehrung, zugleich Text zu dem folg. Werke. 7. Aufl. (68 S.) Stuttg. Ulmer. 0,80.

———, 8 Wandtafeln für Physik, für den physik. Anschauungsunterricht bearb. Ebda. 8.

Schlichting, weil. Oberl., Chemische Versuche einfachster Art, ein erster Cursus in der Chemie für höhere Schulen. 7. Aufl. Nach den neueren chem. Ansichten bearb. von Reallehrer Wilke. (299 S.) Kiel. Homann. 2,60.

Wretschko, Dr., Vorschule der Botanik. Für den Gebrauch an höheren Classen der Mittelschulen. 3. Aufl. (246 S.) Wien. Gerold. 2,60.

Willkomm, Prof. Dr., Deutschlands Laubhölzer im Winter. 3. Ausg. Mit 106 Orig.-Zeichnungen. (60 S.) Dresden, Schönfeld. 3,50.

Geographie.

Daniel, weil. Prof. Dr., Handbuch der Geographie. 5. Aufl. In 36 Lfgn. Lpz. Fues. à 1.

Pädagogische Zeitung.

Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.

Bericht über die Thätigkeit der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section der 35. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner zu Stettin.

(September 1880.)

Von Dr. Lieber in Stettin.

Erste Sitzung.

Montag den 27. September.

Professor Junghans (Stettin) eröffnet die Sitzung in dem physikalischen Zimmer des Marienstifts-Gymnasiums unter Begrüssung der anwesenden Herren und unter Hinweis auf die beiden Grossmann, Vater und Sohn (die Biographie des letzteren siehe IX_2 167 und IX_3 250), welche in dem Sitzungszimmer eine lange Reihe von Jahren als Lehrer gewirkt haben. Darauf wird die Wahl des Vorstandes vollzogen. Gewählt werden Prof. Junghans (Stettin) als Vorsitzender, Prof. Erler (Züllichau) als dessen Stellvertreter, Dr. Tramm (Anclam) und Dr. Wienke (Stettin) als Schriftführer.

Zweite Sitzung.

Dienstag den 28. September.

Vortrag des Dr. Schönn (Stettin). 1. Vorführung und Erläuterung zweier dynamoelectrischer, vom Mechanikus Hager in Stettin gebauten Maschinen. 2. Ueber eine neue Methode der Untersuchung des Spectrums des Gase. Zunächst wurde folgender Satz erläutert: Im Grossen und Ganzen stammt alle Energie auf der Erde von der Sonne. Die Pflanzen sind Organismen, welche die kinetische Energie des Lichtes der Sonne in chemische Affinität, d. h. in eine Art der potentiellen Energie umwandeln; die Thiere dagegen sind Organismen, welche chemische Affinität, d. h. potentielle Energie, in kinetische Energie z. B. Wärme, strömende Electricität, Muskelenergie umwandeln. Bei den mannigfachen Umwandlungen der Energie dient uns die Kohle als Ausgangspunkt; indem wir sie verbrennen, verwandeln wir ihre chemische Affinität in kinetische Energie der Wärme, welche letztere wir wieder vermittelst der Dampfmaschine in kinetische Energie der sichtbaren Bewegung umsetzen; und nun ist es von grosser Wichtigkeit, diese letztere Energie wiederum in strömende Electricität umzuwandeln. Diese Umwandlung geschieht durch die dynamoelectrischen Maschinen und man ist dadurch im Stande, Energie d. h. das Vermögen Arbeit zu leisten durch Drahtleitungen von einem Punkte der Erde an sehr entfernte Orte fortzuleiten. Der electrische Strom der dynamoelectrischen Maschine lässt sich wiederum in Wärme, Licht und chemische Affinität

umsetzen. Wird der electrische Strom einer dynamoelectrischen Maschine in eine zweite geleitet, so wird die ursprüngliche kinetische Energie der sichtbaren Bewegung wiederum in Energie der sichtbaren Bewegung zurückverwandelt. Aber auch direct kann man chemische Affinität in die kinetische Energie der strömenden Electricität und dann in Bewegungsenergie umwandeln, indem man den durch eine galvanische Batterie gewonnenen electrischen Strom in einen Electromotor leitet. Die Umwandlung eines weniger dichten electrischen Stromes in einen solchen von grösserer Dichtigkeit geschieht mittelst der Inductions-Apparate; diese dichtere Electricität kann man dann wieder in Wärme und Licht umsetzen, indem man den Funken von einer Metallelectrode zu einer andern übergehen lässt; man erhält so ein bequemes Mittel, das Licht von glühenden Dämpfen verschiedener Metalle durch Spectralapparate zu zerlegen.

Der Vortragende hat im vorigen Winter die ultravioletten Strahlen einer Reihe von Metalldämpfen mittelst eines von ihm angegebenen Spectral-Apparates untersucht; derselbe zeichnete sich vor anderen dadurch vortheilhaft aus, dass Linsen und rechtwinklige Prismen aus Bergkrystall angefertigt waren und ausserdem im Ocular eine neue Vorrichtung angebracht war, um ultraviolette Strahlen direct sichtbar zu machen. Als etwas ganz Neues zeigte Herr Dr. Schönn drei Gasröhren mit einem Fenster aus Bergkrystall. Bisher auf die gewöhnlichen Geissler'schen Röhren angewiesen, vermochte er den ultravioletten Theil des Spectrums der Gase nur in sehr geringer Ausdehnung zu untersuchen, da Glas die ultravioletten Strahlen fast alle absorbirt. Die Stickstoffröhre giebt bei Anwendung eines wenig leistenden Inductors vorläufig vier ultraviolette Linien. Zuletzt wurde noch gezeigt, wie gerade die ultravioletten Strahlen bei den meisten Fluorescenz- (also auch Phosphorescenz-)Erscheinungen eine Hauptrolle spielen. Die vorgezeigten Gasröhren mit Bergkrystallfenster wurden nach Angabe des Dr. Schönn von dem Mechaniker Max Kohl in Chemnitz angefertigt.

Ferner kam der Antrag des Herrn Prof. J. C. V. Hoffmann, Redacteurs der „Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht", betreffend die engere Verbindung der deutschen Lehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften durch Bildung eines — dem allgemeinen Realschulmännerverein analogen — Vereins zur Wahrung und Förderung der Standes- und Fach-Interessen der deutschen Lehrer der Mathematik und der Naturwissenschaften an höheren Schulen, zur Berathung. Herr Hoffmann beantragt: „Die Section für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht der Philologen-Versammlung wolle aus den Lehrern der Mathematik und Naturwissenschaften eine Commission (von 5 Mitgliedern) erwählen zur Ausarbeitung eines Vereins-Statuten-Entwurfs, welcher in der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht (Jahrgang 1881) zwecks allgemeiner Kenntnissnahme und Discussion seitens der Fachgenossen veröffentlicht und in der nächsten Versammlung (1881) der Specialberathung unterbreitet werde."

Der Versammlung schien es am zweckmässigsten zu sein, dass sich Herr Hoffmann nach eigenem Ermessen aus verschiedenen Theilen Deutschlands einige Mathematiker cooptire, um mit denselben den Zweck und die Statuten eines etwa zu gründenden Vereins festzustellen, dieselben in seiner Zeitschrift mitzutheilen und dann auf der nächsten Versammlung in Karlsruhe der mathematischen Section vorzulegen. Man ging dabei von dem Gesichtspunkte aus, dass die gegenwärtige Sections-Versammlung, so zahlreich sie auch gewesen, doch mehr einen localen Charakter habe und in derselben Süddeutschland gar nicht vertreten sei.

Dritte Sitzung.

Mittwoch den 29. September.

Vortrag des Dr. Lieber (Stettin) über „das analytische und geometrische Princip bei Lösung planimetrischer Aufgaben aus der Elementarmathematik". Es ist schon vielfach darüber gestritten, ob man in der Mathematik bei Lösung planimetrischer Aufgaben dem analytischen oder dem geometrischen Princip den Vorzug geben solle. Weit entfernt, die Frage in dieser Allgemeinheit zu behandeln, will er nur darüber sprechen, welche Bedeutung dieselbe für die Elementarmathematik hat. Unter geometrischer Analysis versteht man diejenige, bei welcher man durch rein geometrische Betrachtungen zu der Construction gelangt, während bei der analytischen oder rechnenden Analysis die durch algebraische und trigonometrische Rechnungen gewonnenen Resultate zu construiren sind. Was zunächst die pädagogische Seite der Frage betrifft, so wird wohl Niemand bestreiten, dass beim ersten Unterricht die geometrische Analysis ausschliesslich zu verwenden ist und dass überhaupt bei einfachen Aufgaben, bei denen der geometrische Zusammenhang der gegebenen Stücke auf der Hand liegt, bei denen also namentlich keine Hilfslinien zu ziehen sind, die geometrische Methode stets einfachere Constructionen liefert; z. B. bei der Construction des Dreiecks aus c, h_c, γ oder c, t_c, γ oder gar a, b, c. Später, wenn die Schüler erst hinreichende Gewandtheit im Operiren mit algebraischen und trigonometrischen Formeln haben, sind beide Methoden anzuwenden, und zwar um so mehr, als die rechnende Analysis immer zum Ziele führt und zugleich eine Controlle darbietet, ob die Aufgabe überhaupt durch geometrische Construction lösbar ist; denn gelangt man bei der Rechnung zu einer Gleichung, welche den zweiten Grad übersteigt, so hat man die Ueberzeugung gewonnen, dass die Construction durch Lineal und Zirkel nicht ausführbar ist.

Bei einer Vergleichung beider Methoden muss zunächst der Begriff „Einfachheit" in Rücksicht auf die Lösung geometrischer Constructionsaufgaben definirt werden. Vor Allem muss man die mechanischen Constructionsoperationen von den Gedankenoperationen, die zur Auffindung der Construction nothwendig waren, streng scheiden. So ist z. B. bei den bekannten Lösungen des Apollonischen Berührungsproblems, welche auf einer successiven Zurückführung auf die einfacheren Fälle beruhen, der Gedankengang sehr einfach, während die Ausführung der einzelnen Operationen überaus lästig ist; im Gegensatz hierzu ist die Steinersche Lösung in der Ausführung ausserordentlich einfach, während die ihr zu Grunde liegenden Betrachtungen bedeutend schwieriger sind.

Auch die mechanischen Hilfsmittel, welche bei der praktischen Ausführung einer Construction benutzt werden, bilden ein wichtiges Moment für die Beurtheilung der Einfachheit derselben. — Derjenige, welcher beide Methoden in vollem Maasse beherrscht, wird auch im Allgemeinen in beiden zu derselben Lösung gelangen; häufig gehen beide Hand in Hand, so dass man jede rechnende Operation in die Geometrie übersetzen kann. Als Beispiel hierfür wird die auf harmonischer Theilung beruhende Construction des Dreiecks aus den Radien der drei äusseren Berührungskreise $\varrho_a, \varrho_b, \varrho_c$ angeführt und die auf rechnender Analysis beruhende Construction, bei welcher zuerst $h_c = \frac{2\varrho_a \varrho_b}{\varrho_a + \varrho_b}$ und dann $\varrho = \frac{\varrho_c h_c}{2\varrho_c + h_c}$ zu construiren sind. Einfachere Constructionen, welche sich aus der Formel $\sin \frac{1}{2}\alpha = \frac{\varrho_a}{\sqrt{(\varrho_a + \varrho_b)(\varrho_a + \varrho_c)}}$ ergeben (der Vortragende theilt deren drei mit), machen gar nicht den Eindruck als seien sie zum Theil auf analytischem Wege gefunden und doch hat eine analytische Formel den ersten Anstoss dazu gegeben. Indem man also eine analytische Formel nicht unmittelbar construirt, sondern

geometrisch interpretirt, d. h. aus ihr eine geometrische Eigenschaft der Figur ableitet, gelangt man zu Constructionen, denen man ihre analytische Herkunft gar nicht mehr ansieht, die vielmehr den Eindruck machen, als ob sie das reinste geometrische Vollblut in sich trügen. — Zur Illustration des Zusammenhanges zwischen geometrischer und rechnender Analysis werden dann noch folgende zwei Aufgaben behandelt: 1. Ein Quadrat so zu zeichnen, dass die Seiten desselben durch vier gegebene Punkte gehen. 2. Ein Dreieck zu construiren aus einer Seite, der Mittellinie nach derselben und der Differenz der an der gegebenen Seite liegenden Winkel. Dieselbe ist von Bessel gelöst und findet sich in seinen von Engelmann herausgegebenen Abhandlungen Band 2, S. 360 ohne Angabe der Analysis; dieselbe ist durch Rechnung gewonnen, entbehrt jedoch der Eleganz und Durchsichtigkeit. Der Vortragende theilt eine rein geometrische Analysis dieser Aufgabe mit und weist den Zusammenhang dieser unbedingt viel einfacheren Analysis mit der von Bessel nach. — Die Entscheidung der Frage, welche von beiden Methoden den Vorzug verdient, ist schwierig; es kommt dabei in nicht geringem Maasse auf die Individualität des Lösers an. Bei der geometrischen Analysis behält man stets den Zusammenhang zwischen den gegebenen Stücken und der gesuchten Figur; bei der algebraischen verliert man ihn häufig, namentlich wenn Hilfsgrössen eingeführt werden. Bei der geometrischen besteht die Hauptschwierigkeit darin, die gegebenen Stücke mit der gesuchten Figur in Zusammenhang zu bringen, während sie bei der algebraischen auf der Ausrechnung beruht. Eine Deutung der Formel bietet an und für sich keine Schwierigkeit; da aber diese Deutung in den meisten Fällen recht mannigfaltig sein kann, ist es, wie Bessels Beispiel zeigt, nicht leicht, aus dieser grossen Zahl die geschickteste herauszufinden.

In der sich an diesen Vortrag schliessenden Debatte macht Dr. Julius Petersen (Kopenhagen) darauf aufmerksam, dass man nicht immer, wenn man bei einer geometrischen Aufgabe zu einer Gleichung gelangt, welche den 2. Grad übersteigt, darauf schliessen könne, dass dieselbe mit Lineal und Zirkel unlösbar sei; es könne sich dieselbe ja mittelst quadratischer Gleichungen reduciren lassen, wie es z. B. bei der Construction des regulären 17ecks der Fall sei. — Ferner theilt Dr Petersen noch eine andere Lösung der Aufgabe mit, ein Dreieck aus den drei Radien der äusseren Berührungskreise zu construiren. Es ist $\varrho_a(s-a) = \varrho_b(s-b) = \varrho_c(s-c)$. Zeichnet man daher einen beliebigen Kreis und zieht von einem beliebigen Punkte ausserhalb desselben nach dem Kreise Strecken, welche $= \varrho_a, \varrho_b, \varrho_c$ sind, so sind die anderen Abschnitte dieser Secanten (natürlich vom Punkte aus gerechnet) proportional mit resp. $s-a$, $s-b$, $s-c$, wodurch das Dreieck der Gestalt nach bekannt wird. von Lühmann (Königsberg, Nm.) constatirt, dass der Gedankengang der Lösung ein einfacher sei, die Ausführung der Construction dagegen eine sehr complicirte sein würde.

Dr. von Fischer-Benzon (Kiel) macht auf einen etwas in Vergessenheit gerathenen Satz aufmerksam, welcher sich in Francoeurs Lehrbuch der Mathematik (übersetzt von Külp), im Lehrbuch von Hallerstein und im Handbuch von Ligowski findet, und der bei Behandlung der Incommensurabilität in der Geometrie verwerthet werden kann. Ist $a \pm \alpha = b \pm \beta$, wo a und b constante, α und β veränderliche Grössen sind, welche der Null beliebig nahe gebracht werden können, so ist $a = b$. Er wendet dies auf die Sätze an: drei Parallele schneiden aus zwei beliebigen Geraden proportionale Strecken aus, und: der Inhalt einer Kreisfläche ist gleich dem halben Product aus dem Umfange und dem Radius.

Prof. Erler (Züllichau) constatirt, dass der Satz nicht neu ist und sich auch noch im Cours élémentaire von Joachimsthal für die Berechnung des Kreises findet. Er selbst bediene sich dieses Satzes in folgender Weise: „Wenn zwei veränderliche Grössen, die stets einander gleich sind, zwei

unveränderlichen beliebig genähert werden können, so sind auch diese einander gleich. Die veränderlichen Grössen seien x und y, die unveränderlichen a und b. Vorauss. $x = y$, $a - x = \alpha$, $b - y = \beta$; α und β können beliebig klein gemacht werden. Beh. $a = b$. Bew. Durch Subtraction erhält man $a - b = \alpha - \beta$. Links stehen zwei unveränderliche Grössen, also muss auch ihr Unterschied unveränderlich sein; also ist auch der Unterschied $\alpha - \beta$ der veränderlichen Grössen unveränderlich; und da α und β beliebig klein gemacht werden können, so ist er Null, also $a = b$.

Vierte Sitzung.

Donnerstag den 30. September.

Der Privatdocent Dr. Eugen Dreher aus Halle a. S. entwickelt in seinem Vortrage *„Optische Täuschungen und ihre Bedeutung für die Theorie des Sehens“* die Ursachen der durch den Sehsinn veranlassten Täuschungen, welche ihren Grund entweder in der Organisation des Auges haben oder in einer unbewussten Einmischung der Psyche, welche Schlüsse und Vorstellungen in die primitive Sinneswahrnehmung hineinträgt. Redner unterschied demzufolge zwei Classen von optischen Täuschungen, und zwar physiooptische und psychooptische, von denen letztere zur Unterscheidung des monocularen und binocularen Sehens führten. Das monoculare Sehen ist ein flächenhaftes; sehen wir trotzdem auch mit einem Auge körperlich, so geschieht dies mit Zugrundelegung unbewusster Urtheile, durch welche wir das flächenhafte Netzhautbild körperlich deuten und ihm so Tiefendimensionen geben. Das binoculare Sehen hingegen bietet an und für sich Veranlassung zur Wahrnehmung der Tiefendimensionen, weil die Bilder des gesehenen Gegenstandes, welche hierbei auf correspondirende Theile der Netzhäute fallen, eine „Parallaxenconstruction der Sehlinien“ ermöglichen. Diese Construction kommt dadurch zu Stande, dass für die räumliche Bestimmung jedes Punktes des geschauten Gegenstandes zwei Sehlinien gegeben sind. Dieses Gesetz gilt auch für alle durch das Stereoskop gemachten Beobachtungen. Werden daher zwei Bilder, die von einem Gegenstande bei einer unseren gegenseitigen Augenabstand an Grösse übertreffenden Standlinie aufgenommen sind, stereoskopisch verschmolzen, so ist die hierdurch gewonnene Anschauung keine naturgetreue, sondern eine Tiefenverzerrung des Originals; im entgegengesetzten Falle wird die Tiefendimension beeinträchtigt, so dass die durch das Stereoskop vermittelte Anschauung als eine Verflachung erscheint. Wir erlangen somit nur dann eine naturgetreue Anschauung durch stereoskopische Aufnahmen, wenn dieselben von einer Standlinie aufgenommen sind, deren Grösse genau gleich ist dem Abstande unserer beiden Augen. Aus dem Gesetze der „Parallaxenconstruction der Sehlinien“ ergiebt sich dann, dass die Bestrebungen von Wheatstone und Helmholtz, unsere Augendistanz dadurch künstlich zu erweitern, dass sie Bilder von den zu betrachtenden Gegenständen bei einer zu ausgedehnten Standlinie aufnahmen, erfolglos waren, insofern durch sie eine sachentsprechende Anschauung, wie man vermuthete, nicht vermittelt wurde. Soweit ist es denn die beim binocularen Sehen sich vollziehende Parallaxenconstruction, die uns für den Sehsinn mit der Räumlichkeit der Aussenwelt in Verbindung setzt, da durch das unbewusste Schliessen auf äussere Ursachen und deren Rückverlegung in den Raum erst das Bild der Sinneswahrnehmung zurechtconstruirt wird, welches unser Ich in der Form der Sinneswahrnehmung percipirt. Genannte Construction wird vielfach durch unbewusste Vorstellungen beeinflusst, welche letztere in einen Wettstreit mit der ersten treten, so dass wir in Bezug der Tiefenwahrnehmung zuerst oft gerade das Gegentheil von dem zu sehen bekommen, was die Parallaxenconstruction verlangt. Diese unbewussten Vorstellungen stammen aus den Wahrnehmungen des binocularen Sehens her, welche unsere Psyche

unabhängig vom Bewusstsein gemacht hat, deren Einfluss sich jedoch bei den Sinneswahrnehmungen vielfach geltend macht. Wie schwierig zu entziffernde Bilder und auch ungewöhnliche stereoskopische Experimente beweisen, vollzieht sich der Gestaltungsprocess beim Sehen nicht momentan, sondern allmählich. Gewohnheit und Uebung haben ihn für gewöhnliche Fälle auf solch ein geringes Maass der Zeit beschränkt, dass das Sehen die momentane Folge des Nervenreizes zu sein scheint. Der psychologische Theil des Vortrages behandelte vorzüglich die Unterscheidung von bewussten und unbewussten psychischen Thätigkeiten. Die aufgestellten Gesetze wurden durch stereoskopische Versuche, sowie durch Vorlegung von Sousreliefs belegt.

An den Vortrag schloss sich eine lebhafte Discussion, an welcher sich die Herren Kramer (Halle a. S.), Erler (Züllichau), Jahn (Dramburg), Schönn (Stettin) und Sauer (Stettin) betheiligten. Den Ansichten des Vortragenden trat besonders Herr Kramer bei, während von Seiten der übrigen Herren insbesondere gegen die unbewusste Einwirkung der Psyche auf den Sehprocess Widerspruch erhoben wurde.

Auf Veranlassung von Erler (Züllichau) wird noch die Frage besprochen, ob es räthlich sei, die Determinanten zum Unterrichtsgegenstande auf Gymnasien zu machen. Er selbst habe noch keinen Versuch damit gemacht, halte aber die Einführung derselben für sehr bedenklich. Das Gymnasium habe nicht die Aufgabe, künftige Mathematiker auszubilden; und wenn nun die Determinanten als ausgezeichnetes Hilfsmittel umfangreicher Rechnungen empfohlen würden, so seien sie bei der geringen Anwendung, welche auf dem Gymnasium davon gemacht werden könne, als solches hier eben in keiner Weise anzusehen. Für die gewöhnlich in unseren Sammlungen, auch in dem Lehr- und Uebungsbuch von Diekmann und Heilermann enthaltenen Aufgaben böten die Determinanten keine Erleichterung. So sei ein materieller Nutzen derselben nicht anzuerkennen. Dagegen empfehlen sich die Determinanten durch ihre Allgemeinheit; es sei sehr verlockend für ein System von n Gleichungen des 1. Grades mit n Unbekannten sofort nach Studnička $x_n = \frac{a/_n \Delta}{\Delta}$ hinschreiben zu können. Es sei ihm aber sehr zweifelhaft, ob die grosse Mehrzahl unserer Schüler, selbst wenn mit vieler Mühe und grossem Zeitaufwande der in diesem kurzen Ausdruck enthaltene umfangreiche Algorithmus eingeübt sei, den diesem Resultate zu Grunde liegenden Gedanken mit der wünschenswerthen Ueberzeugung von seiner Richtigkeit klar sich vorstellen werde, während wohl mit Sicherheit behauptet werden könne, dass die Gedanken, auf welchen die gewöhnlichen Eliminationsmethoden beruhten, auch den Schwächsten klar gemacht werden könnten. Wolle man aber die Determinanten einführen, so scheine ihm allerdings der von Diekmann und Heilermann eingeschlagene Weg, welche schon von III ab dieselben zur Anwendung brächten, der beste, während er sich durchaus dagegen erklären müsse, erst in I einen blossen — sit venia verbo — Fetzen aus der Lehre von den Determinanten zu bringen; Diekmann biete auch manche allgemeine Gesichtspunkte für die quadratischen Gleichungen. Bei Lichte betrachtet seien aber die Resultate höchst dürftig. Wenn er z. B. in der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht von Hoffmann (XI, 173) untersuche, welche quadratische Gleichungen mit 2 Unbekannten sich auf einfache quadratische Gleichungen zurückführen lassen, und finde, es seien die drei Gruppen:

$$
\begin{aligned}
1)\quad & ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \\
& \mu ax^2 + \mu bxy + c_1 y^2 + \mu dx + e_1 y + f_1 = 0 \\
2)\quad & ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \\
& a_1 x^2 + \mu bxy + \mu cy^2 + d_1 x + \mu ey + f_1 = 0 \\
3)\quad & ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey + f = 0 \\
& a_1 x^2 + b_1 xy + c_1 y^2 + \mu dx + \mu ey + \mu f = 0
\end{aligned}
$$

so leuchtet dieses Resultat ohne jede Kenntniss der Determinanten bei dem blossen Blick auf diese Gleichungen von selbst ein, und überdies sei das von Diekmann eingeschlagene Verfahren durch den Umweg, den die Aufsuchung des Hülfsfactors λ verlange, weit umständlicher als das gewöhnliche.

Wegen der vorgerückten Zeit soll von einer Discussion abgesehen werden; doch fordert der Vorsitzende auf Erlers Wunsch auf, dass sich noch jemand äussern möge, der für die Einführung der Determinanten, womöglich aus eigener Erfahrung, sei. Dr. Julius Petersen (Kopenhagen) giebt darauf an, dass in Dänemark, wo die Scheidung der Schule in eine sprachliche und eine mathematisch-naturwissenschaftliche Abtheilung auf einer weit früheren Stufe (mit dem 15. Jahre) einträte, in dieser letzteren Abtheilung in Wirklichkeit die Determinanten ohne Schwierigkeit gelehrt würden; allerdings hätten aber diese Schüler die Mathematik zu ihrem späteren Berufe in ausgedehnterem Maasse zu betreiben. — Da sich Niemand weiter zum Worte meldet, wird zur Abstimmung geschritten und fast einstimmig ausgesprochen, dass die Determinanten vom Gymnasial-Unterricht auszuschliessen seien.

Präsenzliste der Theilnehmer.

Baer, Gymnasiallehrer in Berlin.
Baer, Gymnasiallehrer in Küstrin.
Balsam, Stadtschulrath in Stettin.
Berg, Inspector der Bürgerschule in Riga.
Blackwell, Ingenieur in Stettin.
Dr. *Borgwardt*, Gymnasiallehrer in Neustettin.
Dr. *Deter*, Vorsteher des Pädagogiums zu Lichterfelde.
Diedrichs, Oberlehrer in Halberstadt.
Dr. *Eugen Dreher*, Privatdocent in Halle a. S.
Dr. *Emsmann*, Professor in Stettin.
Dr. *Erler*, Professor in Züllichau.
Dr. *von Fischer-Benzon*, Oberlehrer in Kiel.
Fischer, Lehrer an der Realschule in Culm.
Friedrich, Lehrer am Gymnasium in Anclam.
Dr. *Gellenthin*, Oberlehrer in Stettin.
Dr. *Gentzen*, Lehrer an der Realschule in Stralsund.
Dr. *Grassmann*, Lehrer am Gymnasium in Stettin.
Grassmann, Lehrer am Gymnasium in Königsberg Nm.
Grassmann, cand. math. in Halle a. S.
Guiard, Lehrer am Gymnasium in Stettin.
Dr. *Hartmann*, Oberlehrer in Rinteln.
Hartwig, Schulrath in Schwerin in Mecklenburg.
Dr. *Heidenhain*, Lehrer am Gymnasium in Stettin.
Hensel, Lehrer am Gymnasium in Dramburg.
Dr. *Jahn*, Oberlehrer in Dramburg.
Dr. *Junghans*, Professor in Stettin.
Kobert, Oberlehrer in Freienwalde a. O.
Dr. *Kramer*, Oberlehrer in Halle a. S.
Dr. *Krankenhagen*, Lehrer an der Realschule in Stettin.
Dr. *Lensch*, Gymnasiallehrer in Berlin.
Lessing, Professor in Prenzlau.
Leonhard, cand. math. in Stettin.
Dr. *Lieber*, Oberlehrer in Stettin.
Lindner, Lehrer am Gymnasium in Coeslin.
von Lühmann, Oberlehrer in Königsberg Nm.
Luethe, Rector in Cammin in Pommern.
Magunna, Baurath in Stettin.
Dr. *Mascow*, Lehrer am Gymnasium in Pyritz.
Meder, Oberlehrer in Riga.
Dr. *Mix*, Oberlehrer in Friedeberg Nm.
Moecke, cand. phil. in Berlin.
Nouvel, Oberlehrer in Malchin.
Dr. *Julius Petersen*, Docent in Kopenhagen.
Dr. *Pfeiffer*, Lehrer an der Realschule in Spandau.
Reclam, Oberlehrer in Neustettin.
Dr. *Reishaus*, Oberlehrer in Stralsund.
Sauer, Lehrer an der Realschule in Stettin.
Dr. *Schönn*, Oberlehrer in Stettin.
Dr. *Schulz*, Lehrer an der Realschule in Stettin.
Dr. *Schwalbe*, Director in Berlin.
Schweder, Staatsrath in Riga.
Dr. *Seelmann-Eggebert*, Oberlehrer in Colberg.
Steffenhagen, Lehrer am Gymnasium in Stettin.
Dr. *Tramm*, Oberlehrer in Anclam.
Dr. *Wienke*, Lehrer am Gymnasium in Stettin.
Winkler, Professor in Landsberg a. W.
Wronsky, Lehrer am Gymnasium in Gartz a. O.

Zusammen 57 Theilnehmer.

NB. Der Bericht über die Verhandlungen der „Section für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" der Naturforscher-Versammlung in Danzig soll im nächsten Hefte erscheinen.

D. Red.

Journalschau.

Zeitschrift für Mathematik und Physik, XXV. Jahrgang (1880).

Heft 5. Göbel (Zürich) untersucht synthetisch das „Cylindroid“, eine in der Schraubengeometrie des Engländers Ball eine ausgezeichnete Stellung einnehmende Fläche dritter Ordnung. — Geisenheimer (Tarnowitz) benutzt die Ergebnisse seiner (mehrfach erwähnten) kinematischen Betrachtungen zur Feststellung von Relationen zwischen den Krümmungshalbmessern collinearer, reciproker und inverser Plancurven. — Grätz (Strassburg) studirt, unter steter Berücksichtigung der durch die hyperbolischen Functionen dargebotenen Rechnungs-Erleichterungen, die Bewegung von Flüssigkeiten in Röhren.

Kleinere Mittheilungen. Schlömilch lehrt ein unendliches Product kennen, welches mit der bekannten Gammafunction grosse Aehnlichkeit hat. — W. Braun (Augsburg) giebt eine Correcturformel für das logarithmische Decrement bei der Schwingung tordirter elastischer Drähte. — Böklen (Reutlingen) giebt eine neue Serie von Sätzen für die Fresnelsche Wellenfläche. — Schlömilch drückt den Quotienten $\Gamma(q):\Gamma(q+\frac{1}{2})$ durch eine neue unendliche Reihe aus.

Hist.-liter. Abtheilung. Krummbiegel und Amthor (Dresden) unternahmen es bekanntlich (Heft 5, S. 414), das bekannte, vielfach als apokryph betrachtete „Ochsenproblem“ des Archimedes einer neuen Untersuchung zu unterwerfen. Von dem philologischen ersten Theile war bereits die Rede; jetzt liefert Amthor eine auf die Lagrangesche Kettenbruchentwickelung sich stützende Lösung der zu Grunde liegenden Aufgabe, welche seiner Ansicht nach wohl würdig ist, mit dem Namen Archimedes in Verbindung gebracht zu werden.

Recensionen. Isenkrahe, Das Räthsel von der Schwerkraft (Kötteritzsch); Remeis, Die Frage der Unveränderlichkeit des Sonnendurchmessers (Valentiner); Thomae, Ueber eine specielle Classe Abelscher Functionen vom Geschlecht 3 (H. Weber); Petersen, Methoden und Theorien zur Auflösung geometrischer Constructionsaufgaben (Schwering); Milinowski, Die Kegelschnitte, 2. Theil (Schwering); Frerichs, Die Hypothesen der Physik (Zech); Puschl, Ueber die latente Wärme der Dämpfe (Zech).

Heft 6. Wittwer (Regensburg) sucht auf der Grundlage seiner bekannten Ansichten über materielle und Aether-Moleküle ein System der mathematischen Chemie zu errichten. — Grätz (Strassburg) fährt in seinen hydrodynamischen Untersuchungen fort.

Kleinere Mittheilungen. Stier (Rostok) führt einige Punkte in Matthiessen's Theorie der kosmischen Gleichgewichtsfiguren, speciell mit Bezug auf unsere Erde, weiter aus. — Schönemann (Halle) giebt unter dem Namen „Pendelkreuz“ und „Kreuzpendel“ Apparate zur graphischen Darstellung der Schwingungscurven an. — Schur (Berlin) handelt von jenen Tangenten zweier geradliniger Quadriflächen, welche diesen gemeinsam sind, wenn sie ohnehin je ein Paar von erzeugenden Geraden gemein haben. — Schlömilch zeigt, wie periodische Decimalbrüche von der Periode $2k$ beschaffen sein müssen, damit die $m$te und die $(k+m)$te Stelle sich zur Zahl 9 ergänzen.

Hist.-liter. Abtheilung. Wohlwill (Hamburg) weist mit voller Berechtigung den ihm von Prof. Gilbert in Loewen gemachten Vorhalt zurück, in seiner Darstellung des Galileischen Prozesses einige Punkte unrichtig dargestellt zu haben.

Recensionen. Hauck, Die subjective Perspective (Wiener); Reidt, Planimetrie, Stereometrie und Trigonometrie (Cantor); Planck, Ueber den zweiten Hauptsatz der mechanischen Wärmetheorie (Zech); Pscheidl, Einleitung in die praktische Physik (Kötteritzsch), Wrobel, Die Physik

in elementar-mathematischer Behandlung (Kötteritzsch); Gugler, Lehrbuch der descriptiven Geometrie, 4. Aufl. (Wiener, zugleich Biographie des verstorbenen Stuttgarter Mathematikers); Scott, Treatise on the theory of determinants (Cantor); Wittstein, Analytische Geometrie (Cantor).

Mathematisches Abhandlungsregister, 2. Hälfte, vom 1. Juli bis 31. Dezember 1879.

Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens. Jahrg. VIII.

(Forts. v. Jahrg. XI, Heft 6, S. 502.)

Heft 7. In „Streifzüge auf dem Gebiete der Geographie" (III.) setzt Cramér-Barr (Elsass) seine frühern (s. C.-O. 1877, S. 142 u. 273) gleichnamigen Artikel fort, und bespricht nacheinander nicht weniger als 25 geogr. Lehr- und Hilfs-Mittel, und zwar hinter Wagner („die Dimensionen des Erdsphäroids" nach Bessels Elementen s. Behms Jahrb. III. Gotha 1870) und Gerber („die Sprache als Kunst" als Beantwortung der Frage: „Welche Aufgabe ist der Sprache im Dienste der Erdkunde zuzuweisen?") die geogr. Leitfäden von Klein, Ritter, Hess, v. Seidlitz, Dronke, Reindel, Geistbeck, Krallinger, Kneisel; von diesen werden die beiden ersten, in einem gewissen Gegensatze stehenden, sehr empfohlen; gegen Hess und v. Seidlitz werden mancherlei Bedenken ausgesprochen; Dronke wird als „brauchbar" bezeichnet, Reindel als „Petrefact" (das Auffallendste an demselben sei die 2. Auflage!). Dagegen wird Geistbeck gelobt, und gleich Krallinger als ein Fortschritt im geogr. Unterricht bezeichnet. Kneisel (histor. Geographie) wird warm empfohlen. Dann folgen die Atlanten resp. Wandkarten von Meyer und Keppel (Gesch.), Amthor-Isleib, Möhl, Lüben-Winkler, Hölders geogr. Volks- und Jugendbibliothek, die geogr.-didaktischen Schriften von Behrens, Hartung, Gericke; die schlesw.-holst. vaterl. Alterthümer von Messtorf und am Schlusse eine humoristische alte Geographie (1733—1760). — Hierauf bespricht Freytag Krügers Buch „Für und wider die moderne Erziehungslehre" im Gegensatz zu Sollers pessimistischer Broschüre und als Seitenstück der „Briefe über nationale Erziehung". Der Referent bezeichnet Krügers Schrift als „eine so werthvolle, dass ihre Lectüre jedem Collegen nicht dringend genug ans Herz gelegt werden kann". — Von naturw. Schulbüchern sind besprochen: Wilbrand, Pfaff (Wasser), Kolbe (org. Chemie), die Schriften über Physik von Budde, Pscheidl, Wrobel, Wallentin, Müller-Pouillet-Pfaundler (II, 1—2), Schellen (Elem.-Mech.) und das bekannte Buch von Maxwell-Fleischl. Es folgt noch der bekannte preuss. Minist.-Erlass über Schülerunwesen und Jubiläum Elberfeld R. I. O.

Heft 8. Stammer-Düsseldorf beantwortet die Frage: „Ist eine Vermehrung der Unterrichtsstunden in Latein an Realschulen nothwendig oder doch wünschenswerth?" dahin, dass diese Anordnung den Realschulen schädlich sein werde. Beyer-Rawitsch hält eine „Umschau auf dem Gebiete des physikalischen Unterrichts an den Realschulen I. Ord.", die für unsere Leser sehr anregend sein dürfte. Aus den Programmen wird nachgewiesen, welche Ungleichmässigkeiten sich bezüglich dieses Unterrichts und in den Schülerleistungen, besonders aber in den Abiturienten-Aufgaben, finden, die zum Theil weit über die Anforderungen der Schule hinausgehen. Besprochen sind: Erler, preuss. Dir.-Conf. 1876/77 und aus der Math. und Physik die Bücher von Walberer, v. Beetz, Decker und Hain (phys. Aufg.), Dorner, Koppe, die geometrischen und trigonometrischen von Frischauf, Schumann-Gautzer. — Programm- und Journalschau. Archiv. Schul- und Vereinsnachrichten (4. Delegirtenversammlung des rh. Realschulmänner-Vereins).

Pädagogisches Archiv, Jahrg. XXII.

(Fortsetzung von Jahrg. XI, Heft 6, S. 502.)

Heft 8.*) Beyer-Rawitsch charakterisirt „die im Laufe der Zeit hervorgetretenen Mängel der Unterrichts- und Prüfung-Ordnung der Realschule I. Ord."; dabei kommt auch die Ueberbürdungs- und die Latein-Frage zur Sprache und wird der Lehrplan von Dir. Kramer-Mühlheim mitgetheilt. — Ein interessantes Actenstück ist das umfangreiche Gutachten, welches ein höherer Verwaltungsbeamter an den preuss. Minister v. Altenstein im J. 1840 „über die auf den Gymnasien dem Unterrichte in den alten Sprachen zu widmenden Lehrstunden" abgegeben hat; in demselben wird der alt-philologischen Exclusivität und Herrschaft, besonders auch dem Lateinreden und Lateinschreiben, derb zu Leibe gegangen. — Die Recensionen betreffen sprachliche, besonders deutsche Schulbücher. — Bericht über das Jubiläum der Elberfelder Realschule I. Ord.

Heft 9. Der Redacteur Krumme giebt im Anschluss an seine Aufgaben (resp. Beweise) aus der darstellenden Geometrie und der Perspective (Bd. 1880, S. 289), der Krystallographie und Chartographie (1879, S. 257 und 609), „Aufgaben zur Einführung in die astronomische Geographie" in 4 Abschnitten: 1) die Erde (23 Aufg.); 2) die Sonne und die Erde (38 Aufg.); 3) der Mond, die Sonne und die Erde (75 Aufg.); 4) die allgemeine Anziehung (12 Aufg.). Hieran schliesst Wolkenhauer-Bremen noch 20 Aufgaben über den Kartenmaassstab und über die Sehweite von Bergspitzen. Diese Uebungsmaterialien seien der Benutzung und Kritik unserer Fachgenossen dringend empfohlen. — In dem Aufsatze „Zur Vorschulfrage" erbringt Dir. Bach-Berlin, auf statistische Daten gestützte, wichtige Gründe gegen die von Steinbart so sehr verfochtenen „Vorschulen"; was nämlich durch die Vorschulen an besserer „Vorbildung" gewonnen werde, das gehe durch die „geringere Begabung" ihrer Schüler wieder verloren, weil eine „Auslese" gesetzlich nicht gestattet sei, vielmehr alle „Vorschüler" sich das Einrücken in die Hauptschule „ersitzen". Sonach strömt aus ihnen viel geringes Gut in die Hauptschule.

Die Recensionen betreffen Sprachliches und der — übrigens höchst interessante — Bericht über die Philologen-Versammlung in Stettin ignorirt leider die mathem.-naturw. Section.

Oesterreichische Zeitschrift für das Realschulwesen. Jahrg. V.

(Fortsetzung von Jahrg. XI, Heft 6, S. 502.)

Heft 7. Penl-Brünn bespricht „das Experiment auf der ersten Stufe des mineralogischen Unterrichts", ein Thema, das auch schon Andere z. B. Reis in seinem „Ersten Unterricht in der Chemie vereinigt mit Mineralogie" (2. Aufl. Mainz 1876, s. Rec. IX, 229), Fischer in seinem (vor kurzem in 2. Aufl. erschienenen) „Leitfaden der Chemie und Mineralogie" (Hannover 1880) und Senft in seiner Umarbeitung des 3. Heftes des naturgesch. Leitfaden von Leunis (Hannover 1881) ausführlicher bearbeitet haben. Verf. zeigt, wie man durch leichte Versuche die physikalischen und chemischen Eigenschaften zur Anschauung bringen kann und zählt am Schlusse die zu „Versuchsobjecten" passenden Mineralien auf. — Drasch-Steyr spricht über „die Stellung der synthetischen Geometrie zur darstellenden"; er erörtert an der Hand der (citirten) Literatur, indem er der orthogonalen Projection vor der centralen den Vorzug einräumt, wie man die aus ersterer gewonnenen Resultate im Sinne der neuern Geometrie verwerthen könne. —

*) Heft 7 ging uns nicht zu und soll später nachgetragen werden.

Eichler-Wien giebt in „die Gezeiten“ eine recht instructive Zusammenstellung der Ansichten der über diese Materie competenten Gelehrten und Schriftsteller, mit besonderer Rücksicht auf Schmicks Theorie, welche noch auf allgemeine Anerkennung harret.

Recensirt sind die geographischen Schriften von Kutzner und Klein, die naturwissenschaftlichen von Leuckart-Nitsche (zoolog. Wandtafeln), von C. Vogt (Geologie), von Lorscheid (Chemie) und von Wallentin (Physik), die mathematischen von Gerlach und Müller. Das Archiv enthält das Regulativ über die Lehrstoffvertheilung in Geometrie und geom. Zeichnen an österr. Realschulen. Berichtet ist über die Delegirten-Vers. des d. Realschulmänner-Vereins. Journal- und Programmschau.

Heft 8. Scheller-Prossnitz behandelt nochmals das schon viel bearbeitete Thema „Linsentheorie“ und schliesst sich (fast zu) eng an Helmholtz und Wüllner an, weshalb die Redaction zur Rechtfertigung des Verf. eine Nachbemerkung macht. Streissler-Graz bespricht, gestützt auf zwei wichtige Sätze, den von Stevin und Mydorge und den von Gregoire v. St. Vinzent eine „Transformation der Kegelschnitte“, welche für die Construction der Ellipse sehr wichtig sei. Wallentin-Wien giebt auf Grund eines (wie es scheint wenig bekannten) Satzes eine elementare Ableitung der allgemeinen Gleichungen der oscillatorischen Bewegung, eine ähnliche Arbeit, wie sie der Mitredacteur Kuhn im Programm der Döllschen Realschule 1868/69 geliefert hat.

In den Schulnachrichten erfahren wir Näheres über das Mittelschul- und Lehrerbildungswesen Kroatiens, Slavoniens und der Militärgrenze — Ländern hart an der europäischen Bildungsgrenze — und über die Reform des Mittelschulunterrichts in Frankreich. — Ein Zusatz zum Programm der (bereits in Heft 7 angezeigten) Ausstellung seitens des Vereins österreichischer Zeichenlehrer zum Beginn der grossen Schulferien (15. Juli bis 15. September d. J.) weist uns hin auf dieses wichtige Unternehmen, zu dessen Beschickung auch deutsche Schulmänner eingeladen waren*).

Recensirt sind: Bachmanns (Landsberg a. L.) Leitfaden zur Anfertigung mikroskopischer Dauerpräparate; Bohn, Ergebnisse physikalischer Forschung; ein algebr. Lehrbuch eines Seminarlehrers Büttner in 5. Aufl.; die bekannte Aufgabensammlung von Gandtner-Junghans. Den Schluss macht eine ausführliche und lehrreiche Besprechung der „Geschichte der elliptischen Transcendenten“ von Königsberger aus der reichhaltigen Feder unseres Mitarbeiters Dr. Günther.

Blätter für das Bayerische Gymnasial- und Realschulwesen. Bd. XVI.

(Forts. v. Jahrg. XI, Heft 6. S. 503.)

Heft 7. Müller, über die durch die Quecksilbertemperatur veranlasste Correction des Barometerstandes im Anschluss an eine mangelhafte Stelle des Piskoschen Lehrbuchs der Physik für Obergymnasien. — Günther giebt als Ergänzung zu seinem Lehrbuche der Determinanten den Beweis eines Satzes von den symmetralen Determinanten. — Kurz macht mit Rücksicht auf Bayern Bemerkungen über die Schulbücherstatistik für Preussen (s. unsere Ztschr. XI, 184).

Kritik. Recensionsstreit zwischen Schüler und H—. über Schülers Lehrbuch der analyt. Geometrie. — Düker, Zifferrechnen, recensirt von Günther. Medicus, das Thierreich im Volksmunde, humoristische Naturgeschichte. Taschenberg, prakt. Insektenkunde.

Heft 8. Ausser Kurz' Miscellen No. 89—94 (Optik, Thermik, Elektrik als 4. 5. 6. [letztes] Capitel der Physik. Die specielle Wärme und das

*) Die beiden folgenden Hefte IX und X der bespr. Zeitschrift enthalten darüber noch keinen Bericht.

Poisson'sche Gesetz. Ein grosser, bequemer, billiger Wellenapparat. Alle Interferenzfälle.) enthält dieses Heft nur (theilweise recht kurze) Recensionen: Hofer, opt. Durchschnittsmodelle; Arendt, Technik der Experimentalchemie; Effert, Grundriss der mathematischen und physischen Geographie; Börners und Junghänels Bücher zur Einführung in die Geometrie; Brockmanns ebene und sphärische Trigonometrie; Gallenkamps synthet. Geometrie; Bartl, Uebungsaufgaben aus Trigonometrie und Coordinatengeom.; Schilling, Grundriss der Naturgeschichte; Behrens, Lehrbuch der Botanik. Zwischen Bartl und Schilling hat sich Dunkers Geschichte des Alterthums eingeschlichen. Koehne, zoolog. Repetitionstafeln; Fischer, kurze allgem. Geologie.

Revue de l'instruction publique en Belgique. Tome XXII.

(Forts. v. Jahrg. XI, Heft 2. S. 165.)

Livr. 6. Unter Bezugnahme auf unsere Bemerkung über d. Ztschr. (s. a. a. O.) müssen wir mittheilen, dass auch Heft 6 nichts über unsere Fächer enthält. Wie exclusiv-philologisch diese Zeitschrift überhaupt ist, das geht u. a. auch daraus hervor, dass z. B. unter der Zeitschriftenschau (Périodiques) die 2. Abtheilung der Jahrb. von Fleckeisen-Masius, welche der Pädagogik gewidmet ist, ganz ignorirt wird. Eine geringe Ausbeute giebt

Tome XXIII.

Livr. 1. Herr Verhelst giebt eine Notiz über einen arithmetischen Satz und ein Artilleriecapitän Henin einen Satz über die Parabel. Recensirt sind Favaro, Géométrie de position, und Clebsch, Leçons sur la Géométrie (übers. von Benoist). Rouché-Comberousse, Traité de Géométrie. Mitgetheilt ist Annuaire de l'Observatoire royal de Bruxelles 1880.

Livr. 3. Ein Herr Even schreibt: Expressions diverses de la surface du triangle mit der schützenden Anmerkung: „comme dit le proverbe: *Nil novi sub sole;* nous n'osons donc pas affirmer, que la méthode que nous exposons soit neuve".

Livr. 4. Remarque sur la théorie des foyers des courbes du second degré von Cambier (fortgesetzt in Livr. 5. S. 32).

Zeitschrift für Schulgeographie. Jahrgang II.

(Forts. v. Jahrg. XI, Heft 6. S. 504.)

Heft 5. Zehden-Wien giebt im Anschluss an einen Artikel der Wiener Allgemeinen Zeitung eine Anregung „das geographische Cabinet" zu verbessern und zu pflegen, besonders die Wandkarte und den Atlas besser verstehen und nützen zu lehren, ohne jedoch positive Vorschläge zu machen. — Goetz-Waldenburg (Basel) sucht in Anlehnung an Ritter und Peschel zu zeigen, wie man „die vergleichende Erdkunde in den Volksschulen" behandeln solle und giebt diesbezügliche Literatur an. — Steinhauser-Wien klärt in einem populär-mathem. gehaltenen Aufsatze „über die Sehweite von erhabenen Punkten" den Unterschied zwischen geometrischem und thatsächlichem Horizont. — Paulitzschke-Znaim verbreitet sich ausführlich über „die Behandlung der Communicationswege beim geogr. Unterricht". Folgt ein geogr. Charakterbild „die Nilüberschwemmung und die künstliche Landbewässerung in Aegypten" nach dem Reisenden Klunzinger. In dem sehr methodikgemässen Artikel „Erbsünden" werden von Klöden-Berlin und Leitzinger-Bregenz traditionelle Fehler („Böcke") aus geogr. Lehrbüchern mitgetheilt und deren Ausmerzung angebahnt. — Folgen Notizen, Literatur, bibliographische Rundschau (Bücher, Zeitschriften, Karten, Altanten), darin eine eingehende Recen-

sion von Wettstein-Randegger's Schulatlas. Illustration: Schaffhausen und der Rheinfall.

Heft 6. Egli-Zürich spricht sehr belehrend über den „Dienst der geographischen Namen im Unterrichte“ und illustrirt seinen Aufsatz durch einen Zeitungsartikel („die Boeren in Südafrika“). — Mayer-Wien beantwortet in dem Aufsatze „die Stellung der Erdkunde im Kreise der Wissenschaft und der Schuldisciplin“ die Frage, ob denn die Geographie überhaupt eine selbstständige Wissenschaft sei? dahin, dass sie nicht unter die formal, sondern unter die material bildenden Disciplinen gehöre. Es folgt eine oro-hydrographische Skizze der in den Lehrbüchern stiefmütterlich behandelten Halbinsel Arabien von F. Skalla. Dann folgen noch Notizen über Madagaskar, den Yellow-Nationalpark in Nordamerika, Schwankungen der Erdoberfläche, eine unbekannte australische Menschenrasse, Zurückweichen der Niagarafälle, neue Volkszählungen. Am Schlusse: Literatur (Bücher, bibliogr. Rundschau, Zeitschriften, Karten).

Deutsche Rundschau für Geographie und Statistik von Arendts Jahrg. III.

(Fortsetzung v. Jahrg. XI, Heft 6, S. 331*).

Heft 1. Wolkenhauer-Bremen, behandelt „die kartographische Darstellung der senkrechten Gliederung der Erdoberfläche“. — Geistbeck-Freising liefert „Ethnographische Curiositäten“. — Schweiger-Lerchenfeld führt uns ins „Land der Ruinen“ (mit drei Illustr.: Konia, Nicäa, Halikarnass). — Paulitschke erzählt uns „die ältesten holländischen Seefahrten“ auf Grund ihrer Literatur. — Paloczy unternimmt „Skandinavische Streifzüge“ (Illustr. Stadt Drammen). Folgen „Begleitworte zur Karte von Central-Afrika“ von Chavanne nebst Theilkarte. Unter „Astronomie und physikalische Geographie“ bespricht Holetschek „die Kometen von Faye und Winnecke“. Dann folgt eine Mittheilung über die Pacific-Expedition von Finsch-Bremen. — Projectirte Volkszählung in Oesterreich 1881. Insel Tahiti von Franzosen annectirt. Kartographie auf der niederösterreichischen Gewerbeausstellung. Französ. Cultusbudget, die deutsche Marine der Gegenwart (Zuwachs seit 1871 beträgt 56 Kriegsschiffe, darunter 12 Panzerschiffe), griechisches Heer. Oesterr.-ungar. Exporthandel, Nischnij-Nowgoroder Jahrmarkt, Steinkohlenproduction der Erde ($1\frac{1}{2}$—2 Milliarden M., 1 Mill. Arbeiter erhalten 4 Mill. M.), Graspapier. Die grösste Brücke der Welt über die Wolga ($1\frac{1}{2}$ Werst). Ehrenhalle und Nekrologie: der Reisende Aetinori, und Neumann, Prof. der Geographie in Breslau, mit Portraits; Vereine; Bibliographie. Wiederum ein ausserordentlich reicher Inhalt!

Kosmos. Jahrg. IV.

(Fortsetzung v. Heft 6. S. 505.)

Heft 5. O. Schmidt, Absonderung und Auslese im Kampfe ums Dasein. — Krause, Skizzen aus der Entwickelungsgeschichte II. (Forts.) — H. Müller, über die Entwickelung der Blumenfarben. — Sayce, die Geschichte der Schrift.

Kleinere Mittheilungen. G. Darwins Rechnungen über die säcularen Aenderungen der Mond- und Planetenbewegungen durch den Einfluss der Gezeiten. Flora isolirter Inseln im Allgemeinen und der ostfriesischen insbesondere. Duftorgan des männlichen Ligusterschwärmers (Illustr.). Variabilität der Milchdrüsen bei den Schafen der niedern Cevennen. Zur histor. Entwicklung des Farbensinns. Erfindung des Pfluges.

---

*) Die Hefte 7—12 des Jahrg. II gingen uns nicht zu.

Literatur und Kritik. Rostoff, Religionswesen der rohesten Naturvölker (Antikritik contra Lubbock). Canestrini, La Teoria di Darwin. Anderssohn, die Theorie vom Massendruck aus der Ferne. Biographie Okens von Ecker. Bilharz, der heliocentrische Standpunkt der Weltbetrachtung. Trewendts Encyclopädie der Naturw. F. Schultze, die Sprache des Kindes, Studie in erweiterter Gestalt. Taschenberg, prakt. Insectenkunde. Meyers, Jahrb. f. Gesch. u. Culturfortschritte. — Heft 6. Vuy, „zur Wiederaufrichtung erschütterter Autoritäten", Betrachtungen über Erziehung der Zukunft, ein Artikel, der sein Thema nicht genau trifft. — Krause, Skizzen etc. (s. o.) III. — Müller, die Variabilität der Alpenblumen. — Einstein, Erfassen und Begreifen, eine sprachphilosophische Studie.

Kleinere Mittheilungen und Journalschau. Die Rolle des Meeres bei dem grossen Abkühlungsprozesse der Erde. Ueber den Einfluss der Bewegung und andere phys. Verh. des Wassers auf die Formen der Wasserpflanzen. Eine Süsswassermeduse. Das Leuchten der Johanniswürmchen. Anatomische Uebereinstimmung im Skelett fossiler Reptilien mit demjenigen placentaloser Säugethiere. Die Wittwentödtung und andere Begräbnissceremonien auf den Fidschi-Inseln. Neuer Name — „Baptanodon" — für den für die Descendenztheorie wichtige Saurier statt „Sauranodon".

Literatur und Kritik. Reichenau, Nester und Eier der Vögel. Leclair, der Realismus der modernen Naturwissenschaft. Seboth, Graf u. Petrasch, die Alpenpflanzen.

Bei der Redaction eingelaufen.

(27. XI. 80).

Mathematik.

Neue wissenschaftliche Werke und Schulbücher.

Worpitzky, Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. Berlin, Weidmann. 1880.

Brand, Grundriss der Differentialrechnung. Pyritz, Comm.-Verlag von H. Backe. 1880.

Schlegel, Lehrbuch der elementaren Mathematik. 4. Th. Stereom. und sphär. Trigonom. Wolfenbüttel, Zwissler. 1880.

Gallenkamp, Synthetische Geometrie. 1. u. 2. Abth. Iserlohn, Bädeker. 1880.

Franz Meyer, Analytische Geometrie der Ebene und des Raumes für h. Lehranstalten. Hannover, Helwing. 1880.

— Hauptsätze aus der ebenen Trigonometrie. Ib.

Langenberg, Neue praktische Rechenaufgaben. Berlin, Oehmigke. 1880.

Graf Pfeil, Mathematische und physikalische Entdeckungen. Berlin, Hempel. 1880.

Neue Auflagen.

Steck und Bielmayr, Sammlung von arithm. Aufgaben in systemat. Ordnung. 6. verb. Aufl. Kempten, Kösel. 1880.

Kehr, Praktische Geometrie für Volks- und Fortbildungsschulen, sowie für Seminarvorbereitungsanstalten. 6. Aufl.

Naturwissenschaften.

Jenkin, Electricität und Magnetismus übers. v. Exner. Braunschweig, Vieweg. 1880.

Czerny, Die Veränderlichkeit des Klimas und ihre Ursachen. Wien-Pest-Leipzig, Hartleben. 1881.

Schlemüller, Vier physikalische Abhandlungen. Prag, Dominikus. 1881.
Wershoven, The Scientific English Reader. Englisches und naturwissenschaftlich-technisches Lesebuch für höhere technische Lehranstalten und zum Selbststudium für Studirende, Lehrer, Techniker, Industrielle. 1. Th. (Physik, Chemie, chemische Technologie). Leipzig, Brockhaus. 1881.
Wallach, Tabellen zur chemischen Analyse. 1. Th. Verhalten der Elemente und ihrer Verbindungen. 2. Th. Methoden zur Auffindung und Trennung der Elemente. Bonn, Ed. Webers Verlag. 1880.
Keller, Grundlehren der Zoologie. Leipzig, Winter. 1880.
Wagner, Abriss der allgemeinen Erdkunde. Erweiterter Abdruck aus Guthe's Lehrbuch der Geographie. Hannover, Hahn. 1880.

Neue Auflagen.

Hann-Hochstetter-Pokorny, Allgemeine Erdkunde. 3. Aufl. Prag, Tempsky. 1881.
Fischer, Leitfaden der Chemie und Mineralogie. 2. Aufl. Hannover, Hahn. 1880.
Leunis-Senft, Analytischer Leitfaden für den ersten wissenschaftlichen Unterricht in der Naturgeschichte. 3. Heft. Oryktognosie und Geognosie. 6. verm. und vollst. umgearb. Aufl. Ibid.
Burbach, Physikalische Aufgaben zur elementar-mathem. Behandlung. 4. Aufl. Gotha, Thienemann. 1880.

Zeitschriften.

Zeitschr. f. Math. u. Phys. XXV, 5—6.
— Supplement zur histor.-lit. Abtheilung des XXV. Jahrgangs.
Central-Organ f. d. Int. d. R.-W. VIII, 9—11.
Kosmos. 1880, Heft. 7.
Pädagog. Archiv. XXII, 8—9.
Oest. Zeitschr. f. R.-W. V, 9—10.
Blätter f. bayer. G.- u. R.-Wesen. XVI, 8.
Zeitschr. f. Schul-Geogr. II, 1 (October 1880).
Revue de l'instruction publique en Belgique. XXIII, 5.

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

Wir bitten die Verfasser von mathematischen und naturw. Programmen, dieselben nicht an die Redaction ds. Z., sondern direct an die bekannten Programmreferenten zu schicken, falls sie nicht schon durch den officiellen Programmaustausch von der Centralstelle (Teubnersche Verlagsbuchh.) aus sicher und rechtzeitig dorthin gelangen sollten.

Die Herren Programm-Referenten sind für

Preussen	Prov. Preussen, „ Posen, „ Schlesien	Hr. Rector Dr. Meyer-Freiburg in Schlesien.
	„ Brandenburg, „ Pommern	Hr. Rector Weisker-Rathenow.
	„ Sachsen mit Thüringen, „ Westfalen	Hr. Dr. Leimbach, Gymn.-Prof. in Sondershausen für die naturw. Progr. — Für die mathematischen will Dr. Reidt interimistisch eintreten.
	„ Rheinprovinz	Hr. Dir. Dr. Dronke-Trier.
	„ Hessen-Nassau	Hr. Dr. Ackermann-Kassel für die naturw. Hr. Dr. Hartmann-Rinteln für die mathem.

Königr. Sachsen. Hr. Prof. Dr. Meutzner-Meissen.
Baiern { Hr. Prof. Dr. Günther-Ansbach für die mathem. u. physikal. Hr. Prof. Lampert-Würzburg für die naturgesch.
Schweiz. Hr. Prof. Mühlberg-Aarau hat sich dazu erboten.

Programmreferenten fehlen leider immer noch für die preussischen Provinzen Hannover (mit Oldenburg und Bremen), Schleswig-Holstein (mit Hamburg) Grossherzogthum Hessen, für Württemberg, Baden und für die Reichslande.

Die Programme Oesterreichs werden wir — bis auf weiteres — insofern berücksichtigen, dass wir die in der Zeitschrift f. Realschulwesen gegebenen Berichte einfach citiren.

Hiermit verbinden wir die Bitte an die Herren Programmreferenten, uns ihre Referate der Progr. von 1880 recht bald einzusenden (Schema s. XI, S. 336). Die Programmschau dürfte für eine künftige Geschichte der Schulbildung überhaupt und der liter. und wissensch. Thätigkeit der Lehrer der Mathematik und Naturwissenschaften insbesondere eine wichtige Quelle werden und wir halten sie daher für einen nothwendigen Bestandtheil unserer Zeitschrift, trotz entgegengesetzter Ansichten.

2) Es wäre sehr zu wünschen, dass die Fachgenossen dafür sorgten, dass in den der Redaction von Mushackes Schulkalender eingesandten statistischen Schulnachrichten (durch beigesetztes M. oder Ntw.) angegeben würde, wer in dem betr. Lehrercollegium der Mathematiker und wer der Lehrer der Naturwissenschaften sei. Nur Einige thun dies. Will Jemand z. B. feststellen, wie viele Lehrer dieser Gattung es an den höhern Schulen Deutschlands giebt, so kann er das wenigstens nach Mushacke nicht. Ebensowenig lässt sich die Zahl der Gymnasial- und der Realschul-Lehrer genau bestimmen, da bei Doppelanstalten meist nicht angegeben ist, ob der Betreffende dem Gymnasium oder der Realschule (oder beiden) angehört. Das ist ein fühlbarer Mangel eines Schulkalenders, für den aber nicht die Redaction desselben, sondern die Herren Einsender d. N. verantwortlich sind. Auch hierin sind uns die Oesterreicher (wie überhaupt in der Schulstatistik) voran, denn in Dassenbachers „Schematismus der österr. Mittelschulen" ist durch ein beigesetztes M (= Math.), Nl (= Naturlehre) oder Ng (= Naturgeschichte) das Lehrfach des Betreffenden bezeichnet.

3) Die Redaction beabsichtigt, in ds. Ztschr. für jedes Lehrfach am Jahresschluss den jeweiligen Stand der Schulwissenschaften in einem kurzen Resumé zu bringen, will aber damit nicht eher beginnen, bis sie sichere Kräfte hierzu gewonnen hat, damit das Unternehmen nicht, wie das frühere „Repertorium etc." — das hierdurch ersetzt werden soll, — wieder einschlafe. Die Red. sucht also hierzu gediegene Kräfte, die ein Specialfach beherrschen.

4) Wir bringen unsere frühere Bitte in Erinnerung: die Beiträge (bes. auch für's Aufgaben-Rep.) auf dünnes (Brief-)Papier — einseitig — zu schreiben, auch passende und saubere Figuren einzusenden.

5) Mit Beziehung auf die Zusammenstellung des Herrn Schlegel-Waren, Jahrg. XI_3, 184 u. f. (bes. S. 184, Zeile 3—4 v. u.), erlauben wir uns die Bitte an die Herren Fachgenossen zu richten: auffallende Mängel („Böcke") der weitverbreitetsten mathem. und naturw. Lehrbücher (Kambly, Koppe, Schilling u. A.), resp. Abänderungs- oder Verbesserungsvorschläge für dieselben einzusenden. Aus Koppe (Phys.) erhielten wir bereits eine Sendung, wir bitten um mehr Material, damit wir Zusammengehöriges verbinden können.

Die Determinanten in der mathematisch-naturwissenschaftlichen Section der 35. Versammlung deutscher Philologen und Schulmänner zu Stettin.*)

(September 1880.)

Von Dr. JOSEF DIEKMANN in Viersen.

Am Ende der 4. Sitzung obiger Section (30. Sept.) brachte der stellvertretende Vorsitzende, Herr Erler aus Züllichau, nach dem Berichte gegenwärtiger Zeitschrift (XII. 1**)), auf welchen ich mich im Nachfolgenden beziehe, noch die Frage über Aufnahme der Determinanten in den mathematischen Unterricht an Gymnasien zur Abstimmung. Die Art und Weise, wie Herr Erler Namen und Arbeiten des Unterzeichneten in seine Ausführung zieht, zwingt mich, im Interesse der Zeitschrift, welche die Arbeiten brachte, sowie im Interesse des Gegenstandes selbst, Einiges zu erwidern. Im Verlauf seiner Rede sagt Herr Erler nach dem angeführten Berichte: „Diekmann biete auch manche allgemeine Gesichtspunkte für die quadratischen Gleichungen Bei Lichte betrachtet seien aber die Resultate höchst dürftig. Wenn er (Diekmann) z. B. in der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht von Hoffmann (XI, 173) untersuche, welche quadratische Gleichungen mit zwei Unbekannten sich auf einfache quadratische Gleichungen zurückführen lassen, und finde es seien folgende drei Gruppen:

$$\text{I}\begin{cases} ax^2+2bxy+cy^2+2dx+2ey+f=0\\ \mu ax^2+2\mu bxy+c_1y^2+2\mu dx+2e_1y+f_1=0,\end{cases}$$

$$\text{II}\begin{cases} ax^2+2bxy+cy^2+2dx+2ey+f=0\\ a_1x^2+2\mu bxy+\mu cy^2+2d_1x+2\mu ey+f_1=0,\end{cases}$$

$$\text{III}\begin{cases} ax^2+2bxy+cy^2+2dx+2ey+f=0\\ a_1x^2+2b_1xy+c_1y^2+2\mu dx+2\mu ey+\mu f=0,\end{cases}$$

so leuchte dieses Resultat ohne jede Kenntniss der Determinanten bei dem blossen Blick auf diese Gleichungen von selbst ein.“

*) Man sehe die Anmerkung im Inhaltsverzeichniss.
**) Auch im pädag. Archiv XXIII (1881) Heft 1 S. 23—24.
D. Red.

Zunächst muss ich Herrn Erler erwidern, dass man ein Resultat nicht inhaltsvoller gestalten kann, als es der Natur der Sache nach sein kann. Die Frage war folgende: Kann man a priori die allgemeinen Typen der quadratischen Gleichungen aufstellen, welche der Schüler mit den ihm zu Gebote stehenden Hülfsmitteln (d. h. den gewöhnlichen Eliminationsmethoden) lösen kann? Das ist dann der Fall, wenn die Eliminationsgleichung den 3. Grad nicht erreicht. Da dieses aber nur bei speciellen Formen eintreten kann, so wurde die Frage gestellt: wann lässt sich die cubische Resolvente zweier allgemeinen quadratischen Gleichungen mit zwei Unbekannten auf quadratische und lineare Gleichungen reduciren? Ich habe jetzt Herrn Erler gegenüber zu constatiren:

1) Die Beantwortung dieser Frage gestaltet sich nur dann so einfach, wenn man die Resolvente in Determinantenform schreibt. Dass man hinterher, nachdem man die drei Typen vor sich hat, auch ohne Determinantenkenntniss verificiren kann, — es sind in der That die drei lösbaren Gruppen, — ist weder ein Vorwurf, noch macht es das Resultat dürftig.

2) Jene drei Gruppen sind zum ersten Male in ihrer allgemeinen Form als Ergebniss strenger mathematischer Deduction in der citirten Arbeit abgeleitet und aufgestellt.

3) Jene drei Gruppen umfassen die ganze Schaar specieller Formen, welche an unseren Schulen meistens ohne Nachweis ihres organischen Zusammenhanges als Gegenstand singulärer Kunstgriffe behandelt werden. Es ist dieses in jener Arbeit eingehend nachgewiesen.

Dazu bemerke ich noch, dass Plücker*) dieselbe Frage behandelt. Aber indem er nicht von der Determinantenform der cubischen Resolvente ausgeht, giebt er nur die Coefficientenbedingung für die speciellen Fälle an, wo die cubische Gleichung die Wurzel 0 oder ∞ hat, und bezieht sich diese Coefficientenverbindung nur auf die Form einer der quadratischen Gleichungen. In obiger Arbeit ist gezeigt nicht nur, dass diese Plückerschen Fälle in den aus der Betrachtung der Determinante sich ergebenden enthalten sind, sondern dass dabei noch eine weitere Schaar von lösbaren Gleichungen sich ergiebt, welche sich auf specielle Formen einer Gleichung beziehen, während die andere die allgemeine Form einer quadratischen Gleichung beibehalten kann. Das, zur Charakterisirung der Stellung, welche die Determinanten zur Erledigung gewisser principieller Fragen einnehmen. —

Um aber den Lesern bei dieser unerquicklichen Veranlassung auch etwas Neues zu geben, will ich noch ein Beispiel für die Determinanten anführen. Eine, abgesehen von der Bedeutung für die analytische Geometrie an sich wichtige, aber leider von den meisten

*) Analyt.-geometr. Entwicklungen I. S. 241.

Lehrbüchern übergangene Frage ist die, wann die linke Seite einer quadratischen Gleichung mit zwei Unbekannten das Product zweier linearen Factoren darstellt, zumal die algebraische Form des Problems bei den biquadratischen Gleichungen mit einer Unbekannten wiederkehrt. Es giebt verschiedene Wege, die Frage zu beantworten. Aber wer mit dem Gegenstande vertraut ist, weiss, dass das Resultat nur dann algebraisch brauchbar und durchsichtig ist, wenn man die Discriminante in Determinantenform erhält. Der sich von selbst darbietende Weg wäre, zu setzen*):

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f$$
$$\equiv (\alpha x + by + \gamma)(\alpha_1 x + b_1 y + \gamma_1),$$

wodurch man die Gleichungen erhält

$$1)\ \alpha_1\alpha = a,\ \text{oder}\ \alpha_1\alpha + \alpha\alpha_1 = 2a \qquad 4)\ \beta_1\beta + \beta\beta_1 = 2c$$
$$2)\ \alpha_1\beta + \beta_1\alpha = 2b \qquad 5)\ \beta_1\gamma + \gamma_1\beta = 2e$$
$$3)\ \alpha_1\gamma + \gamma_1\alpha = 2d \qquad 6)\ \gamma_1\gamma + \gamma\gamma_1 = 2f.$$

Es würde sich jetzt darum handeln, aus diesen sechs Gleichungen die Unbekannten zu eliminiren. Mit Hülfe der Determinanten erhält man durch lineare Elimination von α_1 und α aus den Gleichungen 1) 2) und 3) sofort:

$$\begin{vmatrix} \alpha & \alpha_1 & a \\ \beta & \beta_1 & b \\ \gamma & \gamma_1 & d \end{vmatrix} = 0,$$

oder, nach der letzten Colonne ausgeführt:

$$\text{I.}\quad a(\beta\gamma_1 - \gamma\beta_1) + b(\gamma\alpha_1 - \alpha\gamma_1) + d(\alpha\beta_1 - \beta\alpha_1) = 0$$

und wenn man ebenso**) β_1 und β aus 2) 4) und 5), sowie γ_1 und γ aus 3) 5) und 6) eliminirt:

$$\text{II.}\quad b(\beta\gamma_1 - \gamma\beta_1) + c(\gamma\alpha_1 - \alpha\gamma_1) + e(\alpha\beta_1 - \beta\alpha_1) = 0$$
$$\text{III.}\quad d(\beta\gamma_1 - \gamma\beta_1) + e(\gamma\alpha_1 - \alpha\gamma_1) + f(\alpha\beta_1 - \beta\alpha_1) = 0,\ \text{d.i.}$$

$$\begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0.$$

Nun bitte ich Herrn Erler, bei obigen sechs Gleichungen einmal die gewöhnlichen Eliminationsmethoden zu versuchen und sich dann ehrlich die Frage zu beantworten, ob da die Determinanten nicht nur ein eminentes Hülfsmittel, sondern auch unendlich leichter und

*) Das Eliminationsverfahren bleibt dasselbe, wenn man die linke Seite gleich der Summe oder Differenz der Quadrate obiger Trinome setzt.

**) Man braucht die Determinanten 3. Grades nicht hinzuschreiben; man kann die Unterdeterminanten zu den Coefficienten direct aus den sechs Gleichungen ablesen, um sofort II. und III. hinschreiben zu können.

eleganter zu handhaben sind. Und das zeigt sich schon bei der Behandlung der linearen Gleichungen mit drei Unbekannten*). Sie sind für eine Reihe von Fragen, deren Erledigung auch in der Schulmathematik von Bedeutung ist, ein unentbehrliches Hülfsmittel, wenn man nicht unverhältnissmässig viel Zeit und Mühe bei jenen Fragen aufwenden will und zwar nicht nur auf dem Gebiete der Algebra, sondern auch der Planimetrie und Trigonometrie**).

Die von Herrn Erler angegriffene Arbeit bildet den Abschluss von mehreren vorhergehenden, deren Zweck war, eine methodische und bei dem heutigen Stande dieses Zweiges der Mathematik auch wisssenschaftlich berechtigte Behandlung der quadratischen Gleichungen anzubahnen. Es war in der letzten noch zu zeigen, wie aus dem allgemeinen Problem heraus sich gewissermassen von selbst die ganze Schaar der von dem Schüler lösbaren Gleichungen um drei Typen schaart und dass alle speciellen Formen sich immer wieder jenen drei Gruppen organisch zuordnen.

Vorausgesetzt nun, der Schüler habe solche lösbaren Gleichungen vor sich, so fragt es sich, wie findet er den Eliminationsfactor. — Das Verfahren, auf welchem die Lösung des allgemeinen Problems beruht und welches einen sehr einfachen Gedanken hat, gilt auch für specielle und führt unbedingt zum Ziel. Das schliesst aber nicht aus, dass bei besonderen Coefficienten ein solcher Factor auch durch den blossen „Blick" erkannt werden kann; dann braucht der Schüler ihn natürlich nicht zu suchen, wie das in der von Herrn Erler angegriffenen Arbeit (S. 180 unten) ausdrücklich hervorgehoben ist. Allein auch bei solchen besondern Lösungen ist es rathsam, das allgemeine Verfahren die Schüler hin und wieder einschlagen zu lassen und so dem üblichen mechanischen Verfahren die eigentliche Bedeutung in Bezug auf die Hauptfrage abzugewinnen, um so mehr, da die Resultate an Inhalt gewinnen und reichlich für die kleine Mühe entschädigen; es ist dies ebenfalls in gedachter Arbeit an den vulgären Aufgaben von der Form:

$$x^2 + y^2 = a,$$
$$x + y = b,$$

gezeigt. Herr Erler sagt in Bezug hierauf am Schluss seiner Rede: „Ueberdies sei das von Diekmann***) eingeschlagene Verfahren durch

*) Selbst Heis fühlt das heraus. Vergl. die Note und das Resultat zu Aufgabe 87, § 65 seiner Sammlung.

**) Vergl. des Verfassers: „Ueber die Zurückführung der Hauptaufgaben der Trigonometrie auf ein einziges System von drei simultanen Gleichungen". Programm des königl. Gymnasiums zu Essen 1876—77, oder „Ein Eliminationsproblem der metrischen Geometrie". Arch. f. Math. u. Phys. LXIII, S. 267.

***) Das von Heilermann und Diekmann (Algebra II. Theil) angegebene Verfahren gründet sich, wie in der Vorrede a. a. O. erwähnt, auf die Arbeiten unserer bedeutendsten Geometer.

den Umweg, den die Aufsuchung des Hülfsfactors verlange, weit umständlicher als der gewöhnliche."

Daraufhin möchte ich Herrn Erler, falls er die Berechtigung des oben angegebenen Zweckes der Arbeit anerkennt, fragen:

1) Was ist bis jetzt geschehen, um eine methodische und wissenschaftlich berechtigte Behandlung der quadratischen Gleichungen zu ermöglichen?

2) Was versteht Herr Erler unter dem „gewöhnlichen" Verfahren, quadratische Gleichungen mit zwei Unbekannten zu lösen?

So lange Herr Erler hierauf keine befriedigende Antwort geben kann, muss ich die öffentliche Kritik einer Specialarbeit vor einer Versammlung, welcher dieselbe vielleicht nur zum Theil bekannt war, die ihr aber in jener Stunde ganz sicher nicht gegenwärtig sein konnte, als ungehörig bezeichnen und sein Verfahren als eine Art Ueberhebung zurückweisen, die unberechtigt ist. Denn trotzdem ich auf dem Gebiete unserer Literatur ziemlich bekannt zu sein glaube, ist mir von eigenen Arbeiten Herrn Erlers keine bekannt, welche bei „Lichte" betrachtet von solcher Bedeutung wäre, dass ich ihn darauf hin einen solchen Richterposten zugestehen könnte.

Sollte es ihm aber nur darum zu thun gewesen sein, noch in letzter Stunde die Determinanten in jener Versammlung zum Falle zu bringen, so ist es die Sache wohl werth, auch an dieser Stelle vor der mathematischen Leserwelt nachstehende Momente zu constatiren:

1) Der Sprecher, Herr Erler, erklärt beim Beginn seiner Ausführung, er selbst habe noch keine Versuche damit gemacht, halte aber doch die Einführung der Determinanten für bedenklich. Das Gymnasium habe keine künftigen Mathematiker auszubilden; etc.

2) Als nach Schluss der Rede der Vorsitzende auffordert, es möge sich noch Jemand äussern, der womöglich aus eigener Erfahrung für die Einführung sprechen könnte, meldet sich kein Einheimischer. Nur ein Gast, der Kopenhagener Mathematiker Dr. Petersen, erklärt, dass in Dänemark, wo die Scheidung der Schule in eine sprachliche und mathematisch-naturwissenschaftliche viel früher einträte, in Wirklichkeit die Determinanten ohne Schwierigkeit (also doch!) gelehrt würden.

3) Da sich Niemand weiter zum Worte meldet, werden nach der Abstimmung die Determinanten fast einstimmig vom Gymnasium ausgeschlossen.

Und so wurde denn den Determinanten die Existenzberechtigung an den Gymnasien abgesprochen, — an derselben Stelle, wo Hermann Grassmann lebte und wirkte, dessen Name mit einer besonders tiefen Auffassung des Determinantencalcüls und Ausbildung ihrer Lehre wohl für alle Zeiten verknüpft ist. — Monumentum scilicet sectionibus perennius exegisti!



Kleinere Mittheilungen.

Sprech- und Discussions-Saal.

Kritische Bemerkungen über den Artikel des Dr. Pick XI, 337*).

Von Dr. Godt in Lübeck.

Geehrter Herr Redacteur! An der Spitze des 5. Heftes des vorigen (XI.) Jahrgangs Ihrer Zeitschrift prangt ein Aufsätzchen von Herrn Dr. Ad. Jos. Pick „Elementare Ableitung etc.“, den ich am liebsten für einen ziemlich gelungenen Aprilscherz halten möchte. Da dies indess die Jahreszeit verbietet, so nehme ich die kleine Abhandlung für bitteren Ernst und bitte Sie, im eigenen Interesse Ihrer Zeitschrift, das mir sehr am Herzen liegt, und im Interesse jüngerer, unerfahrnerer Leser, durch Aufnahme dieser Zeilen eine kleine Warnungstafel zu errichten.

Herr Dr. P. eröffnet seine Deduction (S. 338) mit dem Satze: „Es ist nun vor Allem klar, dass der fallende Körper die Geschwindigkeit, die er im Momente des Fallens besitzt, nicht unverändert beibehalten kann.“

Wäre dieser Satz so gemeint, wie er hier ausser dem Zusammenhange lautet, so wäre nichts gegen denselben einzuwenden. Der Zusammenhang aber zeigt mit voller Deutlichkeit, dass mit der Geschwindigkeit nur die östlich gerichtete Componente derselben ge-

---

*) Wir bedauern, dass der Herr Verfasser dieser — übrigens sehr belehrenden — Entgegnung in seinem Eifer für die wissenschaftliche Wahrheit zu einer Form und zu einem Ton sich hat hinreissen lassen, welche entschieden zu missbilligen sind. Wäre diese Kritik gegen jene mit Unwissenheit gepaarte Arroganz gerichtet, die wir schon manchmal (z. B. XI_6, 497 u. f.) zu rügen hatten, so liesse sich dieser Ton allenfalls entschuldigen; da sie aber einem verdienten Mitarbeiter an dieser Zeitschr. gilt, der auch wissenschaftlich Tüchtiges geleistet (so z. B. VII, 266 u. f.), so ist diese Form entschieden zu verurtheilen. Möchte dieselbe nicht Nachahmung finden, und möge sie Mitarbeitern und Lesern, um einen Ausdruck des Herrn Verfassers zu imitiren, als „eine kleine Erinnerungstafel“ dienen, bei Entgegnungen und Kritiken in Form und Ton wählerischer zu sein. Wir haben deshalb an dem Artikel keinerlei redactionelle Veränderungen vorgenommen. D. Red.

meint ist; und da scheint mir denn freilich vor Allem nichts klarer zu sein, als dass die aufgestellte Behauptung für durchaus falsch gelten muss, so lange die gemeine Mechanik mit ihrem Grundsatz vom Beharrungsvermögen für richtig gilt. Ohne Zweifel kennt der Vf. jenes Aufsatzes diesen Grundsatz und wird ihn bewussterweisse nicht anfechten wollen, widerspricht ihm aber in der That. Was ihn aber zu diesem Widerspruch veranlasst, geht aus dem Folgenden hervor: „Ein jeder Körper, der irgendwie mit einem anderen in Verbindung tritt, nimmt nach und nach die Geschwindigkeit des letzteren an, gleichviel ob er früher eine grössere oder geringere besessen." Dieser Satz ist in meinen Augen ein kleines Monstrum. Habe ich hier eine Behauptung phoronomischer oder dynamischer Natur? Welcher von zwei Körpern ist es in jedem Fall, der theilnimmt; welcher, an dessen Bewegung theilgenommen wird? Beeinflusst nicht jeder die Bewegung des anderen, sobald sie irgendwie in Verbindung treten?

Mag dem aber sein, wie ihm wolle, so ist in keiner Weise der fallende Körper ein solcher, der mit einem anderen sich bewegenden in Verbindung tritt, sondern gerade das Gegentheil. Der fallende Körper ist bis zu einem gewissen Augenblick mit der Erde zu einem thatsächlich starren System verbunden gewesen, diese Verbindung wird gelöst und nun beschreibt derselbe als fortan freier Körper die Bahn, die ihm vermöge seiner Anfangsgeschwindigkeit und der Gravitation zukommt. Ob die Erde, nachdem der Körper losgelassen ist, sich weiter um ihre Axe dreht, plötzlich still steht oder wohl gar ihre Rotation umkehrt, ist für die Bahn des Körpers ganz gleichgültig und könnte nur in Frage kommen bei einem Anziehungsgesetz nach der Form der elektrodynamischen Kräfte. Die weitere Drehung der Erde hat mit der Bahn des fallenden Körpers im Raume nichts zu schaffen, sondern bewirkt nur, dass der Endpunkt dieser im Raume festen Bahn, je nach der während der Fallzeit ausgeführten Drehung der Erde, in einen anderen Oberflächenpunkt hineinfällt.

Darauf, dass Vf. durch den letztangeführten Satz nicht nur mit klaren Thatsachen, sondern auch mit sich selbst in Widerspruch geräth, will ich kein erhebliches Gewicht legen. Aber in der That behauptet derselbe hier, dass der eine Körper die Geschwindigkeit des anderen nach und nach annehme, um dann nachher seiner Rechnung die Voraussetzung zu Grunde zu legen, dass der eine Körper in jedem Momente die bezügliche Geschwindigkeit des anderen schon habe.

Man sollte nun meinen, es müsste dem Vf. ebenso ergehen, wie seinem „wissbegierigen Schüler", er müsste auf Grund seiner falschen Voraussetzungen auch zu einem falschen, den Beobachtungen widersprechenden Resultate gelangen. Indess der Schüler rechnet wenigstens richtig und kann an seinem unrichtigen Endergebniss

erkennen, dass irgendwo ein Fehler stecken muss, Vf. dagegen, weniger vom Glücke begünstigt, begeht noch einige Verstösse gegen die Mathematik, um seine Sünden gegen die Mechanik wieder gut zu machen, und gelangt so zu dem anderweitig feststehenden richtigen Schlusse. Es möge den Vf. daher nicht verdriessen, sich dies zur Beherzigung bei etwaigen künftigen Verbesserungen der Methodik etwas genauer darlegen zu lassen. Zwar bedarf es dazu eigentlich keines analytischen Beiwerks, aber wie soll ich sonst Gelegenheit nehmen, diese Widerlegung etwas auszuputzen? Was an sich klar ist, gewinnt in den Augen mancher noch, wenn man ein Formelmäntelchen darüber hängt.

Versetzen wir uns der Einfachheit wegen im Geiste unter den Aequator und benutzen Polarcoordinanten ϱ, ψ, die auf den Erdmittelpunkt und eine im Raume feste Richtung bezogen sind, behalten aber im Uebrigen die Bezeichnung des Vfs. bei. Angenommen nun die Voraussetzungen des Vfs., so wären die Bewegungsgleichungen für den fallenden Körper:

$$\varrho = r + h - \frac{1}{2} g t^2$$
$$\psi = w t,$$

wie man sich durch Berechnung der horizontalen Geschwindigkeit

$$\varrho d\psi = w \left(r + h - \frac{1}{2} g t^2\right) dt$$

überzeugen kann. Wie es aber von vornherein selbstverständlich war, so zeigt hier die Gleichung $\psi = wt$, dass der fallende Körper auf demjenigen Erdradius bleibt, auf dem er anfänglich war, denn dieser macht ja in der Zeit t auch gerade die Drehung wt. Des Vfs. Voraussetzungen schliessen also eine Vorauseilung des fallenden Körpers und überhaupt eine Abweichung vom Lothe aus. Aber der „wissbegierige Schüler“ verlangt einmal eine Abweichung und Vf. hat die Lieferung übernommen. Wie kommt er nun seiner Verpflichtung nach?

Verf. berechnet die Summe der Elemente $\varrho d\psi$

$$s = wt \left(r + \frac{1}{3} g t^2\right)$$

und behauptet: dies ist der Betrag des nach Osten gerichteten Weges des fallenden Punktes während der Fallzeit; während derselben legt aber der Oberflächenpunkt s den Weg twr nach Osten zurück, demnach ist das Stück, um welches der fallende Körper nach Osten voraneilt $\frac{1}{3} wgt^3$. — Gründlich fehlgeschossen!

Um zunächst nur einzusehen, dass dies ganz verkehrt ist, denke man sich in derselben Zeit und zwischen denselben Endpunkten

einen Körper einen beliebigen anderen Weg beschreiben gemäss den Gleichungen

$$\varrho = f(t)$$
$$\psi = wt,$$

sodass die Function f im Uebrigen ganz willkürlich ist, aber denselben Anfangs- und Endwerth hat wie vorhin. Dieser Körper hat am Ende seiner Bahn denselben Ort, also gewiss auch genau dieselbe Voreilung, wie der fallende Körper soeben haben sollte. Nach dem Vf. aber würde man durch Summirung der $\varrho d\psi$ eine beliebige grössere oder kleinere Abweichung herausrechnen können, vermöge des willkürlichen Verlaufs von f. Der Fehler liegt zunächst darin, dass die gebildete Summe so ohne weiteres gar keine einfache mechanische Bedeutung hat. Wie ich vermuthe, würde dies auch Vf. sofort eingeleuchtet haben, wenn der Winkel, um den sich die Erde während der Fallzeit dreht, eine für die gemeine Vorstellung irgendwie beträchtliche Grösse erreichte; denn dass dann jene Summe nicht diesen einfachen Sinn haben kann, sieht wohl Jeder ein. Allein mag der Winkel absolut genommen oder mit einem Rechten verglichen noch so klein sein, so folgt hieraus nicht, dass er beim vorliegenden Problem als verschwindend, d. h. als einflusslos auf die gesuchte Grösse angesehen werden könnte. Ganz im Gegentheil ist es ja vielmehr die Frage, welchen Einfluss diese noch so kleine Drehung, weil sie nicht Null ist, auf den freien Fall habe. Lediglich in Folge dieser kleinen Drehung schreibt Vf. selbst dem fallenden Körper in verschiedenen Höhen verschiedene horizontale Geschwindigkeiten zu, um dieselbe Drehung dann andererseits, wo sie Grössen gleicher Ordnung liefern würde, wieder zu vernachlässigen. Indem Vf. nämlich die Summe der $\varrho d\psi$ bildet und für die östliche Bewegung des Körpers erklärt, beachtet er nicht, dass in den anderen Componenten der kleinen Wegelemente, den dr, eine westliche Abweichung steckt, die hätte berücksichtigt werden müssen. Einer ausführlicheren Erläuterung wird dies nicht weiter bedürfen. Macht man in berechtigter Weise von der absoluten Kleinheit der während der Fallzeit ausgeführten Drehung Gebrauch, so findet man, dass die in einem dr steckende und vom Vf. vernachlässigte westliche Abweichung gleich ψdr gesetzt werden darf, mithin ihre Summe $\frac{1}{3} wgt^3$ beträgt und die vermeintliche östliche Abweichung gerade aufhebt. Man kommt also auch so wieder auf das anfängliche ohne alle Rechnung klare Ergebniss zurück, dass die vom Vf. gemachten, den Fundamenten der Mechanik widersprechenden Voraussetzungen in dürren Worten heissen, ein Einfluss der Rotation der Erde finde nicht statt, und dass ein dennoch stattfindender Einfluss nur durch einen groben mathematischen Fehler abgeleitet wird.

Die gemachten Fehler würden nicht so hart zu tadeln sein,

denn den Besten kann ein Versehen passiren, wenn nicht der kleine Aufsatz mit dem Anspruche aufträte, beim Unterrichte in der Schule vorgebracht zu werden. Diesen Rattenkönig von Irrthümern und Unklarheiten sollte ich meinen Schülern präsentiren? Doch wohl nur als abschreckendes Beispiel! Meine Meinung über die Schulbehandlung der fraglichen Thatsache ist die, dass, wenn man sie erwähnen will, man leicht den Schülern das Eintreten einer Abweichung und den Sinn derselben veranschaulichen kann, dass aber eine numerische Berechnung über die Grösse der Abweichung durchaus über die gewöhnliche Fassungskraft der Schüler hinausgeht; letzteres nicht etwa bloss aus dem Grunde, dass ihnen die erforderlichen mathematischen Kenntnisse abgingen, sondern weil der Vorgang an sich ein zu verwickelter ist. Ueberhaupt aber, und dies ist eine gewiss sehr bestreitbare Privatansicht, bin ich kein Freund von sogenannten elementaren Ableitungen für die Schule und möchte Rechnung nur da angewendet sehen, wo sie eben unvermeidlich ist.

Bemerkung vom Verfasser des Artikels in XI_5, 337 u. f.

Nach der ersten Durchsicht der voranstehenden Auseinandersetzung, bei der sich mehr die Form derselben, als deren Inhalt aufdrängte, stand bei mir der Entschluss fest, gleichviel ob ich im Rechte sei oder mich geirrt haben sollte, ihr keinerlei Bemerkung anzufügen. Ich bin nämlich, sagen wir der unmassgeblichen Ansicht, dass ein derartiger Ton nicht das Zeugniss für Streben nach Verbreitung der Wahrheit, sondern vielmehr das Gelüste bekundet, in den Irrthümern Anderer eine Quelle von Ergötzlichkeiten zu suchen. Hätte ich nach ruhiger Ueberlegung gefunden, Dr. G. habe in seinem Einwurfe Unrecht, ich wäre gewiss nicht von meinem Entschlusse abgekommen. Dies ist nun nicht der Fall; die Einwendung ist vollkommen begründet, und so halte ich es für Pflicht, dies offen zu erklären. Der fallende Körper muss in der That, sobald er einmal zu fallen beginnt, von der weiteren Rotation der Erde unabhängig sein; seine Bewegung wird nur von der Richtung und Grösse der Anziehung gegen den Erdmittelpunkt beeinflusst. Jene Verminderung der Abweichung um $^2/_3$ des Betrages hat ihren Grund in der nicht parallelen Richtung der Verticalen und macht jede weitere Annahme einer Geschwindigkeits-Ausgleichung überflüssig. Nicht zur Entschuldigung, noch weniger zur Rechtfertigung, wohl aber zur Erklärung, wie es möglich war die wahre Ursache, den Nichtparallelismus der Fallrichtungen, zu übersehen, mag denn doch bemerkt werden, dass der Winkel der beiden Verticalen zu Beginn und Ende des Fallens beim Reich'schen Versuch weniger als 0,00006 Secunde beträgt.

Es wäre Affectation, wollte ich behaupten, dass das Bekenntniss meines Irrthums von jedem Gefühle des Missbehagens frei sei;

nichtsdestoweniger bin ich Dr. G. zu Dank verpflichtet, dass er mich auf den richtigen Weg gewiesen. Dass dies nicht in würdigerer Form geschah, bedauere ich weniger um meinet-, als um der Sache willen. Herr Dr. G. hätte lernen sollen (frühere Bände dieser Zeitschrift bieten ihm hierzu Gelegenheit), wie das *λαμπάδια ἔχοντες διαδώσουσιν ἀλλήλοις* zu handhaben sei.

Dr. Pick.

Bemerkungen zu der Recension von Hauck, Subjective Perspective etc.

(Jahrg. XI, Heft 6. S. 450.)

Die a. a. O. vom Collegen Meixner gegebene Recension meiner Schrift zollt derselben zwar manche Anerkennung, enthält aber doch auch gewisse Sätze, die mich nöthigen, einige Bemerkungen als Erwiderung folgen zu lassen.

1) Im Allgemeinen scheint mir, der Herr Referent betrachte meine Schrift etwas zu sehr durch die Brille der alt-eingenisteten Gewohnheitsvorstellungen, deren innere Berechtigung gerade von meiner Schrift in Frage gestellt wird. Ich meine, die Kritik einer Schrift wie der in Rede stehenden sollte sich weder auf den alten noch auf den neuen — sondern auf einen ausserhalb beider liegenden Standpunkt stellen; sonst kommt sie in Gefahr, dass ihre Argumente sich wie Nothwehr ausnehmen oder auch den wirkungslosen Salven einer bereits ausser Gefecht gesetzten Manöverabtheilung vergleichbar werden.

2) Meine Polemik richtete sich nur gegen die herkömmliche Begründung der Perspective, nicht gegen diese selbst. Ich kann dem Herrn Referenten nicht beipflichten, dass meine Stimmung zu Anfang eine weniger versöhnliche sei als am Schluss. Wenn ich schon auf der ersten Seite ausdrücklich erkläre, es seien „weniger die formalen Gesetze der Perspective, die sich als unzureichend erweisen, als vielmehr deren physiologische und psychologische Begründung“: so bleibe ich sowohl dieser meiner unversöhnlichen Stimmung gegen die Begründung als der versöhnlichen Stimmung gegen die formalen Gesetze durch das ganze Buch hindurch treu. Nur wird selbstverständlich die Aufdeckung der Schwächen der traditionellen Begründung den Anfang —, die neue Begründung die Mitte — und das Zurückkommen auf die alten formalen Gesetze als Endresultat — den Schluss der Entwickelung bilden müssen.

3) Der Herr Referent findet sehr richtig den eigentlichen Kernpunkt der ganzen Frage heraus, indem er meiner Definition des Begriffes „Abbildung“ eine andere gegenüberstellt, nämlich eben die traditionelle, deren „Aussergefechtstellung“ gerade meine Schrift sich zur Aufgabe gemacht hat. Er bezeichnet diese letztere Defini-

tion schlankweg als die allgemeinere, während ich gerade nachgewiesen zu haben glaube, dass dieselbe eine viel zu eng begrenzte ist. Ich verweise in dieser Beziehung auf einen Aufsatz, betitelt: „Ueber die Grundprincipien der Linearperspective", den ich vor einiger Zeit in Herrn Schlömilchs Zeitschrift eingesendet habe und der gerade diesen Punkt ausführlich behandelt. Hier möge nur das eine gesagt sein, dass mir schlechterdings nicht erfindlich ist, welcher „Widerspruch" in dem folgenden Gedankengange des § 1 meiner Schrift enthalten sein soll: Die herkömmliche Begründung stützt sich auf das Princip der Illusion und beweist die Wirkung des Bildes für den Fall, dass das Auge des Beschauers sich im Projectionscentrum oder wenigstens in dessen nächster Umgebung befindet. Indessen macht das Bild thatsächlich einen angenehmen Eindruck, auch wenn es nicht vom Projectionscentrum aus betrachtet wird, sondern von einem andern Punkte, und zwar (wie beim Betrachten der Details) auch noch von einem solchen, welcher — als Projectionscentrum benützt — eine wesentlich andere Gestaltung des Bildes geliefert haben würde. Daraus folgt, dass der innere Grund des angenehmen Eindrucks nothwendig in einem andern Umstande zu suchen sein wird, als in dem Princip der Illusion, auf welches sich die herkömmliche Begründung einzig und allein stützt, und dass demgemäss die Definition, von welcher jene Begründung ausging, eine entschieden zu enge begrenzte ist.

Diesen einfachen Gedankengang behandelt aber nun der Herr Referent in seitenlanger (S. 452—453) Erörterung so, als enthalte er schon eine Summe von Forderungen, die ich an ein Bild stelle, während der ganze § 1 doch nur den Zweck hat, das Ungenügende und die Widersprüche der seitherigen Begründung nachzuweisen. In den späteren, aufbauenden Partien meiner Schrift habe ich das Thema, „dass ein Bild nicht zween Herrn dienen könne," gewiss genugsam geritten (vergl. z. B. S. 69 Zeile 14 bis 27). Diese Wahrheit bildet ja den Kern meiner ganzen „Compromisstheorie".

4) Der Satz des Herrn Referenten: „dass das auf der Innenfläche der Kugel liegende ideale Bild mit der ebenen Bildfläche nicht in voller Richtigkeit zur Coincidenz (?!) gebracht werden kann, ist ohne Zweifel auch dem Verfasser bekannt, er umgeht aber diesen Umstand gänzlich, da er ihm begreiflicher Weise für seine Zwecke unbequem ist" — hätte doch wohl besser ungeschrieben bleiben dürfen. Er enthält so ziemlich den stärksten Vorwurf, den man dem wissenschaftlichen Ernste eines Autors machen kann. Ich bin zwar vollkommen überzeugt, dass es von meinem geehrten Herrn Collegen nicht gar so schlimm gemeint ist. Allein er möge mir nun auch seinerseits meine Erwiderung nicht übel nehmen. Jener Satz klingt genau ebenso komisch, wie wenn er meinen Ausspruch, eine Flüssigkeit verdunste an ihrer Oberfläche, die Behauptung entgegenstellen würde, es sei dabei der Umstand gänzlich umgangen,

dass alles Nasse mit der Zeit trockne. — Ich habe gewiss nichts dagegen einzuwenden, dass der Herr Referent in seiner Vorliebe für die herkömmliche Anschauungsweise es angemessen findet, meine „freie Abbildung unter gewissen gegebenen Bedingungen" vorher in seine Sprache zu übersetzen und als „Developpirung der auf die Kugel geworfenen Projection" wiederzugeben. Allein man sollte doch denken, der Uebersetzer hätte sich in die Sprache des Urtextes wenigstens so eingelebt, dass er wahrgenommen hätte, dass das, was er in seiner Sprache ein „in voller Richtigkeit zur Coincidenz bringen" nennt, nichts ist als die Uebersetzung dessen, was in meiner Sprache lautet: „der Bedingung der Conformität vollkommen Genüge leisten". — Und nun bitte ich den Herrn Referenten, § 8 und 10 meiner Schrift (namentlich S. 40, Zeile 4 bis 7 und S. 44, Z. 3 u. ff.) nochmals durchzulesen.

5) Bezüglich meiner Erklärung der Säulenentasis (nicht „Enthasis"!) dürfte dem Herrn Referenten wohl S. 119, Z. 29 und S. 124, Anm. 1 entgangen sein.

Berlin, Weihnachten 1880. Dr. Guido Hauck.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

119. (Gestellt von Brocard XI_4, 274.) In jedem Dreieck ABC giebt es zwei Punkte (Segmentärpunkte) O und O' der Art, dass $\angle OAB = OBC = OCA = O'AC = O'BA = O'CB = \vartheta$ ist, wo $\cot\vartheta = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$.

1. Beweis. $\frac{AO}{BO} = \frac{\sin(\beta-\vartheta)}{\sin\vartheta}$, $\frac{BO}{CO} = \frac{\sin(\gamma-\vartheta)}{\sin\vartheta}$, $\frac{CO}{AO} = \frac{\sin(\alpha-\vartheta)}{\sin\vartheta}$. Durch Multiplication erhält man $\sin(\alpha-\vartheta)\sin(\beta-\vartheta)\sin(\gamma-\vartheta) = \sin\vartheta^3$; ferner $\frac{\sin(\alpha-\vartheta)}{\sin\alpha\sin\vartheta}\cdot\frac{\sin(\beta-\vartheta)}{\sin\beta\sin\vartheta}\cdot\frac{\sin(\gamma-\vartheta)}{\sin\gamma\sin\vartheta} = \frac{1}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma}$;
$(\cot\vartheta - \cot\alpha)(\cot\vartheta - \cot\beta)(\cot\vartheta - \cot\gamma) = \frac{1}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma}$.
Bezeichnet man $\cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$ mit s; berücksichtigt man ferner, dass $\cot\alpha\cot\beta + \cot\beta\cot\gamma + \cot\gamma\cot\alpha = 1$ und $\frac{1}{\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma} = s - \cot\alpha\cot\beta\cot\gamma$ ist, so erhält man
$\cot\vartheta^3 - s\cot\vartheta^2 + \cot\vartheta - s = 0$ oder $(\cot\vartheta^2 + 1)(\cot\vartheta - s) = 0$.
Also entweder $\cot\vartheta = \cot\alpha + \cot\beta + \cot\gamma$ oder $\cot\vartheta = \pm i$.

Stoll (Bensheim).

2. Beweis. Aus $\triangle AOB$ folgt $AO = \frac{c \sin(\beta - \vartheta)}{\sin \beta}$ und aus $\triangle AOC$ folgt $AO = \frac{b \sin \vartheta}{\sin \alpha}$; daher $\frac{\sin(\beta - \vartheta)}{\sin \beta \sin \vartheta} = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha \sin \gamma} = \frac{\sin(\alpha + \gamma)}{\sin \alpha \sin \gamma}$, also $\cot \vartheta - \cot \beta = \cot \gamma + \cot \alpha$.

W. Godt (Lübeck).

Construction des Winkels ϑ. 1) Der Kreis um OAC berührt AB in A und geht durch C, ist also bestimmt; ebenso die Kreise um OCB und OBA.

Brocard (Algier). Capelle (Oberhausen).

2) Man trage auf AB die Strecke $AD = BC$ ab, ziehe $BE \parallel DC$ bis zum Durchschnitt mit AC, ferner $DF \parallel AE$, $EF \parallel AD$, so ist $\angle FAD = \vartheta$.

Beweis. $\frac{\sin(\alpha - \vartheta)}{\sin \vartheta} = \frac{AD}{AE} = \frac{BC^2}{AC \cdot AB} = \frac{\sin \alpha^2}{\sin \beta \sin \gamma}$; also $\sin \alpha \cot \vartheta - \cos \alpha = \sin \alpha (\cot \beta + \cot \gamma)$, mithin $\cot \vartheta = \cot \alpha + \cot \beta + \cot \gamma$.

Stoll (Bensheim).

120. (Gestellt von Brocard XI_4, 274.) Schneiden sich BO und CO' in A', CO und AO' in B', AO und BO' in C', so liegen A', B', C' auf einem Kreise, der auch durch O und O' geht. Ferner ist $\triangle A'B'C' \sim ABC$.

1. Beweis. $\angle OB'O' = 2\vartheta$, $\angle OC'O' = 2\vartheta$; daher liegen O, O', B' und C' auf einem Kreise. $\angle OA'O' = BA'C = 2R - 2\vartheta$, also $OB'O' = OC'O' = 2R - OA'O'$; folglich geht derselbe Kreis auch durch A'. — Ferner $\angle A'B'C' = A'O'C' = O'CB + O'BC = \vartheta + \beta - \vartheta = \beta$ u. s. w., daher $\triangle A'B'C' \sim ABC$.

Brocard. Stoll. Aehnlich Capelle.

2. Beweis. Kreis um ABC mit Mittelpunkt M treffe AO, BO und CO zum zweiten Mal resp. in B_1, C_1, A_1, so ergiebt sich aus der Gleichheit der Winkel leicht $\triangle A_1B_1C_1 \cong ABC$ und $OA_1C_1 = OC_1B_1 = OB_1A_1 = \vartheta$. Ferner $A_1B_1C_1O \cong ABCO'$ und wird mit letzterem durch eine Drehung von 2ϑ um M zur Deckung gebracht. Es ist daher $MO = MO'$ und $\angle OMO' = 2\vartheta$. (Die Segmentärpunkte haben vom Mittelpunkt des umgeschriebenen Kreises gleichen Abstand und ihre Verbindunglinien mit demselben bilden den Winkel 2ϑ.) Das Büschel $O(ABCM)$ ist congruent und von gleichem Sinne mit dem Büschel $O'(BCAM)$, also liegen die Schnittpunkte der entsprechenden Strahlen auf einem Kreise, der auch durch O und O' geht; dabei ist $\triangle A'B'C' \sim ABC$, aber in entgegengesetztem Sinne, weil die Winkel AOB, BOC, COA resp. den Supplementen der Winkel B, C, A gleich sind. — Es ist auch noch $OA \cdot O'B = OB \cdot O'C = OC \cdot O'A = AA_1^2 = BB_1^2 = CC_1^2$. — Die Schnittpunkte der

entsprechenden Seiten von ABC und $A_1B_1C_1$ liefern ein Dreieck, das mit ABC und $A_1B_1C_1$ ähnlich und von gleichem Sinne ist. Der Höhendurchschnitt dieses Dreiecks fällt in M.

W. Godt (Lübeck).

121—124. (Gestellt von Kiehl XI_5, 365.) ABC sei ein spitzwinkliges Dreieck (für ein stumpfwinkliges erfahren die Beweise kleine Aenderungen). Die Fusspunkte der Höhen seien A', B', C'; die Seiten des Höhendreiecks a', b', c'; die Mitten derselben resp. D, E, F; DF schneide AB in G und CB in H; FE schneide AC in I und AB in K; DE schneide AC in L und CB in N.

121. Beh. $GH = IK = LN$. Beweis. $\angle DC'G = A'C'B = DGC'$, daher $\triangle DGC'$ gleichschenklig und ebenso $\triangle FHA'$, mithin $GD = \frac{1}{2}a'$, und $FH = \frac{1}{2}c'$, also $GH = \frac{1}{2}(a' + b' + c') = IK = LN$.

Capelle (Oberhausen), Glaser (Homburg v. d. Höhe), Kiehl (Bromberg), Stoll (Bensheim), Vollhering (Bautzen).

122. Beh. $\triangle ABC = r \cdot GH$ (r Radius des um ABC beschriebenen Kreises). 1. Beweis. $a' = a\cos\alpha$ etc., daher $\frac{1}{2}(a' + b' + c') = \frac{1}{2}(a\cos\alpha + b\cos\beta + c\cos\gamma) = r(\sin\alpha\cos\alpha + \sin\beta\cos\beta + \sin\gamma\cos\gamma) = \frac{1}{2}r(\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma) = 2r\sin\alpha\sin\beta\sin\gamma = \frac{\triangle}{r} = GH$. (Glaser, Stoll.) — 2. Beweis. $FB' = FI = FH = FA'$, also $\angle A'HB' = R$ und $BH = \frac{h_b^2}{a}$; ferner $\triangle BGH \sim BCA$, daher $BH = \frac{c \cdot GH}{b}$; also $\frac{h_b^2}{a} = \frac{c \cdot GH}{b}$ und $GH = \frac{bh_b^2}{ac} = \frac{(bh_b)^2}{abc} = \frac{4\triangle^2}{abc} = \frac{\triangle}{r}$. (Kiehl.) — 3. Beweis. C Mittelpunkt des dem Dreieck $A'B'C'$ angeschriebenen Kreises, welcher $A'B'$ berührt. Zieht man $CO \perp C'A'$, so ist $C'O = \frac{1}{2}(a' + b' + c') = GH$. Ferner $\sin\gamma = \frac{C'O}{h_c} = \frac{GH}{h_c}$, und da auch $\sin\gamma = \frac{c}{2r}$, so ist $r \cdot GH = \frac{1}{2}ch_c = \triangle$. (Capelle.)

123. G, H, I, K, L, N liegen auf der Peripherie eines Kreises. 1. Beweis. $\angle B'IF = \beta$, $FIH = \gamma$, daher $IH \parallel GK$ und $\angle HIK = HGK$, also $HIGK$ ein Sehnenviereck; der Kreis um dasselbe geht auch durch L, weil $\angle GLI + GKI = 2R - \gamma + \gamma = 2R$ ist; ebenso auch durch N. (Capelle, Glaser, Kiehl, Stoll.) — 2. Beweis. (Auch gleich für 124.) M sei der Mittelpunkt des dem Dreieck DEF eingeschriebenen Kreises, welcher EF in D',

DF in E' und DE in F' berührt. Dann ist $DF' - EF' = DF - EF$; ferner $NE = \frac{1}{2} A'C' = DF$ und $LD = \frac{1}{2} B'C' = EF$; also $DF' - EF' = NE - LD$ und $DF' + LD = EF' + NE$, also $LF' = NF'$, ebenso $ID' = KD'$ und $GE' = HE'$. Da nun $LN = IK = GH$, so ist $MG = MH = MI = MK = ML = MN$. (VOLLHERING.)

124. Der dem Dreieck DEF eingeschriebene Kreis ist concentrisch mit dem in 123. Beweis. Da die Dreiecke GFK und HFI gleichschenklig sind, so werden durch die Halbirungslinie von $\angle DFE$ auch die Sehnen IH und GK halbirt u. s. w. (CAPELLE, GLASER, KIEHL, STOLL.) Zusatz. Ist $\angle A$ ein stumpfer, so halbirt die Mittelsenkrechte von LG den $\angle D$, die Mittelsenkrechten von KN und IH dagegen halbiren die Nebenwinkel von E und F, daher der Kreis in 123 concentrisch mit dem EF angeschriebenen Kreise ist. (STOLL, GLASER.)

B. Neue Aufgaben.

145. Lehrsatz. Ueber der Basis AB sind zwei Dreiecke ABC und ABD construirt; auf AC oder deren Verlängerung ist der Punkt E, ebenso auf BD der Punkt F willkürlich gewählt; zieht man nun von einem beliebigen Punkte P der Geraden AB aus die Gerade PE, welche BC in Q schneidet, und analog PF, welche AD in R trifft, so liegt der Durchschnitt von ER und FQ auf CD. SCHLÖMILCH.

146. Bezeichnet man den Radius des Umkreises eines Dreiecks mit r, die Entfernung seines Centrums von dem des Inkreises (Radius ϱ) mit d, von dem eines Ankreises (Radius ϱ_1) mit d_1, so bestehen bekanntlich die beiden Sätze $d^2 = r(r - 2\varrho)$ und $d_1^2 = r(r + 2\varrho_1)$. Wie heissen die analogen stereometrischen Sätze? VON SCHAEWEN (Saarbrücken).

147. Es seien A_1A_2, A_2A_3, $A_3A_4 \cdots$ Parabelsehnen von der Art, dass der Krümmungskreis an A_2 die Parabel zum zweiten Male in A_1 schneide, ebenso der Krümmungskreis an A_3, A_4, A_5 u. s. w. zum zweiten Male bezw. in A_2, A_3, A_4 u. s. w. Jede Sehne begrenzt mit dem Bogen, der ihre Endpunkte verbindet, ein Segment. Es soll berechnet werden, in welchem Flächenverhältniss eines dieser Segmente zur Summe der unendlich vielen kleineren steht. Dr. WEINMEISTER I. (Leipzig).

148. Gegeben ein Kreis und auf seiner Peripherie zwei Punkte. Durch diese Punkte eine Parabel zu legen, für welche der Kreis Krümmungskreis ist. Dr. WEINMEISTER I. (Leipzig).

149. Gegeben ein Kreis, ein Punkt der Peripherie und ein Punkt ausserhalb. Durch diese Punkte eine Parabel zu legen, welche

vom Kreis als Krümmungskreis im gegebenen Peripheriepunkte berührt wird. Dr. Weinmeister I. (Leipzig).

150. Beschreibt man um dasselbe Centrum eine Schaar von Ellipsen, deren Achsen eine constante Quadratensumme haben, sowie eine Schaar von Hyperbeln, deren Achsen dieselbe constante Quadratendifferenz haben, so berühren die Polaren eines festen Punktes in Bezug auf alle diese Curven ein und dieselbe Parabel. Andeutung. Ist die Gleichung der Curven $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{k^2 - a^2} = 1$, der feste Punkt gh, so ist die Gleichung der Umhüllungscurve $(\sqrt{gx} + \sqrt{hy})^2 = k^2$. — Nimmt man umgekehrt bei der Ellipsenschaar die Differenz und bei der Hyperbelschaar die Summe der Quadrate der Achsen constant, so erhält man eine andere Parabel mit der Gleichung $(\sqrt{gx} + \sqrt{-hy})^2 = k^2$. Dr. W. Budde (Duisburg).

151. Ein Polygon mit lauter hohlen Winkeln werde n-Eck der ersten Art genannt; dann entsteht ein n-Eck der μten Art, wenn man die 1te und $\mu + 1$te, die 2te und $\mu + 2$te, zuletzt die $n$te und μte Seite bis zu ihrem Durchschnitt verlängert. Wie gross ist die Winkelsumme in einem n-Eck der μten Art? NB. Es ist $\mu < \frac{1}{2} n$ und relativ prim zu n.

Schmitz (Neuburg a. Donau).

152. Bei der Durchsicht einer Tafel der reciproken Werthe der natürlichen Zahlen stösst man hie und da auf periodische Decimalbrüche, deren Periode aus einer geraden Zahl, etwa aus $2k$ Stellen besteht, worin die 1te Stelle und die $(k+1)$te, ebenso die 2te und die $(k+2)$te u. s. f. sich zu 9 ergänzen; der erste Fall dieser Art ist $\frac{1}{7} = 0{,}142\,857 \cdots$ Es fragt sich nun 1) wie man alle, der Form $\frac{1}{N}$ angehörigen Brüche findet, deren Verwandlung in einen Decimalbruch zu einer $2k$-stelligen Periode der genannten Art führt, und 2) ob sich die k ersten Stellen a priori bestimmen lassen.

Die einfache Antwort ist folgende. Bezeichnet T einen Theiler der Zahl $10^k + 1$, so ist $N = \frac{10^k + 1}{T}$, und die k Ziffern der ganzen Zahl $T - 1$ sind, von links nach rechts genommen, die k ersten Stellen der Periode.

Beispielweis hat man für $k = 3$, also für sechsstellige Perioden, $10^k + 1 = 1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$, mithin die Theiler 7, 11, 13, 77, 91, 143; bei umgekehrter Anordnung derselben ergeben sich die Auflösungen:

T	N	$T-1$	$\frac{1}{N}$	
143	7	142	$\frac{1}{7}$	$= 0{,}142\,857 \cdots$
91	11	090	$\frac{1}{11}$	$= 0{,}090\,909 \cdots$
77	13	076	$\frac{1}{13}$	$= 0{,}076\,923 \cdots$
13	77	012	$\frac{1}{77}$	$= 0{,}012\,987 \cdots$
11	91	010	$\frac{1}{91}$	$= 0{,}010\,989 \cdots$
7	143	006	$\frac{1}{143}$	$= 0{,}006\,993 \cdots$

Demnach existiren immer soviel Auflösungen, als $10^k + 1$ Theiler besitzt; die Auflösungen sind einander paarweis conjugirt.

Für die angegebene Regel soll der Beweis geführt werden. Derselbe ist übrigens leicht zu finden und beruht lediglich auf der Summenformel für die geometrische Progression.

Schlömilch.

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Journal de mathématiques élémentaires et spéciales.

Fortsetzung der Aufgaben über geometrische Oerter. (XII, 40.)

54. Gegeben sind zwei sich von aussen in A berührende Kreise K und K' mit den Radien r und r'. Durch A zieht man in K eine beliebige Sehne AB, und in K' die Sehne AC senkrecht zu AB. Gesucht wird der Ort 1) der Projection P des Punktes A auf die Hypotenuse BC, wenn sich das veränderliche Dreieck ABC um A dreht; 2) der Mitte M der Hypotenuse BC; 3) des Schwerpunktes S von ABC.

Auflösung. Die Centrale KK' treffe Kreis K in D und K' in E. Dann ist $DB \parallel AC$, $AB \parallel EC$, $KB \parallel K'C$, daher ist BC ein Aehnlichkeitsstrahl, welcher durch den äusseren Aehnlichkeitspunkt F geht. 1) Ort für P der Kreis über AF als Durchmesser. 2) Zieht man $MN \parallel BK$ (N auf KK') so ist $KN = NK'$ und $MN = \frac{1}{2}(r + r')$; also der Ort ein Kreis um N mit MN. 3) Zieht man $ST \parallel KB$, so ist T (auf KK') bestimmt, da $AT : TN = 2 : 1$, und $ST = \frac{2}{3} MN = \frac{1}{3}(r + r')$; also der Ort ein Kreis mit ST um T. — Ist $r = r'$, so fallen P und M zusammen.

55. Gegeben Kreis K und Punkt P; man zieht durch P zwei Secanten PAA', $PB'B$. Die um die Dreiecke PAB und $PA'B'$ beschriebenen Kreise schneiden sich ausser in P noch in M.

Gesucht wird der durch M beschriebene geometrische Ort, wenn man die eine der beiden Secanten sich verändern lässt.

Auflösung. AB, $A'B'$, PM schneiden sich in einem Punkte S, der auf der Polare von P (in Bezug auf K) liegt. Schneidet diese Polare K in Q und R, so ist $SQ \cdot SR = SM \cdot SP$; also Ort für M der durch Q, R und P gehende Kreis.

56. Gegeben Kreis K und zwei Punkte A und B auf demselben Durchmesser (A innerhalb, B ausserhalb des Kreises); die Verbindungslinien PA und QB von A und B mit den Endpunkten eines beweglichen Durchmessers PQ schneiden sich in M. Gesucht wird der Ort für M, wenn sich PQ bewegt.

Auflösung. Macht man auf demselben Durchmesser $KA' = KA$, so ist $AP \parallel A'Q$; daher liegt M auf einem Kreise, der sich mit K in Bezug auf B in Aehnlichkeitslage befindet. Das Aehnlichkeitsverhältniss ist $BA' : BA$. — Zur Construction des Kreises zieht man BC' beliebig an den Kreis K, $AC \parallel A'C'$ bis zum Durchschnitt mit BC', $CK' \parallel C'K$ bis zum Durchschnitt mit BA. Dann ist K' Mittelpunkt und $K'C$ Radius des gesuchten Kreises.

57. Gegeben Kreis K (Radius r) mit einer festen Tangente in F; auf dieser Tangente nimmt man zwei bewegliche Punkte A und B so an, dass $AF \cdot BF = p^2$ constant ist. Gesucht wird der Ort des Durchschnittspunktes C der von A und B an K gezogenen Tangenten.

Auflösung. Construirt man den zu AB gehörenden äusseren Berührungskreis K' (Radius r') des Dreiecks ABC, und fällt $K'F' \perp AB$, so ist $\triangle KAF \sim K'AF'$, daher $rr' = AF \cdot AF' = AF \cdot BF = p^2$; also r' constant. Fällt man ferner $CD = h_c \perp AB$, so ist $\frac{2}{h_c} = \frac{1}{\varrho} + \frac{1}{\varrho_c}$, also h_c constant. Zieht man $CX \parallel AB$ und $K'Y \parallel AB$ bis zum Durchschnitt mit KF, so sind Y, K, F, X harmonische Punkte.

58. Gegeben Kugel K und eine Ebene ausserhalb derselben. Wenn man jeden Punkt der Ebene als Spitze eines Berührungskegels ansieht, dessen Basis also ein kleiner Kugelkreis ist, so ist der geometrische Ort der Mittelpunkte dieser kleinen Kreise zu finden.

Auflösung. Eine Ebene durch den Mittelpunkt $K \perp$ zur gegebenen Ebene schneide dieselbe in AB und die Kugel in einem grössten Kreise. $KD \perp AB$, DG und DH Tangenten, E Mitte von GH, dann sind D und E harmonische Pole des Kreises, $KD \cdot KE = r^2$. — Q beliebig auf AB, P die Mitte der Berührungssehne zu Q, dann ist auch $KQ \cdot KP = r^2$, also $KQ \cdot KP = KD \cdot KE$. Folglich $\triangle KEP \sim KQD$, $\angle KPE = R$, daher P auf einem Kreise

über KE als Durchmesser. Der gesuchte Ort ist die durch Rotation des Kreises um KE erzeugte Kugel.

NB. Wir werden, um das Interesse an dem Aufgaben-Repertorium rege zu erhalten, möglichst alle Einsendungen berücksichtigen; die unbedeutenderen allerdings nur durch Erwähnung des Namens der Einsender. Dagegen wolle man uns nicht zumuthen, dass wir sehr spät eintreffende Auflösungen, selbst wenn sie wenig anders sind als die bereits gegebenen, noch einmal bringen. So hat z. B. Herr Julius Hoch (Lübeck) zu zwei Aufgaben (91 und 92) Lösungen geschickt, von denen die Aufgaben X_6, 421, die Lösungen XI_4, 272 stehen. Ferner schickte Herr Dr. Stammer (Düsseldorf) Lösungen zu 88 und 89. Die Aufgaben stehen X_5, 352, die Lösungen XI_3, 199 und XI_4, 271. Die zu 88, welche durch ihre Kürze bemerkenswerth ist, kann vielleicht noch einmal später gebracht werden; dagegen zeichnet sich die Lösung zu 89 durch nichts vor den bereits gegebenen aus. Geht jedoch zu einer Aufgabe, zu welcher Lösungen bereits gegeben sind, noch eine ganz neue und originelle Lösung ein, so wird sie natürlich mitgetheilt werden. Die Redaction.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

WORPITZKY, Dr. J. (Professor a. d. k. Kriegs-Akademie u. am Friedrichs-Werderschen Gymnasium zu Berlin), Lehrbuch der Differential- und Integralrechnung. Mit 81 in den Text eingedruckten Holzschnitten. Berlin. Weidmannsche Buchhandlung. 1880. XX. 784 S. Preis 24 *M.*

Die mathematischen Lehrbücher Worpitzkys, deren elementare Theile der Leser dieser Zeitschrift aus Scherlings eingehenden Beurtheilungen kennt, zeichnen sich durch ihre Strenge vortheilhaft aus, so dass sie insbesondere denen, die tiefer dringende Studien zu machen gedenken, empfohlen zu werden verdienen. Dasselbe lässt sich auch von diesem neuen grossen Werke aussagen, dessen Bedeutung der Verf. selbst in seinem Vorworte in die exacte Begriffsbestimmung und in die stete Berücksichtigung der neuesten Forschungsmethoden setzt. Ob die Vorwürfe, welche dabei gegen die üblichen Lehrbücher — bestimmte Namen werden übrigens nicht genannt — mit unterlaufen, begründet sind, ob insbesondere die complexen Grössen bei der Mehrzahl der Schriftsteller als ein nothwendiges Uebel*) gelten, wollen wir hier nicht näher untersuchen; doch sind wir der Meinung, dass einer Zeit, welche die analytischen Lehrbücher von Schlömilch, Hoüel und Lipschitz hervorgebracht hat, der erwähnte Vorwurf wohl nicht ganz mit Recht gemacht werden könne. Der Verf. liebt es überhaupt, seine Behauptungen etwas schroff hinzustellen. Indess möchten wir damit keineswegs sagen, sie seien unrichtig, und wenn auch einem jungen Anfänger mancher Ausspruch, auf den er stösst, etwas paradox erscheinen möchte, so lässt sich derselbe doch bei schärferer Betrachtung wohl rechtfertigen. Wir denken dabei, was den eigentlichen Text anlangt, hauptsächlich an zweierlei. So steht hier (S. 2) folgender Satz: „z. B. ist es ganz correct,

*) Dem Ref. ist eigentlich nur ein einziges Buch dieser Art bekannt, „la science de la quantité" von Buys, über welches er gleichfalls in diesen Blättern zu sprechen vorhat. In diesem voluminösen Werke, das in mancher anderen Beziehung gar nicht unverdienstlich ist, werden allerdings recht mittelalterliche Ansichten über das Imaginäre vorgetragen.

zu sagen: „Die Entfernung der Erde von der Sonne ist unendlich klein“ anstatt: „Die Erde nähert sich im Verlauf der Jahrtausende der Sonne immer mehr und bis zu jeder beliebig kleinen Entfernung“.“ So hart das lautet, es ist nichtsdestoweniger unangreifbar, sobald, was freilich hier nicht geschehen, der astronomischen Thatsache (?) Erwähnung gethan ward, dass die Entfernungen der einzelnen Planeten vom Centralkörper in progressiver Abnahme sich befinden*). S. 45 ist ferner zu lesen, die Zurückführung des Problemes der Flächenausmessung auf Quadrate beruhe auf keiner inneren Nothwendigkeit, sondern auf einem Uebereinkommen. Jedes Rechteck von rationalem Seitenverhältniss, überhaupt jede Figur, durch deren Aneinanderlegung man die Ebene im pythagoräischen Sinne „ausgefüllt“ denken kann, ist als Normalgrösse denkbar, und aus den Untersuchungen Opperts über die assyrischen Maasse scheint sogar hervorzugehen, dass bei diesem Volke zwei verschiedene Typen für die Messung zweidimensionaler Gebilde benutzt wurden, nämlich das Quadrat und ein Rechteck von bestimmter Form. Schon aus diesen wenigen Andeutungen ist wohl soviel zu entnehmen, dass dieses Lehrbuch einen urtheilsfähigen und in keiner Weise voreingenommenen Leser voraussetzt. Charakteristisch für dasselbe ist auch, dass Differential- und Integralrechnung darin nicht gesondert, sondern mit einander vermischt werden, ein Vorgang, der sich schon durch einen Hinweis auf die Restbestimmung bei der Taylorschen Reihe rechtfertigt.

Einer sorgfältigen Kennzeichnung des Functionsbegriffes, wobei durchweg auch das geometrische Bild zu seinem Rechte gelangt, folgt die Derivation der Functionen, und zwar wird gleich hier des Gegensatzes zwischen totalem und partiellem Differentiiren gedacht. Gleich nachher wird das bestimmte Integral eingeführt, geometrisch veranschaulicht und mittelst Differentiation nach seiner oberen (variablen) Grenze als das Resultat einer Umkehrung des Ableitungsprocesses erkannt; die elementaren Sätze über Integration, partielle Integration u. s. w. (jene in interessanter Weise verallgemeinert) schliessen sich hier gleich an. Es folgt die Lehre von der mehrfachen Differentation und Integration, von der Behandlung des Parameters, der Taylorsche Satz mit seinem Reste und mit zahlreichen Anwendungen auf die Potenzreihen der algebraischen Analysis. Die sehr ausgedehnten Untersuchungen über die Convergenz von Reihen und Factorenfolgen sind an sich nur zu billigen, wären aber hier aus didaktischen Rücksichten vielleicht doch einigermassen einzuschränken gewesen, da ja später, sobald complexe Veränderliche eingeführt sind, der ganze Gegenstand nochmals unter viel allgemeineren Gesichtspunkten vorgenommen wird. Dies geschieht in Capitel X

*) Man wolle uns die Bemerkung gestatten, dass es uns scheint, als ob hier das „ist“ (in „ist unendlich klein“) falsch angewendet und dass das „Sein“ mit dem „Werden“ verwechselt sei. D. Red.

und XI, welch beide die Grundzüge der modernen Functionstheorie energischer und erfolgreicher für den gewöhnlichen Lehrgang der höheren Analysis verwerthen, als es in irgend einem anderen Compendium geschieht, das Lipschitzsche natürlich ausgenommen. Zumal die Betrachtung des Integrationsweges und des sogenannten Convergenzkreises ist es ja, durch welche einzelne Capitel der Integralrechnung eine ganz neue Gestalt gewonnen haben. Hieran reiht sich ein Capitel über den Fundamentalsatz der Algebra, verbunden mit einem kurzen Excurs auf Determinanten und Elimination. Hierdurch wird es möglich, gebrochene algebraische Functionen in Aggregate von Partialbrüchen zu zerlegen, und dann auch die Integration solcher Functionen zu bewerkstelligen. Der Evaluirung irrationaler Integralfunctionen ist ein sehr beträchtlicher Spielraum gegeben, nicht minder der Integration transscendenter Functionen, und zwar beschränkt sich der Verf. nicht lediglich auf jene Fälle, wo eine Auswerthung durch Elementarfunctionen*) in geschlossener Form möglich ist, sondern zieht auch die Integration durch unendliche Reihen in Betracht, mittels deren er z. B. die elliptischen Integrale behandelt. Auch jene höheren Transscendenten, welche seit Beginn der neuen Aera den Elementarfunctionen als nahezu gleichberechtigt zur Seite gestellt werden müssen, finden ihre Stelle, so die Γ- und B-Function, der Integrallogarithmus, die Kugelfunction u. s. w. Die Maxima und Minima beschliessen den theoretischen Theil des Werkes. Dann aber folgt noch ein mehr denn 200 Seiten umfassender „Anhang über die wichtigsten geometrischen Anwendungen“. Derselbe enthält neben den nothwendigen Hülfslehren aus der Coordinatengeometrie, von der jedoch unseres Erachtens ein wenig mehr hätte vorausgesetzt werden dürfen, so ziemlich all das, was man eben den geometrischen Anwendungen des Differentialcalcüls zuzurechnen pflegt, darunter manches, wie z. B. die Lehre von den Osculationen, in eigenartiger, beachtenswerther Darstellung.

Das voluminöse Werk ist eben so splendid als correct gedruckt; ein einziger unwesentlicher Druckfehler ist uns S 456, Z. 3 v. u., S. 457, Z. 1 v. o. aufgefallen. Als Leitfaden für akademische Vorlesungen, sowie zum Selbstunterrichte für angehende Mathematiker eignet sich derselbe aus allen den angegebenen Gründen somit vortrefflich; doch muss der, welcher dasselbe zur Hand nimmt, Ernst und Energie in mehr als dem gewöhnlichen Maasse mitbringen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

---

*) Mit diesem Namen bezeichnet Worpitzky kurz und praktisch alle die aus x^m, a^x, $\log x$, $\sin x$, $\cos x$, arc $\sin x$ und arc $\cos x$ durch eine endliche Wiederholung der sieben Rechnungsoperationen zusammenzusetzenden Gebilde.

v. BRAND, C. (königl. Baumeister), **Grundriss der Differentialrechnung.** Pyritz. 1880. Commissions-Verlag von Hugo Backe. II. 103 S. Preis ?

Einen grösseren Gegensatz, als er zwischen diesem Werkchen und dem vorstehenden Lehrbuche von Worpitzky obwaltet, wird man innerhalb der mathematischen Literatur nicht leicht antreffen. Dort das Bestreben, den durch hundertjährige Forschungsarbeit erzielten vervollkommneten und verfeinerten Methoden unter allen Umständen auch in den eigentlichen Unterricht Eingang zu verschaffen, hier ein Lehrverfahren, wie es etwa zu Anfang dieses Jahrhunderts üblich war. Seite 4 begegnen wir, mit Hinweis auf Zenos Sophismen, dem Satze: „Die Theilbarkeit der Grösse hat ihre absolute Grenze". Langsdorf redivivus! Als im Jahre 1804 der genannte Erlanger Professor sein Programm „Ueber die Unstatthaftigkeit der unendlichen Theilbarkeit" veröffentlichte, ward ihm zu Gute gehalten, dass er ein besserer Technologe als Mathematiker war; allein heutzutage, wo endlich der Begriff des Unendlichen jedem Zweifel entrückt sein sollte, noch einen derartigen Satz lesen zu müssen, das berührt schmerzhaft. Natürlich ist jetzt das Differential $dx = \frac{a}{\infty}$ (a Const.), allein mit diesem Unding lässt sich eben doch nichts anfangen, und sobald es ans Rechnen geht, muss das „approximative Differential" (!) eintreten. Dass jede Function $f(x)$ durch eine Potenzreihe darstellbar, jede solche Reihe aber umkehrbar ist, versteht sich von selbst, während doch bekanntlich Gebilde, welche diesen Anforderungen entsprechen, um einen Ausspruch P. Du Bois-Reymonds zu wiederholen, nur „Strandwasser im Functionen-Meere" sind. Das, was die Jetztzeit unter mathematischer Strenge versteht, ist sonach in dem Buche, fast absichtlich, bei Seite gelassen, und so können wir nur bedauern, dass der Verf. seine gewiss nicht unbeträchtliche Mühe an die Durchführung einer in sich verfehlten Idee gewendet hat.

Ansbach. Dr. S. GÜNTHER.

PFENNINGER, A., **Elemente der Geometrie für Secundarschulen.** Zürich 1880. Verlag der Erziehungsdirection (zu beziehen beim kantonalen Lehrmittelverlag). VI. 182 S. Pr. ?

Von dem Verfasser, der am Schullehrerseminar zu Küsnacht als Lehrer der Mathematik angestellt ist, lernte Referent vor einiger Zeit ein sehr verdienstliches Lehrbuch der Arithmetik und Algebra kennen, über welches er sich damals in der (Darmstädter) „Allgem. Schulzeitung" des Näheren aussprach. Auch das vorliegende Lehrbuch der Geometrie, welches für die unteren Curse von Mittelschulen bestimmt ist und solchen Schülern, die nicht bis zu den höheren Studien vorzudringen beabsichtigen, ein abgeschlossenes Ganzes zu

bieten beabsichtigt, verräth den geübten Lehrer. In seiner ganzen Anlage hat es Manches mit der „Vorschule“ des Herausgebers dieser Zeitschrift gemein; es beginnt mit der Betrachtung des Würfels als des einfachsten Körpers, unterscheidet sich aber darin von jenem erstgenannten Werke, dass in ihm Planimetrisches mit Stereometrischem stets untermischt vorkommt. Nach einer allgemein über die geometrischen Grundgebilde orientirenden Einleitung folgt die Lehre von den Winkeln, dann die „von den normalen Gebilden“, vom Parallelismus, vom Dreieck und vom Kreise; die Beweise werden durchaus anschauungsmässig geführt. Unter dem Titel „Netzconstructionen“ werden verschiedene weitere Sätze aus der Planimetrie vereinigt, so besonders die die Congruenz betreffenden; gleich darauf aber folgt ein Stück Raumlehre, das Senkrechtstehen von Linien und Ebenen, Neigungswinkel, „verticale und horizontale Gebilde“, verbunden mit Anwendungen auf niedere Geodäsie (Nivellement) und auf descriptive Geometrie (Zeichnung von Grund- und Aufriss). Dass „die schiefen Gebilde“ mit dem senkrechten Parallelepipedon beginnen, erscheint auf den ersten Anblick inconsequenter, als es thatsächlich ist; der Inhalt dieses Abschnittes ist ein etwas bunter, doch verkennen wir nicht, dass ein gewisser Zusammenhang zwischen den hier abgehandelten Materien vorhanden ist. In der sehr correcten und umfassenden Definition des Begriffes symmetrischer Gebilde glauben wir, insbesondere was die Hervorhebung der „centrischen Symmetrie“ anlangt, die Consequenz einer von Fiedler ausgehenden Anregung erblicken zu sollen. Die Aehnlichkeitslehre basirt auf dem verjüngten Maassstabe, der ungewöhnlich eingehend besprochen wird. Nunmehr folgen wieder Aufgaben aus der praktischen Geometrie, Terrainaufnahmen mit Hülfe des Messtisches u. s. w., Transporteur, Winkeltrommel und Nonius. Die Bestimmung des Umfanges von Drei- und Vielecken wird mittelst der Coordinatenmethode geleistet; überhaupt sind für die geometrischen Aufgaben die in der Feldmesskunst anzuwendenden Methoden in den Vordergrund gestellt. Die Berechnung von Flächen entfernt sich weniger von den gewöhnlichen Mustern; ein Gleiches gilt auch von den Cubaturen, die übrigens stets möglichst allgemein gehalten sind, so dass z. B. nicht allein der Kreiscylinder, sondern überhaupt ein von zwei geschlossenen congruenten, sonst aber willkürlichen Curven begrenzter Cylinder betrachtet wird. Nachdem so ein ziemlich beträchtliches Material auf mehr oder minder inductivem Wege zusammengebracht ist, folgt eine mehr wissenschaftliche Nachuntersuchung für manche der vorher bereits cursorisch behandelten Materien; insbesondere gehören hierher Congruenz und Aehnlichkeit, welch letztere, womit wir für diese Art des Lehrganges nur übereinstimmen können, auf die Lehre von den Aehnlichkeitspunkten, d. h. auf perspectivisches Entsprechen homologer Elemente, gegründet ist. Diese Auffassung gestattet manche hübsche Anwendung, so z. B. die einfache Ableitung gewisser

Sätze vom Kegel. In der Lehre von der Gleichheit der Figuren wird darauf gesehen, dass die einzelnen Wahrheiten vom Schüler nicht blos geistig, sondern auch mit den Augen begriffen werden, was zumal auch für den Beweis des Pythagoräers gilt. Um die Inhaltsbestimmung der Pyramide sowohl als der Kugel vornehmen zu können, geht der Verf. von der Gleichung

$$\lim_{n=\infty} \frac{1^2+2^2+3^2+\cdots+(n-1)^2}{n^3} = \frac{1}{3}$$

aus, resp. er beweist dieselbe gelegentlich der Pyramidenberechnung geometrisch, um von ihr sodann bei der Kubatur der Kugel Gebrauch machen zu können. Der sechste Abschnitt ist wieder geodätischen Aufgaben gewidmet, zu deren Lösung ausser der Kanalwage und dem Nivellirdiopter mit richtigem Takte auch das vom alten Peurbach angegebene und für derartige Zwecke noch immer ganz brauchbare „geometrische Quadrat" beigezogen wird. Zugleich bietet sich hier Veranlassung, ganz empirisch die goniometrischen Functionen einzuführen. Ein Anhang beschäftigt sich mit algebraisch-geometrischen Berechnungen; hier finden ihren Platz die heronische Dreiecksformel, die Berechnung der Zahl π und die wichtigsten Theoreme über die Ellipse, welche durch proportionale Verlängerung der senkrechten Kreis-Ordinaten erhalten wird. Ein Anhang über die wichtigsten Maasse, welche in den vom metrischen System noch unberührten Ländern gültig sind, sowie über gewisse geographische und astronomische Zahlwerthe beschliesst das Buch. Referent hat bereits ausdrücklich erklärt, dass er mit Rücksicht auf die Schülerkategorieen, für welche es bestimmt ist, sowohl dessen principielle Anlage als auch die Durchführung im Einzelnen billigt; allein selbst wer anders hierüber denken sollte, wird doch zugestehen müssen, dass hier ein äusserst reicher und vielseitiger Stoff auf verhältnissmässig sehr kleinem Raume verarbeitet worden ist.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Leesekamp, Dr. Adolph (Lehrer der Mathematik an der kgl. höheren Gewerbeschule und der kgl. Werkmeisterschule in Chemnitz), Die Elemente der ebenen Geometrie zum Gebrauche in technischen, landwirthschaftlichen etc. Fachschulen. Kassel, Verlag von J. Bacmeister. 1879. Preis M. 1,80.

Wir haben es hier mit einem Buche zu thun, dem wir die Berechtigung seiner Existenz nicht nur nicht absprechen dürfen, welches wir vielmehr freudig begrüssen können, indem es, obgleich für technische Fachschulen bestimmt, sich durch strenge Logik und präcise Ausdrucksweise vor vielen ähnlichen Büchern sehr vortheilhaft auszeichnet und den künftigen Techniker nöthigt, die Mathematik von

vornherein von der theoretischen Seite aufzufassen. Aeusserlich unterscheidet sich das vorliegende Buch von andern ähnlichen durch den Mangel an allen Figuren. Der Verfasser hat die Beweise zu den Lehrsätzen, sowie die zu den Beweisen nothwendigen Constructionen allgemein ohne Anlehnung an eine bestimmte Figur angegeben; dies hat er aber auf eine so bestimmte und geschickte Weise gethan, dass wir nirgends einem möglichen Missverständnisse begegnet sind. Die Figuren und Beweise sollen von den Schülern selbst nach dem Vortrage oder der Anleitung des Lehrers auf dem leeren weissen Blatte, was sich zwischen je zwei Seiten befindet, geliefert werden. Zu den Vortheilen dieser Einrichtung, welche der Verfasser selbst anführt, zählen wir noch den, dass der Schüler genöthigt ist, die grösste Sorgfalt und Sauberkeit in der Zeichnung und Schrift anzuwenden, um sein Lehrbuch nicht zu verunstalten.

In der Darstellung und Anwendung des Systems wissen wir nichts Wesentliches zu erinnern, der Verfasser hat sich durchweg auch an die neuere Terminologie gehalten. Bei der Definition des stumpfen Winkels heisst es richtiger: ein hohler Winkel, welcher grösser ist, als ein rechter u. s. w. Die Winkel, welche bei dem Durchschnitt zweier Geraden durch eine Transversale entstehen, werden zweckmässig als gleichliegende, ungleichliegende und gemischtliegende bezeichnet. Die Schreibweise Hypothenuse statt Hypotenuse ist zu corrigiren. Der Name Tangentenwinkel sollte dem excentrischen von zwei Tangenten gebildeten Winkel vorbehalten bleiben, und derjenige, der von einer Sehne und Tangente gebildet wird, einfach zu den Peripheriewinkeln gezählt werden, weil seine Spitze auf der Peripherie liegt und er ebenso, wie der von zwei Sehnen gebildete Peripheriewinkel einen Kreisbogen einschliesst; auch beide halb so viele Grade haben als dieser Bogen. Auch müssen wir uns wiederholt gegen den landläufigen Ausdruck: „die Kreise berühren sich von innen" erklären; der kleinere Kreis berührt den grösseren innerlich (auf der concaven Seite) er selbst aber wird vom grossen äusserlich (auf der convexen Seite) berührt.

Diese wenigen nebensächlichen Bemerkungen beeinträchtigen den Werth des Buches in keiner Weise und sind nicht in Widerspruch mit unserm oben ausgesprochenen Urtheil; und so sei das Buch zur Einführung in den auf dem Titel genannten Schulen bestens empfohlen.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

1. Neumann, Dr. K. W. (Oberlehrer am Gymnasium und der Realschule 1. O. zu Barmen), Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik und Algebra für höhere Lehranstalten. Theor. Leitf. zu der Sammlung von Beispielen und Aufgaben von E. Heis. 4. Aufl. Leipzig. 1878. VIII und 202 S. Preis 2,80 *M*

2. Grünfeld, H. V. H. (Oberlehrer an der königl. Domschule zu Schleswig), Elementarcursus der Arithmetik für den vorbereitenden Unterricht. 2. Aufl. Schleswig. Julius Bergas. 1878. IV und 53 S. Preis 1 *M*

3. Knirr, Josef (k. k. Professor an der Staats-Oberrealschule in der Leopoldstadt in Wien u. s. w.), Elemente der allgemeinen Arithmetik in systematischer, für die Schulen der dritten und vierten Klasse der österr. Realschulen fasslich dargestellter Form. Wien. Alfred Hölder. 1879. VI und 131 S. Preis 75 Kr.

Nr. 1 erschien in 1. Aufl. 1865 und wurde neu aufgelegt, vermehrt und verbessert 1869, 1872 und 1878. Prof. Heis erkannte die Uebereinstimmung des Buches mit dem „Geiste seiner Aufgabensammlung" an, und der Verfasser hat es sich angelegen sein lassen, es immer mehr zu vervollkommnen, namentlich dem Ausdruck und der Entwickelung der Sätze eine möglichst klare und einfache Fassung zu geben. Es schliesst sich eng an die bekannte Heis'sche Aufgabensammlung an, und wird denjenigen, welche sich beim Unterricht derselben bedienen, auch in seiner neuesten Gestalt, welche nur wenige wesentliche Aenderungen erfahren hat, willkommen sein. Aber auch denjenigen Lehrern, welche sich anderer Aufgabensammlungen bedienen, ist das Buch wohl zu empfehlen, namentlich für die letzten Abschnitte über Reihenentwickelungen und über die Gleichungen von höheren Graden.

Nr. 2 ist ein eigenthümliches Büchlein. Wann die erste Auflage erschienen sei, sagt der Verfasser nicht. Es soll einem vorbereitenden Unterricht dienen, daher fällt es auf, sogleich auf der zweiten Seite des Textes Potenz- und Wurzelformen zu begegnen, allerdings nur mit wirklichen Zahlen, bald aber auch mit Buchstaben, nachdem der Gebrauch derselben kurz erläutert ist. Einen systematisch fortschreitenden Gang zu entdecken, ist uns nicht recht gelungen, auch nicht, für welche Gymnasial- oder Realclasse das Buch bestimmt sein mag, und der Verf. sagt es nicht in der Vorrede; jedenfalls wird eine tüchtige Schulung im praktischen Rechnen vorausgesetzt.

Nr. 3 ist ein in jeder Hinsicht empfehlenswerthes Buch, welches auch durch Erlass des k. k. Ministeriums für Cultus und Unterricht zum Unterrichtsgebrauch an österreichischen Realschulen allgemein zugelassen ist. Der Verfasser, ein älterer gewiegter Lehrer, hat seine mehr als zwanzigjährige pädagogische Erfahrung darin niedergelegt. Vom Zahlenbegriffe ausgehend, hat er die Lehr-

sätze der Mathematik derart abgeleitet, dass jeder nachfolgende Lehrsatz als nothwendige Folge der vorangegangenen erscheint; man könnte ihm höchstens eine etwas zu grosse Pedanterie in dem Bestreben, dies überall zu documentiren, vorwerfen, indess hat diese ihre gute Berechtigung. Nach der im nördlichen und mittleren Deutschland üblichen Weise der Classenzählung umfasst das Buch das Pensum der Quarta und Untertertia. Die Einleitung, in welcher die Entstehung des Begriffs der Zahl und des Zählens in einer gewissermassen gemüthlichen Weise erklärt wird und welche interessante geschichtliche Mittheilungen enthält (20 Seiten lang), soll in der Classe blos gelesen werden, um „den Schülern die ungeheuren Schwierigkeiten zu zeigen, welche der menschliche Geist zu überwinden hatte, ehe derselbe das dekadische Zahlensystem erfinden konnte". Wie sodann in § 1 und 2 der Begriff der „allgemeinen Zahl" erörtert wird, verdient Beifall; in § 3 und 4 werden die Beziehungszeichen erklärt. Nun folgen nach einander die sogenannten vier Species, mit eingelegten Uebungsaufgaben, wobei sich der Verf. im Allgemeinen an E. Heis anlehnt, überall von der absoluten ganzen Zahl ausgehend, in mustergültiger Form dargestellt. Dass er aber bei der Entwickelung der negativen Zahl als Gegensätze Vermögen und Schulden an die Spitze stellt, möchten wir ihn zum gelinden Vorwurf machen, weil diese Gegensätze bei jungen Anfängern zunächst zwar am leichtesten begriffen werden, später aber, wo sie gar nicht mehr passen, auch desto schwieriger wieder auszumerzen sind. — Das Rechnen mit Quotienten oder Brüchen wird zweckmässig eingeleitet durch Entwickelung der allgemeinen Form einer geraden und ungeraden Zahl, der Kennzeichen der Theilbarkeit, der Primzahlen und zusammengesetzten Zahlen u. w. d. a. Die Rechnungen selbst sind mit aller wünschenswerthen Ausführlichkeit behandelt. Eben so beifällig müssen wir die Entwickelung der Gesetze der Potenzirung und Radicirung beurtheilen; wir rathen dem Verfasser aber, die auch sonst schon häufig versuchte Zurückführung der Formen a^0 und a^{-n} auf den ursprünglichen Begriff der Potenz, welche er allerdings blos in einer sublinearen Anmerkung auf Seite 89 gegeben hat, in einer folgenden Auflage zu streichen: denn wie soll man sich den Exponenten 0 aus der positiven Einheit entstanden denken? Ebenso muss auch schon früher auf Seite 27 in der Definition des Multiplicirens eine Einschaltung gemacht und gesagt werden: „wie der Multiplicator aus der positiven Einheit" „durch Summirung derselben enstanden ist", wenn man doch durchaus an dieser Definition festhalten will. Bei der Division von Aggregaten, die nach fallenden Potenzen einer Hauptgrösse x geordnet sind, durch ein Binomium von der Form $x - m$ wird auch der Hornerschen Divisionsmethode gedacht, wonach die Coëfficienten der Glieder des Quotienten gefunden werden aus dem Coëfficienten des ersten Theilquotienten und denen der Glieder des Divi-

dendus, und wonach ein etwaiger Rest sofort entdeckt wird, wenn man nur im Dividenden für die Hauptzahl x die Zahl $+ m$ setzt und den erhaltenen Ausdruck reducirt. Bei der Quadrirung einer dekadischen Zahl empfiehlt es sich sehr, die beiden Glieder $2ab + b^2$ zusammenzuziehen in $(2a + b)b$, wie es der Verf. bei der Wurzelausziehung schon gethan hat. Den Beschluss des Buches machen die Gleichungen des ersten Grades mit einer und mit zwei Unbekannten, wobei wir nichts zu erinnern finden. Bei letzteren ist ausser den drei gebräuchlichsten Methoden auch der Bézoutschen oder französischen Methode gedacht. Ob nicht auch hier der Abkürzung der Auflösung durch Determinanten hätte gedacht werden können, wollen wir dem Verf. für eine folgende Auflage anheimgeben.

Zu constatiren ist noch, dass, wie der Titel verheisst, das ganze Buch in einer für die Schüler, die den ersten wissenschaftlichen Unterricht in der allgemeinen Arithmetik erhalten, durchaus fasslichen Sprache abgefasst ist, und die Darstellung sich der genetischen Form nähert.

Hiermit empfehlen wir das Buch nochmals der wohlverdienten Beachtung unserer Amtsgenossen. Die kleinen Ausstellungen, die wir gemacht haben, mögen dem Verf. beweisen, dass wir sein Buch mit Aufmerksamkeit und Interesse gelesen haben.

Lübeck. Ch. Scherling.

Klein, Dr. Hermann J., Anleitung zur Durchmusterung des Himmels. Astronomische Objecte für gewöhnliche Teleskope. Ein Hand- und Hülfsbuch für alle Freunde der Himmelskunde, besonders für die Besitzer von Fernrohren. Braunschweig 1880, Vieweg u. Sohn. 592 S. 8. nebst 5 Tafeln, 4 Sternkarten und einem Titelbild. Preis 24 ℳ.

Unter „gewöhnlichen“ Teleskopen versteht der Verfasser dieses Buches kleinere astronomische Fernrohre, deren Vergrösserungen etwa zwischen 30 und 300fach liegen. Die erste Abtheilung des Werkes giebt auf 38 Seiten eine sachverständige Anleitung zum Bezug, sowie zur Prüfung, Aufstellung und Behandlung derartiger Instrumente; die folgenden Abschnitte enthalten eine sehr eingehende Darstellung desjenigen, was mit denselben oder auch mit stärkeren Mitteln am Sternenhimmel direct wahrgenommen werden kann. Theoretische Erörterungen sind fast durchweg vermieden, eine Anleitung zu wissenschaftlichen Messungen und Berechnungen ist nicht beabsichtigt; die Tendenz des Werkes geht vielmehr nur dahin, den Besitzern von Fernrohren zu zeigen, welche astronomischen Objecte sie nach ihren Mitteln aufsuchen und wahrzunehmen hoffen dürfen, und ausserdem überhaupt Freunden der Himmelskunde eine über das Maass der bekannten populären astronomischen Schriften

hinausgehende Beschreibung jener Objecte zu bieten. Die so gestellte Aufgabe hat der Verfasser mit grosser, vielleicht stellenweise für manche Leser zu grosser Gründlichkeit gelöst und daher ein sehr umfangreiches Werk geschaffen, dessen gleichwohl verhältnissmässig sehr hoher Preis übrigens zum Theil durch die beigefügten zahlreichen Holzschnitte und andere recht dankenswerthe Illustrationen bedingt sein mag. Da es unmöglich ist, die Reichhaltigkeit des Inhalts auf dem uns zu Gebote stehenden Raume durch eine entsprechend eingehende Darlegung nachzuweisen, so müssen wir uns auf folgende übersichtliche Inhaltsangabe beschränken: Die grössere Hälfte der beschreibenden Theile des Buches ist (mit 334 Seiten), wie zu erwarten, dem Sonnensystem gewidmet. Zuerst wird auf 34 Seiten die Sonne selbst behandelt, dann folgen die Planeten mit ihren Satelliten in der Reihenfolge ihrer Entfernungen vom Centralkörper; den Schluss bilden die Kometen und die Sternschnuppen. Am ausführlichsten ist innerhalb dieser Abtheilung selbstverständlich der Mond, als das dankbarste der betreffenden Objecte, behandelt worden; demselben sind allein 118 Seiten gewidmet und das Verzeichniss der beschriebenen einzelnen Formationen seiner Oberfläche weist nicht weniger als 66 Namen auf. Die folgende 216 Seiten starke Abtheilung des Buches über den Fixsternhimmel enthält zunächst allgemeine Erörterungen über die Helligkeitsverhältnisse und die Farben der Sterne, die Doppelsterne, Sternhaufen und Nebelflecke und schliesst daran eine alphabetisch geordnete Beschreibung von 54 (im mittleren Europa sichtbaren) Sternbildern, bezw. der in denselben aufzusuchenden Doppelsterne, veränderlichen Sterne und Nebel. Ein sachliches Inhaltsverzeichniss am Beginn und ein alphabetisches Verzeichniss der Namen am Schluss des Werkes erleichtern die Benutzung desselben.

Eine genauere Durchsicht des Inhalts lässt erkennen, dass der Verfasser überall seinen Stoff beherrscht und neben eingehender persönlicher Erfahrung eine grosse Belesenheit besitzt. Allerdings setzen die Angaben desselben über die Sichtbarkeit der einzelnen Erscheinungen meist Instrumente voraus, deren Leistungsfähigkeit in Betreff der Klarheit des Details vollkommen auf der Höhe der Zeit steht, und Besitzer älterer oder aus Werkstätten zweiten Ranges hervorgegangener Fernrohre werden sich vielleicht nicht selten in den durch das Buch erregten Erwartungen mehr oder minder getäuscht finden. Abgesehen hiervon ist das Werk des um die Verbreitung eines allgemeineren Interesses an der Himmelskunde auch sonst verdienten Verfassers als ein zuverlässiger Führer anzuerkennen, wenigstens hat Referent, soweit er dasselbe eingehender studirt und auch seine Angaben mittelst eines 30zölligen Reinfelder- und Hertel'schen Teleskopes bei 12- bis 120facher Vergrösserung unmittelbar am Himmel verglichen hat, keine Unrichtigkeiten wahrgenommen. Dass dasselbe mit vieler ins Einzelne gehender Sorgfalt

und Ausführlichkeit bearbeitet ist, wurde bereits erwähnt, und somit kann es allen denen, welche in der Lage sind einen solchen Wegweiser zu gebrauchen, recht warm empfohlen werden.

Für die Leser der vorliegenden Zeitschrift dürfte sich jedoch noch eine andere Frage an die Besprechung des Kleinschen Buches anknüpfen lassen, nämlich diejenige nach seiner etwaigen Verwerthbarkeit im Interesse des Schulunterrichts in der sog. astronomischen Geographie. Es kann als selbstverständlich betrachtet werden, dass dieser Unterricht, wie jeder andere naturwissenschaftliche, sich nicht auf ein theoretisches Dociren innerhalb der Wände des Schulzimmers beschränken darf, sondern dass derselbe die eigene Anschauung der Lernenden, und diese nicht bloss an Zeichnungen und Modellen, sondern auch an den natürlichen Objecten selbst zu Grunde legen muss, wenn er mit dauerndem Erfolge und wahrhaft fruchtbringend wirken soll. Die grosse Mehrzahl der Erscheinungen und Thatsachen, welche unsere Schüler auf diesem Gebiete durch eigene Anschauung kennen lernen sollen (oder sollten), bedarf freilich keiner künstlichen Schärfung des Sehvermögens, und je einfacher die Mittel, desto besser sind sie im Allgemeinen. Gleichwohl ist der Gebrauch eines astronomischen Fernrohrs auch schon auf dem eng begrenzten Gebiete unseres Schulunterrichts für manche Zwecke recht nützlich oder selbst unentbehrlich, und der Besitz eines solchen Instrumentes daher jeder Anstalt zu wünschen. Es sei uns gestattet, diese Ansicht durch eine kurze Darlegung von Anwendungen eines Teleskopes im Unterricht näher zu begründen.

Schon eine der ersten Thatsachen, welche der Schüler kennen lernen muss, die scheinbare tägliche Bewegung der Gestirne, erhält ihre deutlichste Veranschaulichung durch die unmittelbare Wahrnehmung im Gesichtsfelde eines nur etwa 60- bis 120fach vergrössernden Fernrohres. Während sonst eine mehr oder minder andauernde Beobachtung oder Vergleichung der Stellung gegen terrestrische Objecte zu verschiedenen Zeiten erforderlich ist, sieht man hier bei Betrachtung eines dem Aequator nahe stehenden Sternes denselben mit verhältnissmässiger Geschwindigkeit das Gesichtsfeld durchlaufen, und constatirt durch Beobachtung verschiedener Gestirne leicht die gleichmässige Richtung dieser Bewegung, die Abnahme der Geschwindigkeit mit der Annäherung an den Nordpol, den Parallelismus der Bahnen u. s. w. Die Unmittelbarkeit der Wahrnehmung und die nicht getheilte Aufmerksamkeit sind einleuchtende didaktische Vorzüge dieses Verfahrens. — Als zweite Beobachtung schliesst sich hieran die der Erscheinung der Fixsterne als Punkte, also ohne messbare Ausdehnung. Die durch das Flimmern und Glitzern hervorgerufene falsche Vorstellung bestimmter, mehr oder minder verschiedener Grössen oder gar strahlenförmiger Gestalten der Fixsterne verschwindet um so mehr, je besser das Instrument ist, und der Schüler erkennt, dass nur die ver-

schiedenen Helligkeitsverhältnisse die Unterscheidung nach sog. Grössen bedingen. Daneben wird ihm, am anschaulichsten und überraschendsten bei Betrachtung eines Sternhaufens, z. B. der Plejaden, die Zunahme der Menge der sichtbaren Gestirne mit der Schärfung des Sehvermögens vor Augen geführt. Im Gegensatz zu den Fixsternen erscheinen ihm dann die grösseren Planeten als scharf begrenzte runde Scheiben, und selbst die Abplattung der Kugelform vermag er beim Jupiter schon mit mässiger Vergrösserung wahrzunehmen. Auch sonst bietet dieser letztere Planet ein dankbares, das Interesse mächtig anregendes Feld der Beobachtung durch die leicht erkennbaren Streifen seiner Oberfläche und vor Allem durch die vier Satelliten, die ja auch in der Physik bei der Geschwindigkeit des Lichtes Erwähnung finden, und die der Schüler in ihrer Stellung und ihren Bewegungen um den Centralkörper, den Verfinsterungen, Bedeckungen und Vorübergängen statt vom blossen Hörensagen, durch eigene Wahrnehmung kennen lernt. Von weiteren Gegenständen der Betrachtung, welche schon durch verhältnissmässig geringe Mittel wahrnehmbar sind und welche jeder Schüler einer höheren Lehranstalt wenigstens einmal mit Augen sehen sollte, sind zu nennen vor Allem die mannichfaltigen Formationen der Oberfläche des Mondes, die wechselnden Flecken der Sonne, das Ringsystem des Saturn, die Sichelgestalten der Venus, vielleicht auch die weissen Polarflecke des Mars, ferner einige Nebelflecke, wie namentlich der prächtige grosse Nebel des Orion, und der Sternenreichthum der Milchstrasse. Hierzu kann noch kommen die Beobachtung eines veränderlichen Sternes, einer Sternbedeckung durch den Mond, ferner einiger Doppelsterne, Sternfarben, wenn möglich auch einer Sonnenfinsterniss u. dgl. m. Recht erwünscht würde es sein, wenn auch die für die Uebungsaufgaben benutzten Zahlenangaben, z. B. solche, welche aus der Berechnung des sphärischen Dreiecks Pol-Zenith-Stern hervorgehen, durch unmittelbare Messung der Daten am Himmel gewonnen werden könnten, weil aus der Wirklichkeit genommene und veranschaulichte Beispiele mit viel grösserem Interesse bearbeitet werden, als bloss fingirte. Die Zugabe der erforderlichen getheilten Kreise zu dem Fernrohr erhöht jedoch den Preis des Instrumentes so ausserordentlich, dass man in der Regel hiervon wird Abstand nehmen müssen. Doch mag erwähnt werden, dass sich Positionsbestimmungen durch die leicht zu beschaffende Beigabe eines Ringmikrometers anstellen lassen, welches dann in Verbindung mit einer guten Pendeluhr auch dem Lehrer Gelegenheit zur Theilnahme an wissenschaftlichen astronomischen Arbeiten bietet, falls seine Neigung ihn auf diesen Weg führt.

In Betreff der Ausführung der Beobachtungen an geeigneten sternhellen Abenden mit den nöthigenfalls in Sectionen getheilten Schülern einer Classe wird jeder Lehrer nach den Verhältnissen

seiner Schule die erforderlichen Einrichtungen zu treffen wissen. Die hauptsächlichste Schwierigkeit liegt in der Aufgabe, zu den sich eben darbietenden Beobachtungszeiten diejenigen Objecte des ja bekanntlich mit den Jahreszeiten u. s. w. wechselnden Sternenhimmels aufzufinden und auszuwählen, welche einerseits eine günstige Beobachtung zulassen und andererseits sich möglichst dem begleitenden oder schon vorausgegangenen Unterricht in der Schule anschliessen. Für diesen Zweck nun vermag das im Vorhergehenden besprochene Buch von Klein, obgleich nicht auf denselben angelegt, solchen Lehrern, welche noch nicht durch eigene Kenntniss und Erfahrung auf diesem Gebiete hinreichend unterstützt sind, manche brauchbare Dienste zu leisten. Auch für Beschaffung und Behandlung geeigneter Fernrohre giebt dasselbe die erforderlichen Rathschläge. Mit Recht empfiehlt Klein besonders die Refractoren der optischen Anstalt von Reinfelder und Hertel in München, welche sich neben ihrer Güte durch billige Preise auszeichnen. Insbesondere führt er fünf Arten der von dieser Firma gelieferten Instrumente auf, deren geringste bei 30 Linien Oeffnung, $2^1/_2$ Fuss Brennweite, 30facher terrestrischer und 30-, 60- und 120fachen astronomischen Vergrösserungen 200 Mark kostet, während die beste derselben 54 Linien Oeffnung, 5 Fuss Brennweite, eine terrestrische Vergrösserung von 60-, astronomische von 60-, 80-, 120-, 180-, 240- und 300mal, sowie einen Sucher von 12 Linien Oeffnung und 8maliger Vergrösserung hat und 845 Mark kostet. Diese Preise verstehen sich jedoch ohne Stativ, das sich der Empfänger nach Ansicht des Verf. je nach seinen Mitteln selbst anfertigen lassen soll, während die Beigabe eines solchen mit allen gebräuchlichen Vorrichtungen von Seiten der optischen Anstalt die obigen Preise um etwa 350 bis 500 Mark erhöht. Referent möchte den für die Frage der Anschaffung eines zu Schulzwecken hinreichenden astronomischen Fernrohres sich interessirenden Collegen eine andere Art vorschlagen, welche er für seine eigene Person, unterstützt durch die freundlichen Rathschläge und Mitwirkung der Herren Professoren Winnecke in Strassburg und Schönfeld in Bonn, von der oben genannten Firma vor kurzem erworben hat. Dieselbe besteht aus einem Tubus auf Säulenstativ, mit horizontaler und vertikaler Bewegung, ganz in Messing montirt, mit zusammenlegbarem Dreifuss, dessen Aufstellung in Tischhöhe erfolgt. Das Objectiv hat 30 Linien Oeffnung und 30 Zoll Brennweite, von den Ocularen besitzen das terrestrische 38fache, drei astronomische 60-, 90- und 120fache Vergrösserung. Dazu ist auf besondere Bestellung noch ein für das Aufsuchen und die Betrachtung von Nebeln, Kometen u. s. w. durch das weite Gesichtsfeld dienliches Kometensucher-Ocular (Nr. 130 der genannten Firma) beigegeben, ferner zu wissenschaftlichen Messungen ein weiteres Ocular mit Ringmikrometer auf Glas (Nr. 139) und einem Drahtnetz zu näherungsweiser Ermittelung

von Positionsdifferenzen, sowie endlich drei Blendgläser für Sonnenbeobachtungen. Das ganze Instrument ist in polirtem Kasten tragbar, sodass es leicht an jedem beliebigen Fenster oder im Freien aufgestellt werden kann, je nachdem die vorhandenen Localitäten und die Lage des Beobachtungsobjects dies erfordern. Der Preis beträgt, einschliesslich aller Zugaben und ohne den Rabatt berechnet, 444 Mark. Die Ausführung ist vortrefflich, die Leistungsfähigkeit für die Zwecke der Schule und auch für manche eigene Arbeiten völlig ausreichend.

Die pecuniären Verhältnisse der naturwissenschaftlichen Cabinette unserer höheren Schulen sind freilich leider noch an vielen Orten derart, dass selbst Preise, wie die vorgenannten, obgleich gegen frühere Zeiten äusserst gering, doch Manchen für die mit dem Instrument zu erzielende Förderung der Schüler und gegenüber anderweitigen dringenden Anforderungen an die zu beschaffenden Unterrichtsmittel noch zu bedeutend erscheinen mögen. Dem gegenüber darf für solche Fälle, wo nicht ganz unzureichende Hülfsquellen jede Aussicht verschliessen, daran erinnert werden, dass die Fälle des Gebrauchs eines naturwissenschaftlichen Unterrichtsmittels nicht bloss zu zählen, sondern auch zu wägen sind. Die oben angeführten Beobachtungen bieten manche Grundlagen und Anknüpfungspunkte für das Verständniss wichtiger Abschnitte des Unterrichts, und der Gewinn an belebendem Interesse und überzeugender Beweisführung, welcher durch die eigene Anschauung fremder Weltkörper und der Erscheinungen an denselben erzielt wird, ist ein recht erheblicher. Es dürfte an der Zeit sein, dem Unterricht in der astronomischen Geographie als einem festgegründeten Fundamente unserer heutigen Weltanschauung eine grössere Werthschätzung und in Folge dessen auch eine durchgebildetere Methodik zuzuwenden, als anscheinend bisher in der Regel der Fall gewesen ist. Es ist eine nicht gar seltene Erscheinung, dass in sonst gebildeten Kreisen, wenn nicht Mangel an Kenntniss der wichtigsten Thatsachen oder an richtigem Verständniss derselben, so doch an Einsicht in die Begründung der fundamentalen Lehren der Astronomie gefunden wird. Und doch sind dies zum Theil solche Lehren, auf welche Jeder in letzter Instanz sich mit berufen muss, der seine dem Standpunkte heutiger Wissenschaft entsprechenden Ansichten und Ueberzeugungen über die Schöpfung, in welcher er lebt, für sich selbst zu begründen oder gegen Andere zu vertheidigen hat. Die unmittelbar überzeugende Beweiskraft, welche jede eigene Anschauung selbst vor scharfsinnigen theoretischen Deductionen für die meisten Menschen voraus hat, kann daher nicht leicht überschätzt werden. Deshalb ist es die Pflicht der Schule, ein Hülfsmittel des Unterrichts nicht ohne zwingenden Grund zu vernachlässigen, welches auf anschaulichem Wege einen wesentlichen Beitrag dazu liefert, dass jene Grundlagen unserer Welt-

anschauung nicht sowohl auf einem gewissen dogmatischen Glauben, als vielmehr auf fest gegründeter Ueberzeugung und Einsicht beruhen.

Hamm, September 1880. Dr. Reidt.

Ein Astronom der Gegenwart, auf gespanntem Fusse mit dem Newtonschen Anziehungsgesetze und den Galileischen Fallgesetzen.

Bei J. J. Weber in Leipzig erschien unlängst (1881) in tadelloser Ausstattung ein für das gebildete Publikum geschriebenes Buch, betitelt:

Astronomische Bilder, von Dr. W. **Valentiner**, Professor und Vorstand der Sternwarte zu Karlsruhe.

Das 450 Seiten starke Werk, welches in sternbesäetem Einbande 12 ℳ kostet, zerfällt in acht Abschnitte: I. Geschichtliche Vorbemerkungen; II. die Erde; III. die Sonne; IV. die Planeten; V. der Mond; VI. Kometen und Sternschnuppen; VII. Fixsterne; VIII. Physikalische Astronomie. Hieran schliessen sich als Anhang Tabellen über die Bahnelemente der grossen und kleinen Planeten und der Kometen.

Leider sind jene astronomischen Bilder gleich von vornherein durch eine totale Verfinsterung im Hirn des Verfassers aufs Tiefste verdunkelt und in der erstaunlichsten Weise entstellt. Herr Valentiner sagt auf den zwei ersten Seiten des ersten Abschnittes (S. 3 und 4): „Isaak Newton hat in wenigen Worten ein Naturgesetz ausgesprochen, mit welchem die heutige Astronomie steht und fällt.“ Und dann hat der Herr Professor nichts Eiligeres zu thun, als selbst mit diesem Fundamentalgesetze herein zu fallen, indem er das gebildete Publikum also belehrt (?): „Wenn nun der Körper *a* zehnmal schwerer ist, als der Körper *b*, so wird auch *a* eine zehnmal stärkere Anziehung auf *b* ausüben, als umgekehrt *b* auf *a*, denn das Gesetz sagt: die Kraft, mit der sich die Massentheilchen, Körper, anziehen, ist proportional ihrer Masse.“

Man traut seinen Augen kaum: der Vorstand einer deutschen Sternwarte kennt das Gesetz nicht, „mit welchem die Astronomie steht und fällt“; er weiss nicht, dass die gegenseitige Anziehung zweier Massen dem Product der Massen direct proportional ist, und widerspricht leichten Herzens dem dritten der Newtonschen Axiomata sive leges motus, welche also lautet: Bei jeder Wirkung ist immer eine gleiche Gegenwirkung vorhanden; oder die Wirkungen, welche irgend zwei Körper auf einander ausüben, sind immer gleich und entgegengesetzt gerichtet.

Allein es kommt noch besser, als nun Herr Valentiner dazu schreitet, den zweiten Theil des Newtonschen Anziehungsgesetzes, die Worte: indirect dem Quadrat der Entfernung, zu commentiren. Auf S. 4 und 5 der astronomischen Bilder wird das gebildete Publikum des Weiteren belehrt (?): „Die Schwierigkeit der sichtbaren Wirkung dieses Gesetzes und die Ursache, warum es verhältnissmässig spät erkannt worden ist, liegt in dem Umstande, dass alle Körper, die uns auf der Erde umgeben, selbst unter dem Einfluss der Anziehung der Erde stehen; wir können nicht ohne Weiteres zwei Körper sich selbst überlassen und an ihnen die gegenseitige Anziehung beobachten; aber es lässt sich leicht die Wahrnehmung machen, dass die Entfernung, welche ein Körper beim Fall zur Erde zurücklegt, grösser wird, je näher er der Erde kommt, und zwar in dem durchs Gesetz gebotenen

Verhältniss; nämlich, wenn ein Körper in der ersten Secunde 4,9 m zurücklegt, so legt er in der zweiten 4,9 m mal 2 mal 2, in der dritten 4,9 m mal 3 mal 3, in der vierten 4,9 m mal 4 mal 4 etc. zurück, d. h. die Räume, welche er zurücklegt, sind proportional dem Quadrate der Zeiten; seine Bewegung wird in jenem quadratischen Verhältniss rascher, je kleiner die Distanz von der Erde wird. Umgekehrt wird der Raum, den ein Körper beim Fall zurücklegt, desto kleiner, je weiter der Körper sich von der Erde entfernt, und es ist leicht zu berechnen, wie gross der durchlaufene Raum in 10, 20, 100 km Distanz in der ersten Secunde sein muss."

Eine unglaubliche Leistung: der Vorstand einer deutschen Sternwarte kennt nicht die Galileischen Fallgesetze; das dürfte selbst dem Laienververstande etwas zu stark sein; giebt es doch unter dem gebildeten Publikum sogar viele jüngere Frauen und Mädchen, die in der Töchterschule oder im Institute gelernt haben: Beim freien Fall im leeren Raume ist der Weg in der 2. Secunde 3 mal, in der 3. Secunde 5 mal, in der 4. Secunde 7 mal so gross als der Weg in der 1. Secunde. Und was in aller Welt hat denn die gleichförmig beschleunigte Bewegung mit dem zweiten Theil des Newtonschen Anziehungsgesetzes zu thun? Ist nicht vielmehr eine Bewegung nur so lange gleichförmig beschleunigt, als die Kraft constant bleibt; demnach beim Fall eines Körpers im leeren Raume gegen die Erde nur so lange, als der Abstand des Körpers vom Erdmittelpunkt als unveränderlich betrachtet werden kann? Herr Valentiner aber entblödet sich nicht, das gebildete Publikum glauben zu machen, die Zunahme der Fallräume in den successiven Secunden sei eine Folge der Annäherung des Körpers gegen die Erde und der gemäss des Newtonschen Gesetzes damit verbundenen Vergrösserung der Anziehung.

Wirklich schauderhaft! Und ein Mann, der im Jahre 1881 n. Chr. solche astronomische Bilder in die Welt hinausschickt, ist Vorstand einer Sternwarte und hält unseres Wissens Vorträge an der polytechnischen Schule in Karlsruhe! B.

Isenkrahe, Dr. C. (Gymnasialoberlehrer), Das Räthsel von der Schwerkraft. Kritik der bisherigen Lösungen des Gravitationsproblems und Versuch einer neuen auf rein mechanischer Grundlage. Mit in den Text eingedruckten Holzstichen. Braunschweig. Friedr. Vieweg u. Sohn. 1879. 8. XXII u. 214 S. Pr. 4 ℳ.

Der Haupttitel des Buches klingt so geheimnissvoll, dass er leicht die Meinung erwecken könnte, als habe man es hier mit einem jener nicht seltenen Erzeugnisse naturphilosophischer Speculation zu thun, welche weniger in das Gebiet der Wissenschaft als des phantastischen Glaubens gehören. Es sei daher sofort gesagt, dass diese Befürchtung eine grundlose und das Werk ein streng wissenschaftliches ist. Der Verfasser vermeidet sorgfältig jede leichtsinnige Hypothesenbildung und zeigt sich als ein Mann, der mit grosser Gewissenhaftigkeit und scharfem Verstande den Problemen auf den Grund geht.

Das Buch zerfällt in zwei Abtheilungen, von welchen die erste eine Kritik der wichtigsten Theorieen der Gravitation giebt; sie

bildet durch ihren negativen Ausfall die passende Vorbereitung zu der in der zweiten Abtheilung enthaltenen eigenen kinetischen Theorie des Verfassers.

Die drei ersten Capitel führen die Titel: „Die Anschauung Newtons von dem Wesen der Gravitation", „Die Theorie Zöllners" und „Das Webersche Potential". Sie bilden ein zusammenhängendes Ganzes, insofern sie sich hauptsächlich mit der Polemik gegen die Speculation Zöllners und seine Auslegung Newtons richten und mit Geschick die metaphysische Hypothese Zöllners von den empfindenden Atomen bekämpfen. Indem der Verf. in diesen Capiteln diejenigen Theorieen kritisirt, welche die qualitas occulta fernwirkender Kräfte zu Grunde legen, befindet er sich in völliger Uebereinstimmung mit dem Referenten, welcher, wie dem Verf. unbekannt geblieben war, bereits früher im Interesse der kinetischen Theorie die Zöllnersche Auffassung widerlegt hatte*).

Die beiden folgenden Capitel beschäftigen sich damit, die in den Theorieen von Spiller und Dellingshausen begangenen Fehler aufzudecken. In Bezug auf Spiller erfüllt der Verf. einen Auftrag des Verstorbenen, wenn er in seinem Namen die Theorie desselben von der „Urkraft" zurückzieht. Obgleich die Spillersche Theorie so handgreifliche Irrthümer aufweist, dass wohl jeder Sachverständige an den Fehlern Anstoss nehmen musste, so sagen wir doch dem Verf. Dank, dass er die Mühe nicht gescheut hat, durch seine Arbeit die Bedeutung jener Fehler bequem vor Aller Augen zu legen, da die Erfahrung gezeigt hat, dass Spiller nicht ganz ohne begeisterte Anhänger geblieben ist. Ueberhaupt ist es als ein Vorzug des Buches anzuerkennen, dass es auch für weitere Kreise leicht verständlich, fast populär geschrieben ist. Wenn jedoch der Verf. Spiller für den einzigen Vertreter der Drucktheorie des Aethers hält, so wird er bei späterer Gelegenheit gewiss nicht unterlassen, Euler als Vorgänger zu nennen, der in Cap. XIX seiner „Anleitung zur Naturlehre" (Opera posthuma) die Schwere als einen Druck des Aethers und diesen als eine absolute Flüssigkeit auffasst.

Nunmehr wendet sich der Verfasser zu den eigentlich kinetischen Theorieen, welche die Gravitation durch die Bewegung des Aethers, resp. den Stoss seiner Atome erklären, und kritisirt die Annahmen und Ausführungen von Lesage-Thomson, Schramm, Huygens, Fritsch und Secchi. Ueberall beweist er hier seinen schon oben anerkannten kritischen Blick und sein Geschick, die Probleme bei der Wurzel zu fassen. Es war freilich nicht seine Aufgabe, eine vollständige Geschichte der Theorieen der Gravitation zu schreiben, sondern er

---

*) Lasswitz, K., Atomistik und Kriticismus. Ein Beitrag zur erkenntnisstheoretischen Grundlegung der Physik. Braunschweig, Friedr. Vieweg u. Sohn. 1878.

wollte, abgesehen von der Vollständigkeit im Einzelnen, die man bei ihm nicht suchen darf, nur die Vollständigkeit in der Darstellung der Gesichtspunkte und Grundideen erreichen, von denen aus das Gravitationsproblem aufgefasst worden ist. Und diese Absicht ist im Ganzen genommen recht gut gelungen, was umsomehr zu schätzen ist, wenn man die grossen Schwierigkeiten erwägt, welche dem Verf. in Bezug auf die Beschaffung der literarischen Hilfsmittel entstanden. Es ist allerdings nicht zu leugnen, dass diese Schwierigkeiten den Verf. mitunter bis an die Grenze dessen gebracht haben, was man bei einer historischen Arbeit von der Benutzung der Quellen verlangen muss. Obwohl der Verf. diesen Mangel in aufrichtigster Weise eingesteht, so macht es doch einen eigenthümlichen Eindruck, wenn man sieht, wie nur ein glücklicher Zufall ihm rechtzeitig das wichtigste Material zugeführt hat; und vollständig ist dies nicht immer gelungen. So standen ihm bei der Kritik der von Thomson (und neuerdings von Tolver Preston) wieder aufgenommenen Theorie von Lesage keinerlei Originalquellen zu Gebote, sondern nur die Vorlesungen („Ueber einige neuere Fortschritte der Physik") von Tait und die „Wissenschaftlichen Abhandlungen" (1. Bd.) von Zöllner. Dadurch kommt der Verf. in die Lage, als Quelle für die Vorstellungen von Lesage die deutsche Uebersetzung Zöllners aus der Abhandlung Thomsons zu benutzen, in welcher letzterer die englische Uebersetzung der von Lesage im Lucrèce Newtonien gegebenen Hypothese mittheilt. Somit gelangt er erst aus dritter Hand und durch zwei andere Sprachen zur Kenntniss der Lesageschen Arbeit, deren französischer Urtext in den Nouveaux Mémoires de l'Académie de Berlin von 1782, S. 404—432 (speciell S. 428 und 429) doch wirklich nicht so schwer zu erreichen war. Da nun aber Zöllner die Lesagesche Hypothese nur in Bezug auf die Constitution der schweren Körper („Kastenatome") anführt, über die Constitution der schwermachenden Körperchen (corpuscules gravifiques) aber nur den ersten Satz giebt und die wichtigen folgenden fortlässt, so sieht sich der Verf. gezwungen, mit Bedauern zu gestehen, dass er die Meinung Lesages über die Natur dieser Körperchen nicht habe in Erfahrung bringen können. Gerade die Besprechung der Lesageschen Annahme über die Flugbahnen der gravificirenden Atome hätte aber in dem Buche nicht fehlen sollen.

Den Uebergang zu der eigenen Theorie des Verfassers bildet eine Untersuchung über die Veränderungen, welche das Vorhandensein von grösseren Massen im Aether auf die Wirkung desselben ausüben könne. Er kommt dabei zu dem Resultate, dass bei der Annahme, es gelten für die Aetheratome die Gesetze des elastischen Stosses (was gleichbedeutend ist mit der Voraussetzung, dass für sie das Gesetz von der Erhaltung der Energie bindend sei) eine kinetische Theorie der Gravitation nicht möglich werde. Er sucht

nämlich nachzuweisen, dass in diesem Falle ein einzelnes im Raume vorhandenes Molekül auf die Masse, Zahl und Geschwindigkeit der Atome in irgend einem beliebigen anderen Raumtheile keinen Einfluss habe, und schliesst dann weiter, dass dieses Molekül demnach auf ein anderes Molekül keine Wirkung ausüben könne; ein Schluss, der sich nun weiter auf jede beliebige Massenvertheilung ausdehnen lässt.

Nachdem der Verfasser durch diese Argumentation — durch welche er uns bis jetzt noch nicht zur Genüge hat überzeugen können — das Gesetz von der Erhaltung der Kraft aus der Reihe seiner Principien ausgeschlossen hat, baut er nunmehr seine Theorie ohne dasselbe auf die Annahme, dass für den Stoss der Aetheratome nur die Erhaltung der Schwerpunktsbewegung des Systems, d. h. das Gesetz vom Stoss der unelastischen Körper, Geltung habe. Denn erhält sich die Energie der Bewegung, so müssen, wie das neuerdings mehrfach nachgewiesen worden ist, sich absolut starre Körper ebenso bewegen, als wären sie vollkommen elastisch. Referent ist nun der Ansicht, dass aus erkenntnisstheoretischen Gründen das Gesetz von der Erhaltung der Kraft für die Bewegung der Atome nicht aufgegeben werden darf, weil es zu den Grundprincipien gehört, auf welchen unser physikalisches Erkennen beruht (was natürlich einen empirischen Factor desselben nicht ausschliesst), während der Verf. in demselben einen rein empirischen Satz sieht. Diese principielle Frage hat Referent in seinem oben citirten Buche „Atomistik und Kriticismus“ behandelt und geht daher hier nicht näher darauf ein. Nur muss er nachtragen, dass der Begriff einer constanten Kraft, durch welchen der Begriff der Energie zu Stande kommt, in der kinetischen Atomistik zu ersetzen ist durch die discontinuirliche Wirkung sehr vieler Atome, woraus folgt, dass von Erhaltung der Kraft nur in einem Systeme von Atomen die Rede sein kann. Deshalb kann auch die Betrachtung des Stosses zweier Atome allein kein genügendes Fundament der Theorie abgeben.

Die Prämissen, welche der Verf. bei seiner Berechnung macht, bewirken, dass die centrale Componente der stossenden Atome verloren geht und stets nur die tangentiale übrig bleibt; der Verf. hat damit die, wie es scheint, zur Herstellung einer kinetischen Theorie nothwendige Grundlage, nämlich die Motivirung eines Geschwindigkeitsverlustes der abprallenden Atome gewonnen; allerdings um einen Preis, der uns zu theuer dünkt. Trotz dieser fundamentalen Abweichung erkennen wir jedoch gern die praktische Bedeutung der gesammten Untersuchung an; denn wie auch immer dieser Geschwindigkeitsverlust noch anders motivirt und mit der Constanz der Energie in Uebereinstimmung gebracht werden dürfte, so wird doch die formale Entwickelung der Theorie immer wieder dem vom Verf. eingeschlagenen Wege folgen. Derselbe betrachtet zunächst die Wirkung des Aethers auf ein ruhendes Molekül, ferner

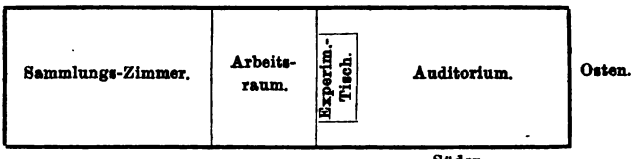
den Einfluss des Moleküls auf das Medium — wobei sich eine Verdichtung des Aethers um das Molekül ergiebt — und den Einfluss des Aethers auf ein bewegtes Molekül. Das 16. und 17. Capitel behandelt die Gravitationswirkung zweier ruhenden, das letzte endlich die zweier bewegten Massen auf einander. Für zwei einzelne Moleküle findet der Verf., dass sich dieselben so bewegen müssen, als zögen sie sich nach dem Newtonschen Gesetze an. Das viel schwierigere Problem, die gegenseitige Einwirkung von Massen auf einander zu discutiren, wird durch eine Reihe von Annäherungen der Lösung entgegengeführt, in Bezug auf welche wir auf das Original verweisen müssen. Das Endergebniss ist, dass die Uebereinstimmung der Theorie mit der Erfahrung plausibel gemacht worden ist. „Zwischen Theorie und Experiment ist nun zwar keine völlige Concordanz, aber auch kein Widerspruch mehr nachweisbar.“ In Erwägung der grossen Schwierigkeiten, welche der Aufstellung einer kinetischen Theorie gegenwärtig noch entgegenstehen, ist dieses Resultat thatsächlich Alles, was man billigerweise von dem Verfasser verlangen darf. Verschiedene Beziehungen zu vorhandenen Betrachtungen oder vorgeschlagenen Experimenten geben weitere Andeutungen zu einer empirischen Prüfung einzelner Theile der Theorie, deren Vornahme dringend gewünscht werden muss. Ein Ausbau der kinetischen Gravitationstheorie, welche zu einer sicheren, numerischen Prüfung zureichend wäre, wird jedenfalls erst ermöglicht werden, wenn zugleich die Optik auf kinetische Grundlage gestellt und unsere Kenntniss über die molekularen Vorgänge eine erweiterte sein wird. Umsomehr ist bis dahin jedes Bestreben anzuerkennen, welches sich darauf richtet, den physikalischen Erscheinungen eine einheitliche Grundlage der Erklärungsweise zu geben, wie sie nur durch die kinetischen Theorieen, als die allein auf Anschauung zurückgehenden, geleistet werden kann. Gewiss werden die Formeln der kinetischen Theorieen durch viel einfachere ersetzt und ganz andere Methoden eingeführt werden müssen, um die complicirten mechanischen Vorgänge mathematisch darzustellen; aber immer bleibt es die Aufgabe, nachzuweisen, dass im letzten Grunde der Stoss der Atome das Treibende ist. Zur Lösung dieser grossen Aufgabe, auf welche die neuere theoretische Physik von vielen Seiten her hinarbeitet, hat der Verf. entschieden einen werthvollen und trefflichen Beitrag geliefert, der uns wünschen lässt, dass den weiteren Arbeiten desselben auf diesem Gebiete ein gedeihlicher Fortgang beschieden sein möge.

Gotha. Dr. K. Lasswitz.

WEINHOLD, Dr. AD. (Professor an der königl. höheren Gewerbeschule zu Chemnitz), **Physikalische Demonstrationen, Anleitung zum Experimentiren im Unterricht an Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen. Mit 4 lithogr. Tafeln und 500 Holzschnitten im Text. 1. Lief. S. 1—160. Leipzig, Quandt & Händel. 1880—1881. Preis 6 ℳ.**

Das von uns bereits XI, 505 signalisirte Werk liegt nun in seiner 1. Lieferung vor. Sie bietet in drei Abschnitten den Anfang eines Lehrmittels, das alle Lehrer der Physik mit Freuden begrüssen werden. Weit über die vorhandenen Hülfsmittel dieser Art (Frick, Crüger, Heussi, Netoliczka) und auch über sein eigenes Buch, die Schule der Physik*), hinausgehend, bietet der Verfasser ein nach Umfang und Gründlichkeit des behandelten Gegenstandes höchst beachtenswerthes neues Werk.

Der I. Abschnitt (S. 1—44) behandelt in einer Art Einleitung die „Einrichtung des Locales" und die „Apparate zum mehrseitigen Gebrauch". Hier wird zuvörderst die „Nothwendigkeit besonderer Räume für Physik" erörtert. Das physikalische Cabinet soll ein Oblong sein mit Auditorium und Sammlung, diese westlich, jenes östlich (s. Skizze), aber zugleich an der Südfront gelegen**), so dass die Schüler das Licht zur Linken haben. Zwischen beiden sei der Arbeitsraum. Das Ganze sei wo möglich in der obersten Etage. Besprochen werden nacheinander der Wasserabfluss, die Abzugs-Esse, das Sammlungszimmer (Schränke, Numerirung der Plätze für die Apparate), die Ausstattung des Arbeitszimmers



(Werkzeuge im Schrank, Arbeitstisch, Glasblasetisch etc.). Bezüglich des Auditoriums ist sehr eingehend besprochen: die Art der Zimmerverdunkelung, dann die Gasbeleuchtung, Wasserleitung, der Experimentirtisch, Abzugsrohr und Wasserleitung am Tische (sehr ausführlich), Wärmevorrichtung für elektrische Versuche, galvanische Leitung, Bunsensche und Arzbergersche Wasserluftpumpe nebst Teller, Pulsirpumpen, hydraulisches Gebläse, Scala für Reflexgalvanometer, Befestigungsapparate (Deckenhaken über dem Experimentirtische, Stative, Gestelle, Halter), Gasbrenner, Kühlerhalter (auch zur Befestigung von Fernrohren), Schraubzwingen, Differentialflaschenzug, Stellbrett, Maassstab (Reissschiene mit Centimetertheilung), Hohl-

*) Angezeigt in d. Z. III., 294.
**) Im Buche ist die Zeichnung antigeographisch.

maasse, Wage, Gefässe für Wasser, Glaskasten für den Abzug von Gasen, Dampfkesselchen, Projectionsapparat (Scioptikon).

Der zweite Abschnitt (S. 45—56) giebt eine „Einleitung in die Physik". Hier wird abgehandelt, was man noch häufig unter der Firma: „Allgemeine Eigenschaften der Körper" in den physikalischen Lehrbüchern vorfindet: Begriff der Physik (Unterschied von der Chemie durch Versuche erläutert), Ausdehnung (Messen, Nonius oder Vernier), Raumerfüllung (Undurchdringlichkeit), Theilbarkeit (Fuchsin), Zusammendrückbarkeit und Ausdehnbarkeit, Porosität, Schwere, absolutes und specifisches Gewicht (Pyknometer), Aggregatzustände, Apparate für Gase.

Der dritte Abschnitt (S. 57—160) behandelt „Gleichgewicht und Bewegung". A. Allgemeine Mechanik (S. 57—68), Beharrungsgesetz (Trägheit), Kreisel im luftleeren Raume, Widerstand eines ruhenden Körpers gegen die Annahme der Bewegung, Zeit zur Aenderung des Bewegungszustandes, Kraft, Masse und Beschleunigung, Fallgesetze, Wegeparallelogramm, Wurfmaschine, Kräfteparallelogramm (dazu Doppelhaken mit Schnurschleife). — B. Gleichgewicht, Bewegung und Molekularverhältnisse starrer Körper (S. 68—108). Schiefe Ebene, einfache Maschinen, Hebel (Winkelhebel), Rolle, Flaschenzug. Wellrad, Keil, Schraube, Schwerpunkt, Stabilität, Wagen (Wagbalkenmodell), Centrifugalkraft, Schwungmaschine, Centrifugalbahn, Trägheitsmoment, freie Achsen. Präcession. Mathematisches, materielles, Reversions-Pendel. Foucault's Pendelversuch. Stoss (elastischer und unelastischer), Reibung, Elasticität, El.-Grenze, El.-Modul, Adhäsion. — C. Gleichgewicht, Bewegung und Molekularverhältnisse tropfbarer Körper (Hydrostatik und Hydrodynamik). Freie Oberfläche der tropfbarflüssigen Körper, Druckfortpflanzung, Druckzunahme nach unten, Bodendruck (modificirter Pascalscher Apparat), Auftrieb, hydraulischer Blasebalg, communicirende Röhren, archimedisches Princip, Schwimmen, Gewicht der verdrängten Flüssigkeit, Schwimmen in verschiedenen schweren Flüssigkeiten, Gewichts- und Scalen-Aräometer, Schwimmen in zwei Flüssigkeiten, Ausfluss aus Oeffnung in dünner Wand, Vergrösserung der Ausflusswege durch Ansatzröhren, Unabhängigkeit der Ausflussgeschwindigkeit vom specifischen Gewicht, Reaction (Rückstoss) beim Ausfluss des Wassers, Druckveränderung in Röhren, hydraulischer Widder (Stossheber). Zusammendrückbarkeit und Cohäsion tropfbarer Körper, Adhäsion tropfbarer an starren Körpern, Benetzung und Nichtbenetzung, Flüssigkeitshäutcheu (Terquems Seifenlösung), Oberflächenspannung, Capillarerscheinungen, Löslichkeit, Mischbarkeit, Contraction, Diffusion, Endosmose, Dialyse. — D. Gleichgewicht, Bewegung und Molekularverhältnisse der Gase (Aërostatik und Aërodynamik S. 137—160*). Druck-

*) Mit S. 160 bricht die erste Lieferung ab.

fortpflanzung, Gewicht der Luft, Gewichtsverlust in Luft, Luftballon, Messung des Gasdrucks (Manometer), Barometer, Federbarometer (Aneroid), Boyle'sches und Mariotte'sches Gesetz, Druckdifferenz verschieden schwerer Gase, Nichtausfliessen eines umgekehrten Gefässes, Verkehrtschwimmer, Sturz- und Mariotte'sche Flasche, die verschiedenen Heber, Heronsball, Heronsbrunnen, intermittirender Brunnen, Cartesianischer Taucher, Tiefenmesser, Aspiratoren, Aeolus, ununterbrochener Heber, Bunsenpumpe, Wassergebläse, Saug- und Druckpumpen, Kolbenluftpumpe.

Angehängt sind dieser Lieferung drei Tafeln: Tafel I—II Details zur Fensterverdunkelung (S. 8—9) und Tafel III zum Experimentirtisch (S. 19).

Dies der reiche Inhalt der ersten Lieferung. Ueber die Ausführung im Einzelnen behalten wir uns vor, nach dem Erscheinen der anderen (2) Lieferungen Einiges zu sagen. So viel dürfte feststehen, dass den Lehrern der Physik für die experimentale Seite ihres Unterrichts formell und materiell eine reiche Fundgrube hierin geboten wird.

H.

Schellen, Dr. H. (Director d. Realschule I. O. zu Köln), Die Schule der Elementar-Mechanik und Maschinenlehre für den Selbstunterricht angehender Techniker, Mechaniker, Industrieller, Landwirthe, Bergmänner, Architekten, Bauhandwerker, Werkführer, Mühlen- und Fabrikbesitzer, sowie für Gewerbe- und Realschulen (z Th. nach Delaunay's Cours élémentaire de Mécanique). In 2 Theilen. 4. umgearb. und verm. Aufl. Braunschweig, Vieweg. 1879. I. Th. 499 S. II. Th. 589 S. Pr. 9 ℳ.

Ein wohlbekanntes und wie die neuen Auflagen beweisen, wohl auch vielbenutztes Buch, das nur einer einfachen kurzen Anzeige bedürfte, wenn es in dieser Zeitschrift schon besprochen wäre. Es ist bestimmt für Solche, deren Beruf Verständniss der elementaren Mechanik erfordert, ohne dass es grössere mathematische Vorkenntnisse, als etwa die einer Mittelschule (im preuss. Sinne) oder einer höheren Knabenschule erforderte. Freilich muss darin der Vollständigkeit halber vieles vorkommen, was schon im mechanischen Theile einer elementaren Physik (Krist, Pisko, Walber, Sattler, Crüger u. A.) geboten wird. Es dürfte daher dieses Buch besonders jungen Leuten, welche keine höhere Schule durchgemacht, aber doch elementar-mathematische und physikalische Kenntnisse von dem oben bezeichneten Umfange sich verschafft haben, nicht nur ein passender Leitfaden bei ihren Studien sein, sondern auch jenen eine treffliche Repetitionslectüre bieten, welche diese Stufe überschritten haben und in den der Praxis gewidmeten Partieen ihr Wissen vervollständigen wollen. Auch Gebildete, die in Physik und Mechanik sonst Laien sind, wie z. B. Journalisten oder Schriftsteller, die über Alles und noch einiges

andere zu schreiben gewohnt und auch manchmal genöthigt sind, ferner Juristen, Verwaltungsbeamte, Geistliche könnten in diesem Buche Belehrung suchen, überhaupt alle diejenigen, welche schaudernd in die tiefe Kluft zwischen ihrem Gymnasialwissen und dem praktischen Leben zu schauen genöthigt sind, jener Kluft die auszufüllen Ueberbürdung oder mittelalterliche Bräuche des Studententhums nicht auszufüllen erlaubten. Es wäre darum Gymnasialbibliotheken besonders solcher Gymnasien zu empfehlen, in denen der physikalische Unterricht erst (wie meist in Preussen) in II^a beginnt, damit die aus III^a und II^b ins praktische Leben Uebertretenden eine Quelle für das Wissenswürdigste aus der Mechanik haben. Auch der Seminar- und Volksschullehrer wird zur Belebung seines physikalischen Unterrichts das Buch mit Nutzen lesen.

Einzelne Partieen sind mit besonderem Fleisse bearbeitet, wie z. B. das Capitel von den Dampfmaschinen; dagegen ist der aërostatische und aërodynamische Theil knapp gehalten, so z. B. fehlt die nicht mehr zu ignorirende pneumatische Post, und auch die Luftschiffahrt dürfte einer ausführlicheren Bearbeitung werth sein. Bei den Gebläsen wäre die Angabe eines einfachen für manche physikalische Versuche recht nöthigen Regulators wünschenswerth, mittels dessen man einen gleichmässigen Luftdruck oder Luftab- und Luftzufluss hervorbringen kann, und dadurch, z. B. bei der Sirene den Ton leicht auf constanter Höhe erhält. Das sind ein Paar kleine Wünsche, die der Hr. Verf. vielleicht bei einer neuen Auflage berücksichtigen könnte. Das von der Verlagsbuchhandlung elegant ausgestattete Werkchen sei der Beachtung der Fachgenossen aufs Neue warm empfohlen. H.

Merling, A. (kaiserl. Provinzial-Telegraphendirector etc.), Die Telegraphentechnik der Praxis im ganzen Umfange. Mit vier Karten, zwei lithographirten Tafeln und 530 Holzschnitten im Texte. Hannover, C. Meyer. 1879. Preis 20 *M.*

Obschon es nicht Sache unserer Zeitschrift ist, Werke über Technik zu besprechen, so dürfen wir doch unsere Fachgenossen auf obiges Werk aufmerksam machen, das sie als Physiklehrer entweder beim Capitel der Elektricität verwerthen, oder abgehenden Schülern, die sich dem Telegraphenfache widmen wollen, empfehlen könnten. Das umfangreiche, mit einem genauen Inhaltsverzeichnisse und einem alphabetischen Register versehene Buch von 764 Seiten mit 530 Holzschnitten, behandelt hinter einer Einleitung in drei Abschnitten I. die Triebkraft (S. 18—233), dann II. die Telegraphenlinien und Telegraphenleitungen (S. 247—479) und endlich III. die Telegraphenapparate (S. 501—746). Zugleich hat der Lehrer der Physik hier ein Beispiel von der hohen Ausbildung mancher Zweige der Technik.

Im Anfange des Werkes findet der Leser eine ausführliche Beschreibung der galvanischen Elektricitätserregungs-Apparate (galvan. Säulen) mit genauer Angabe der Constanten und mit erläuternden guten Abbildungen der Apparate, sowie schematischen Zeichnungen, wie denn überhaupt die Graphik im ganzen Buche ausgiebige Verwendung findet. Auch muss man der Klarheit der Darstellung ungeschmälertes Lob zollen. Ueber einige (angebliche) Mängel des Buches lese man die Recension von Tobler in Schlömilchs Zeitschrift für Mathematik und Physik (XXV. Jahrgang, 1. Heft). Wir bemerken nur noch, dass zum Verständniss des Werkes nur niedere Mathematik beansprucht wird, und da auch die sprachliche Darstellung klar ist, so dürfte das Werk, das in erster Linie für die Vorträge am Hannoverschen Polytechnikum bestimmt war, auch für das Selbststudium zu empfehlen sein. H.

Walentin, G. J. D. (Gymnasialprofessor in Wien), Lehrbuch der Physik für die oberen Klassen der Mittelschulen und verwandter Lehranstalten. Zweite veränderte Auflage. Wien, Pichler. 1880. XVI und 349 Octavseiten, 216 Xylographien und eine Spectraltafel in Farbendruck. ℳ 3,40.

Die Abfassung eines Lehrbuches der Physik für Gymnasial- und Realschulen und ähnliche Lehranstalten ist heutzutage mit grossen Schwierigkeiten verbunden. Was soll ein solches Buch nicht Alles leisten? Es soll die Hauptlehren der Physik in bester Auswahl und trefflichster Ordnung bringen; es soll die wichtigen physikalischen Begriffe, auf Grund der Anschauung, scharf und leichtfasslich ableiten und dieselben in streng logischer Reihe folgen lassen; es soll die Naturgesetze durch Induction, und in den oberen Classen auch durch elementar-mathematische Deduction, aufsuchen lehren; es soll endlich zur Erklärung der Naturerscheinungen und Naturgesetze anleiten. Dabei verlangt man ferner, dass die wesentlichsten Versuche nicht fehlen dürfen; man will überdies, hie und da, dass auch die Fundamentallehren der Chemie und die Grundlehren der Astronomie, sowie der mathematischen Geographie im Buche aufgenommen seien; jedenfalls fordert man, dass die Hauptanwendung der Physik im praktischen Leben wenigstens principiell berücksichtigt erscheine; man verlangt zudem, das Buch soll in einer klaren, wissenschaftlichen Sprache geschrieben, und es soll auch äusserlich compendiös und wenig voluminös sein und dergleichen mehr. Wir haben hiermit noch keineswegs alle an ein solches Buch gestellten Forderungen, die sich zum Theil auch widersprechen, erschöpft; wir haben im Gegentheil nur die schwierige Aufgabe, welche die Abfassung eines solchen Buches verbirgt, andeuten wollen. Man wird dann leicht verstehen, wie es komme, dass der Eine irgend ein solches Buch preist, während der Andere es verwirft. Da nämlich all die vielen

Forderungen kaum in einem und demselben Buche erfüllt erscheinen, weil sie kaum zugleich erfüllbar sind, so findet, je nach dem Standpunkte des Beurtheilers, der Eine gut, was der Andere tadelt.

Bezüglich des vorliegenden Werkes dürften alle gerecht und billig denkenden Fachmänner einig sein, dass es zu den besten Büchern dieser Art gehöre. Da in den unteren Classen der österreichischen Mittelschulen bereits die Anfangsgründe der Naturlehre, auf Grund der Anschauung bei den entsprechenden Versuchen, beigebracht werden, so konnte sich der Verfasser dieses für die oberen Classen der Mittelschulen bestimmten Lehrbuches der Physik in experimentaler Beziehung etwas kürzer fassen, und den Raum mehr für die mathematisch-deductive Seite in Anspruch nehmen. Es ist damit keineswegs gesagt, dass die experimentelle Seite vernachlässigt worden wäre, sondern nur, dass sie, im richtigen Verhältnisse, etwas zurücktritt.

Der Herr Verfasser geht in der Mechanik, übereinstimmend mit der modernen Anschauung, von der Bewegung aus; er schaltet die statischen Verhältnisse und die einfachen Maschinen am rechten Orte ein, und geht dann zum Pendel über; es folgen die krummlinigen Bewegungen, die Planetenbewegung, der Stoss der Körper und die Bewegungshindernisse. Hieran schliesst sich die Mechanik der tropfbaren und gasförmigen Körper. Nun folgen Akustik, Optik, Wärmelehre, Magnetismus und Elektricität. Im Anhang sind die Grundlehren der astronomischen Geographie compendiös behandelt; in der Einleitung ist ein kurz und gut orientirendes Capitel mit den Grundlehren der Chemie enthalten.

Die Art, wie der Verfasser die vorgenannten Disciplinen, sowohl experimental als mathematisch, begründet, sagt dem Geschmacke des Berichterstatters völlig zu; die mathematischen Beweise sind alle möglichst streng, recht einfach und daher leicht verständlich. Wenn es etwa an Zeit oder mittlerer Begabung in einer Classe fehlen sollte, so ist es auch leicht, einige mathematische Ableitungen wegzulassen, ohne dass der Lehrgang nach diesem Buche beirrt wird.

Für die nächste Auflage würde Referent vorschlagen, den Begriff der Beweglichkeit (S. 4, § 4) anders zu fassen und jedenfalls so einfach, dass die scheinbare Ausnahme bezüglich der organisirten Körper entfalle; denn in letzter Instanz kommt jeder Materie, der organisirten wie nicht organisirten, Beweglichkeit zu. Bezüglich der Lichtwirkung des Voltastromes (S. 302, § 21) möchte Referent vorschlagen, der Wahrheit gemäss, den Vorgang ausdrücklich so darzustellen, dass ersichtlich wird, dass in der Regel sowohl der Schliessungs- als Oeffnungsfunke nur im glühenden Verdampfen des Metalles der sich unmittelbar berührenden Drahtenden besteht; es wäre dabei hervorzuheben, dass ein überspringender elektrischer Entladungsfunke nur bei ausserordentlich starken Batterien (etwa bei 1000 Elementen) in einem äusserst geringen Abstande beider Pole

auftritt (Wiedemann, Galvanismus, Capitel: „Funken und Lichtbogen"). Es empfiehlt sich bei diesem Paragraph, zuerst vom Unterbrechungsfunken auszugehen und dann zu zeigen, dass auch der Schliessungsfunke in solcher Weise entsteht. Der Verfasser giebt wohl richtig an, dass die Farbe des Funkens vom Verbrennen der Elektroden herrührt, aber der Ref. wünscht, dass hier das Nähere des Verbrennungsvorganges (des sogenannten Funkens) kurz erörtert werde. Und dies umsomehr, als sonst die Schüler geneigt wären, den galvanischen Funken für einen überspringenden zu halten, was keineswegs der Fall ist.

Auf dieser Stufe des Unterrichts würde sich auch empfehlen, die Lehre von der Elektrolyse nicht mit der Wasserzersetzung, sondern mit der Zerlegung eines geschmolzenen Haloidsalzes zu beginnen, dann auf concentrirte Lösungen binärer Verbindungen überzugehen, wobei sich zeigt, dass der elektrische Strom nur die gelösten Stoffe, aber nicht das Wasser zerlegt. So vorbereitet, kann dann die Wasserzerlegung, der neueren Anschauung gemäss, als Zerlegung der Schwefelsäure (H_2SO_4) erklärt werden, wobei H_2 an der Kathode und SO_4 an der Anode erscheint. An letzterem zersetzt aber SO_4 das Wasser H_2O nach der Formel $SO_4 + H_2O = H_2SO_4 + O$, wobei O an der Anode frei wird. Dem Scheine nach tritt freilich eine Wasserzerlegung auf; aber es sind in den diesbezüglichen neueren Originalarbeiten schlagende Gründe angeführt, dass der Zerlegungsprocess sich in Wirklichkeit wie oben angeführt verhalten dürfte. Auf den unteren Stufen des Unterrichts kann man, der Einfachheit wegen, ähnlich wie beim ersten Unterrichte in der Astronomie, beim Scheine verbleiben; auf der oberen Stufe des Unterrichts jedoch sollte, nach Ansicht des Referenten, mit der vollen Wahrheit umsomehr herausgerückt werden, als erstens die vorgeschlagene Darstellung hier keinerlei Schwierigkeiten bietet und weil zweitens dadurch die elektrolytische Zerlegung der sogenannten binären Verbindungen eine gemeinsame Grundlage erhält. Ueberdies wird dadurch die Einheitlichkeit mit dem Fortschritte der Chemie gewahrt und der Process bei der Galvanoplastik sogleich verständlich.

Die hier gewünschten Verbesserungen sind der Erwägung des Hrn. Verf. anheimgestellt; jedenfalls kann Referent das in Rede stehende Buch für die oberen Classen der Mittelschulen bestens empfehlen.

Wien. P.

Desselben Verfassers **Grundzüge der Naturlehre für die unteren Classen** der Gymnasien, Realschulen und verwandten Anstalten. Wien, A. Pichler. 1880. Ausgabe für **Realschulen**. Mit 228 Holzschnitten. X und 215 Grossoctavseiten. Preis *M.* 2,40.

Bei der Anzeige des vorliegenden Werkchens können wir uns kurz fassen. Der Herr Verfasser hat eine recht gute Auswahl des Stoffes getroffen und denselben ebenso gut, nach der inductiven Me-

thode, behandelt. Die hier vorliegende Ausgabe für Realschulen unterscheidet sich von der Ausgabe für Gymnasien dadurch, dass die Grundlehren der mathematischen Geographie und Astronomie, welche in der letzteren Ausgabe aufgenommen sind, in der ersteren fehlen, weil der Lehrplan für die österreichischen Realschulen jene astronomischen Grundlehren nicht der Physik zutheilt. Der Hauptplan des Buches ist aus der folgenden Anführung der Stoffreihe ersichtlich: Die Einleitung, welche die allgemeinen Eigenschaften der Körper, die Schwerkraft, die Molekularkräfte und die ersten Lehren der Chemie behandelt. Es folgen dann die Wärmelehre, Mechanik, Akustik, Optik, die Lehre vom Magnetismus und die Elektricität. Das Beibringen des Stoffes erfolgt in einer leichtfasslichen und einfachen Weise so, dass wir das Buch bestens für jene Schulen empfehlen können, welche das Buch vorzüglich ins Auge gefasst hat.

Wien. P.

Fischer, Dr. F., Leitfaden der Chemie und Mineralogie. Zweite verm. und verb. Auflage mit 224 Textfiguren. Hannover, Hahn. 1880. Preis ?

Dieses Buch wurde bereits IV, 158 von Prof. Bödecker-Göttingen sehr rühmend besprochen. Da aber die genannte Recension dort nicht auf das Einzelne einging, so scheint es uns angemessen, dies hier so weit zu thun, dass die Herren Fachgenossen, welche das Buch noch nicht kennen, eine Ansicht über dasselbe sich bilden können. Hier liegt es in zweiter vermehrter und verbesserter Auflage vor. In der Vorrede giebt Verf. — und das ist bei Beurtheilung jedes Buches wichtig — die Bestimmung desselben an. Es soll nicht den mündlichen Vortrag ersetzen, auch nicht dem Selbststudium dienen, wohl aber dem Schüler die Repetition erleichtern (also beim Unterricht als Leitfaden dienen). Apparate und Versuche sind deshalb nur kurz beschrieben, minder Wichtiges ist nur angedeutet oder ganz fortgelassen. Der Studierende oder der Lehramtscandidat findet ja für seine Uebungen in Arendts*) und Heumanns**) bekannten Büchern ausgezeichnete Hülfsmittel.

Das Buch zerfällt in drei grosse Abtheilungen: I. Anorganische Chemie (S. 1—121), II. Mineralogie mit Geognosie (Petrographie) und Geologie (S. 122—202) und III. Organische Chemie (S. 203—230). Aus den angegebenen Seitenzahlen erkennt man schon, dass der anorganischen Chemie der grösste Raum zugewendet worden ist.

Gleich hinter der vorbereitenden Einleitung ist die Lehre von der Verbrennung (S. 8—12) ausführlich behandelt, „um anzudeuten, wie der Chemiker durch logische Operationen von der sinnlichen

*) Recens. IX, 314 u. f.
**) Recens. IX, 52 u. XI, 228.

Wahrnehmung zur Aufstellung eines Naturgesetzes gelangt". Die Definition des Begriffs „Verbrennung" im gewöhnlichen Leben, als „Vereinigung des brennbaren Körpers mit dem Sauerstoff der Luft unter Licht- und Wärme-Entwickelung" wird erweitert in: „jede unter Licht- und Wärme-Entwickelung vor sich gehende Vereinigung zweier Körper". Dem folgen nach einander der Reihe nach das Normalelement Wasserstoff (*H* = 1), die Gruppen des Chlors (*Cl, Br, J, Fl*), die Gruppe des Sauerstoffs (*O, S*), wobei die Begriffe „Atom" und „Molekül" erklärt werden. Hinter der kleinen Gruppe des Bors (*B* = 11) folgt nun die grössere Stickstoffsgruppe (*N, P, As, Sb, Bi*) und hier ist ein neuer in der ersten Auflage fehlender Abschnitt über „Elemente und Verbindungen" eingeschaltet, worin Isomorphismus, specifische Wärme, Werthigkeit, Säuren, Basen, Salze erklärt werden; dann folgt die Kohlenstoffgruppe (*C, Si, Sn*) mit einem § über den „Verbrennungsprocess" wobei die Brennmaterialien und ihre Heizkraft eingehender besprochen werden. Dieser Abschnitt hängt genau mit dem über „Verbrennung" (§ 11 u. f.) zusammen.

Die kleine Wolframgruppe (*Wo* und *Mo*), welche für den Schulunterricht wohl wenig Bedeutung haben dürfte, ist fast nur erwähnt. Dann folgen der Reihe nach

die Gruppen des Natriums (*Na, K, Ag, Am*), wo auch die Maassanalyse abgehandelt wird,
" " " Calciums (*Ca, Sr, Ba, Pb*),
" " " Magnesiums (*Mg, Zn, Ca*),
" " " Kupfers (*Cu, Hg*),
" " " Goldes (*Au*) und Platins (*Pt*),
" " " Eisens (*Fe, Co, Ni, Mn, Cr, Al*), wobei Glas- und Thonwaaren besprochen werden.

Uebrigens ist, der wissenschaftlichen Richtung des Herrn Verfassers gemäss, auch die chemische Technologie hinreichend berücksichtigt. In einem Anhange folgen analytische Tabellen und stöchiometrische Aufgaben, deren Lösungen den Herren Fachlehrern auf directes Verlangen vom Verfasser zur Verfügung gestellt werden. Hinsichtlich der wissenschaftlichen Behandlung sagt der Verf. in der Vorrede: „Dem ganzen Werke sind die neuen Ansichten der Wissenschaft zu Grunde gelegt. Der Vorwurf, dass die neuere Theorie für den Schüler zu schwer sei, trifft nicht zu. Offenbar bietet die heutige Chemie einen weit reicheren Stoff zur Geistesbildung und entspricht somit dem Zwecke des Unterrichts besser als die alte, welche mehr das Gedächtniss in Anspruch nimmt. Wenn die neuen Anschauungen auch dem geistig schwächeren Schüler anfangs Schwierigkeiten machen, so werden sie doch besser behalten, als die früheren Ansichten. Die Mehrzahl der Schüler aber folgt dem Unterrichte mit grösserer Theilnahme, weil die den einzelnen

Erscheinungen zu Grunde liegenden Gesetzmässigkeiten befriedigender erklärt werden, als es die alte Chemie vermag." Die Majorität der Lehrer der Chemie dürfte hiermit sicher einverstanden sein.

Dürfen wir nun zum chemischen Theile des Buches uns noch eine Bemerkung erlauben, so wollen wir einem Gedanken Ausdruck geben, der uns bei der Lectüre dieses Theiles gekommen ist. Ein bedeutender Didaktiker auf chemischem Gebiete, Arendt, hat bekanntlich einen andern methodischen Gang gezeigt. Unser Verfasser aber hat die alte gangbare Methode angewendet. Hier finden wir Gruppirung der Erscheinungen und Gesetze um die einzelnen Elemente und ihre Verbindungen, dort gleichartige Erscheinungen aus verschiedenen Elementengruppen nach Gesichtspunkten zusammengefasst, scheinbar ein rationellerer Gang. Hier sind die einzelnen Elemente und ihre Gruppen die Wegweiser und Meilenzeiger; dort sind es die gleichartigen Erscheinungen, welche aus den einzelnen Elementengruppen gleichsam herausgeschält sind. Welcher Weg ist nun für den Eingang in die Chemie der bessere? Ob doch nicht vielleicht die einzelnen Elemente und ihre Gruppen für den Anfänger bessere Erinnerungssäulen sind, als die „rationellen Gesichtspunkte", welche schon vorgeschrittenere Lernende voraussetzen — diese noch offene Frage zu beantworten, möchte ich den chemischen Didaktikern von Profession überlassen.

Der II. Abschnitt (S. 122—202) behandelt, im engen Anschluss an die vorausgehende anorganische Chemie, die Mineralogie, natürlich, wie sich von selbst versteht, in Verbindung mit Geognosie (hier Petrographie genannt) und Geologie. Dies scheint uns didaktisch der richtige Platz für diesen Lehrgegenstand zu sein, da er durch die unmittelbar vorangegangene anorganische Chemie vorbereitet ist. Auf die Krystallographie (nach Naumann) folgt eine Uebersicht des Mineralreichs mit ausgewählten Beispielen und durch Bilder unterstützt. Die Eintheilung und Gruppirung der Mineralien folgt chemischen Gesichtspunkten: Elemente, Chloride, Fluoride, Oxyde, Sulfide, Sulfate, Borate, Nitrate, Phosphate, Carbonate, Silicate. Auch dies scheint uns sehr richtig zu sein; denn beim Mineral ist der Stoff die Hauptsache, Form und physikalische Eigenschaften stehen in zweiter Linie. Sodann folgen recht praktische analytische Tafeln zur Bestimmung der Mineralien, wobei von der Prüfung auf nassem und trockenem Wege ausgiebiger Gebrauch gemacht wird. Von der Petrographie und Geologie ist nur das Nothwendigste mitgetheilt (S. 172 —202).

Der III. Abschnitt (S. 203 — 230), welcher das Werk beschliesst, enthält in gedrängter Darstellung die organische Chemie, die sich an die Geologie resp. Paläontologie passend anschliesst und naturgemäss in Mineralien-, Pflanzen- und Thierchemie zerfällt. Hier findet ebenfalls die Technik Berücksichtigung (Zucker-, Spiritus-, Bier-, Wein-, Essig-Fabrikation). — Ein alphabetisches Register erleichtert den

Gebrauch des Buches, das auch in seiner äussern Ausstattung (Papier, Druck, Abbildungen) einen angenehmen Eindruck macht.

Zugegeben, dass mancher Fachgenosse an dem Werke im Einzelnen noch Manches — und zwar vielleicht mit Recht — auszusetzen hätte, so soll doch der Kritiker nicht am Einzelnen kleben, sondern soll die Anlage des Ganzen im Auge haben, und so möchten wir denn das Urtheil des Referenten (IV, 159) unterschreiben: „Der vorliegende Leitfaden von Dr. F. befriedigt in höchst anzuerkennender Weise ein Bedürfniss für die meisten Lehrer und Schüler: in sehr geschickter Weise und glücklicher Auswahl ist auf wenigen Bogen eine so reiche Auswahl des Stoffes geboten, dass der Lehrer, je nachdem sich sein Interesse und Verständniss, also auch seine Lehrfähigkeit, mehr der mathematisch-physikalischen, der mineralogisch-geologischen, der rein theoretisch-wissenschaftlichen oder der praktisch-technischen Seite der Chemie zuwenden mag, stets anregenden Stoff in direct verwendbarer Form findet."

Zum Schluss möchten wir noch dieses Buch zweien anderen an die Seite stellen. Dem kritischen Theile unserer Zeitschrift fällt die Aufgabe zu, von Zeit zu Zeit auf die relativ besten Lehrmittel überhaupt und die besten Lehrbücher insbesondere hinzuweisen. Wenn wir nun für das Bereich des naturgeschichtlichen (oder naturbeschreibenden) Unterrichts im Gebiete des Organischen als die besten unter den gegenwärtig existirenden Lehrbüchern für

Botanik: Behrens, Methodisches Lehrbuch der allgemeinen Botanik (Braunschweig, Schwetschke u. S.*) und für

Zoologie: Keller, Grundlehren der Zoologie für den öffentlichen und privaten Unterricht. Leipzig, Winter, 1880

bezeichnen zu sollen glauben, so möchten wir ihnen für den unorganischen Theil der beschreibenden Naturwissenschaften zweifellos das Buch von Fischer anreihen. Diese drei — Keller, Behrens, Fischer — mit denen wohl nur wenige (etwa Leunis-Frank) concurriren können, möchten wir als eine Art an der Spitze marschierendes Elitecorps im Gebiete des naturgeschichtlichen Schulunterrichts bezeichnen. Sollten wir irren, so möge man uns eines Andern belehren. H.

Koch, Dr. Robert (Kreisphysikus in Wollstein), Aetiologie der Wundinfectionskrankheiten**). Mit 5 Tafeln Abbildungen Leipzig. F. C. Vogel. 1878. Preis 5 M.

Die Arbeiten des Verfassers über Bakterien, die zum Theil in Cohns „Beiträgen zur Biologie der Pflanzen" erschienen sind, haben

*) Die Verlagshandlung war leider nicht so coulant, uns ein Exemplar zu überreichen. D. Red.

**) Die späte Besprechung dieses Werkes führt allerdings in das Gebiet der Physiologie. Aber wir sind jetzt der Ansicht, dass der Lehrer der Natur-

bereits so wichtige Aufschlüsse über die Systematik und Entwicklungsgeschichte der gefährlichsten aller Pflanzen, der Schizomyceten, besonders aber über ihre pathogenen Eigenschaften gebracht, dass dieselben bei dem naturhistorischen Unterricht in den oberen Classen kaum mehr unberücksichtigt bleiben dürfen und daher auch in dieser Zeitschrift künftig besprochen werden sollen. Wenn schon seit einigen Jahren durch Cohn, von Recklingshausen, Klebs, Davaine, Bollinger, Obermeier, den Verfasser u. a. die Spaltpilze als Erreger und Verbreiter des Milzbrandes, der Diphtheritis, Pyämie, Septicämie, Erysipelas, des Kindbettfiebers, Hospitalbrandes, der Pocken sowie auch des Scharlachs, der Cholera, Lungenseuche, Rinderpest und anderer ansteckenden Krankheiten erkannt worden sind, so blieben doch in der Naturgeschichte derselben und besonders in der Kenntniss ihrer Wirkungsweise im menschlichen und thierischen Körper viele Lücken. Koch hat zuerst die Entwicklung und Fortpflanzung eines Spaltpilzes im Zusammenhang mit seinen deletären Wirkungen im thierischen Organismus exact wissenschaftlich erforscht und beschrieben und hat nachgewiesen, dass derselbe einzig und allein im Stande ist, beliebig dieselbe Krankheit zu reproduciren — wir meinen den Bacillus anthracis Koch, den Urheber des Milzbrandes (s. Koch, Aetiologie der Milzbrandkrankheit in Cohns Beiträgen zur Biol., Bd. II Heft 2. 1876). Verfasser sagt zum Schluss seiner Untersuchungen: „Die Thatsache, dass 24 Stunden nach der Impfung mit dem kleinsten Tröpfchen Milzbrandblut, vorausgesetzt dass es Bacillen oder deren Sporen enthält, der Tod eintritt und fast sämmtliche Capillaren in den (sofort nach dem Tode in absoluten Alkohol gelegten) Lungen, Nerven, Leber, Milz, Darm, Magen u. s. w. mit einer erstaunlichen Menge Bacillen angefüllt sind, ist doch so einfach, dass sie eigentlich gar keines Commentars weiter bedarf. Wer da noch die Milzbrandbacillen für zufällig, überhaupt gleichgültig, oder nur nebensächlich hält, der muss den Verlust an Blutbestandtheilen, die zum Aufbau dieser unzähligen Bacillen dienten, nicht minder die Abfallsproducte, welche ein so rapider Stoffwechsel, wie derjenige der Milzbrandbacillen nothwendig liefern muss, und schliesslich die durch Verstopfung der Capillaren bedingten Störungen im Blutkreislauf und in der Ernährung wichtiger Organe, alles dies muss er ebenfalls für gleichgültig, nebensächlich halten, um statt dessen ein unbekanntes Krankheitsferment für den Tod des Thieres verantwortlich machen zu können“ etc.

Die pathogenen Bakterien gehören zu den kleinsten bei der

---

wissenschaften an höhern Schulen gerade von dieser Wissenschaft seinem naturwissenschaftlichen Unterricht, wo es nur irgend thunlich, einige Tropfen beimischen soll, damit der gebildete Mann — ganz abgesehen vom zukünftigen Arzte — schon in seinem Schulunterrichte einige der Kenntnisse sich erwerbe, welche für sein leibliches Wohlbefinden so ausserordentlich wichtig sind. D. Red.

heutigen Leistungsfähigkeit unserer Mikroskope eben noch sichtbaren Objecten, deren Aehnlichkeit mit gewissen Zerfallsproducten der Blutkörperchen und mit lebenden thierischen Zellen (den von Ehrlich entdeckten Plasmazellen an der Aussenwand der Gefässe) zu dem zu mancherlei falschen Deutungen des Beobachtenden Veranlassung geben kann; es ist daher ein weiteres unschätzbares Verdienst des Verfassers gewesen, eine Methode aufgefunden zu haben, um möglichst naturgetreue Abbildungen der Krankheits-Bakterien zu erhalten (II. Bd. 3. Heft der erwähnten Zeitschrift). Die kleinsten und gerade die am meisten interessirenden Bakterien lassen sich nur durch Färbung in thierischen Geweben sichtbar machen, und es hat in diesem Falle die photographische Aufnahme mit denselben Schwierigkeiten zu thun, wie bei der Photographie makroskopischer Objecte, die man mit Hülfe gefärbter Collodien beseitigt hat. Der Verfasser hat nun dasselbe Verfahren zum Photographiren gefärbter Bakterien verwendet und es ist ihm gelungen mit Eosincollodium und Abblendung einzelner Theile des Spectrums durch farbige Gläser Photographieen von Bakterien zu erhalten, die mit blauer und rother Anilinfarbe gefärbt waren.

Die wichtigsten Entdeckungen hat jedoch Verf. in dem vorliegenden Werkchen veröffentlicht. Wie eben erwähnt, kann man eine Anzahl pathogener Bakterien nur durch Färbung sichtbar machen. Günstigerweise werden nur Zellkerne, die Körner der Ehrlichschen Zellen und Bakterien durch Anilinfarben (Fuchsin oder Methylviolett) gefärbt und es bleiben die Bakterien allein gefärbt, wenn die Objecte nach der Färbung noch mit einer schwachen Lösung von kohlensaurem Kali behandelt werden. Verfasser giebt zur Anfertigung pathogener schizomycetenhaltiger Präparate die Vorschrift, die Untersuchungsobjecte in Alkohol zu härten, die dann gefertigten mikroskopischen Schnitte in einer starken wässerigen Lösung des Farbstoffes je nach Bedürfniss minuten- bis stundenlang liegen zu lassen und dann schliesslich vor dem Einlegen in Canadabalsam mit kohlensaurem Kali zu behandeln. Aber auch bei dieser Methode konnten bei manchen Krankheiten keine Bakterien entdeckt werden, bei denen Verf. neuerdings gezeigt hat, wie man Unmengen von Bakterien nachweisen kann. Um zu verstehen, woher es kommt, dass kleine Objecte trotz intensiver Färbung in thierischen Geweben schwierig oder nicht zu unterscheiden sind, muss man sich klar machen, dass bei jedem Objecte ein Structurbild und ein Farbenbild zu Stande kommt. Das erstere verdunkelt und verdeckt das letztere. Nun kann das Structurbild durch die Art der Beleuchtung wesentlich verstärkt oder abgeschwächt werden; zu den Kochschen Untersuchungen wurden daher Beleuchtungsvorkehrungen getroffen, die die Diffractionserscheinungen gänzlich verschwinden machten und selbst bei sonst nicht mehr sichtbaren Objecten ein deutliches Farbenbild ergaben. — Koch konnte nach seiner Methode mit derselben Sicher-

heit, wie er es bei den grösseren schon bei 250facher Vergrösserung sichtbaren Milzbrandbacillen gethan, bei sämmtlichen untersuchten Wundinfectionen die dem Verlaufe der Krankheit parallele Entwicklung der Bakterien verfolgen und fand auch hier den Körper der unter ganz bestimmten stets sich wiederholenden Symptomen gestorbenen Thiere von den Bakterien vollgestopft.

Durch zahlreiche nach den ersten Aufsätzen Kochs erschienene Arbeiten sind viele neue Thatsachen zu Tage gefördert, aber auch viele neue Fragen aufgeworfen worden, so besonders durch das epochemachende Werk C. v. Nägeli's: „Die niederen Pilze in ihren Beziehungen zu den Infectionskrankheiten und der Gesundheitspflege. 1877". Die vorliegenden Untersuchungen Kochs geben auf die meisten dieser Fragen eine befriedigende Antwort. Nägeli hatte u. a. seine Bedenken dagegen ausgesprochen, dass die verschiedene Krankheiten erzeugenden Spaltpilzformen auch getrennte Arten darstellen, Koch weist dies nach selbst in Fällen, wo die Spaltpilze morphologisch gleich zu sein scheinen (beim Milzbrand und dem Rückfallstyphus haben sie sehr charakteristische Formen), indem er einmal in der Entwicklung und Gruppirung Unterschiede findet, dann aber bei seinen künstlich hervorgerufenen Infectionskrankheiten durch beliebig viele Generationen hindurch immer nur den anfangs injicirten Pilz und unter den nämlichen Krankheitssymptomen auftreten sieht.

Bezüglich der weiteren hochinteressanten Resultate auf die Schlussfolgerungen des Buches verweisend geben wir nur noch eine Inhaltsübersicht und knüpfen daran die Besprechung einiger künstlich erzeugter Wundinfectionen. Die wichtigsten Capitel des Buches tragen die Ueberschriften: Jetziger Stand der Kenntnisse über die Beziehungen der Mikroorganismen zu den Wundinfectionskrankheiten — Beschreibung der Untersuchungsmethode — Künstliche Wundinfectionskrankheiten (Septicämie bei Mäusen, Gangrän bei Mäusen, progressive Abscessbildung bei Kaninchen, Pyämie, Septicämie und erysipelatöser Process beim Kaninchen) — Milzbrand — Schlussfolgerungen.

Am meisten Wundinfectionsbakterien finden sich in faulenden Stoffen, ohne jedoch mit dem Bacterium termo u. a. Fäulnisserregern identisch zu sein und können von hier aus einer Reincultur unterworfen werden durch gewisse thierische Körper. „Es vermögen in denselben überhaupt nur eine beschränkte Zahl von Bakterien zu vegetiren und das Eindringen derselben ist so erschwert, dass der unverletzte Körper eines Thieres als vollständig isolirt gegen andere Bakterienarten als die absichtlich eingeimpften, betrachtet werden kann. So gelang es dem Verfasser in seinen zahlreichen Versuchen durch Injection oder Einimpfung faulenden Blutes bei der Hausmaus immer nur zwei bestimmte tödtliche Krankheiten hervorzurufen, die Septicämie und die progressive Gewebsnekrose (Gangrän), von denen die erstere durch einen winzigen Bacillus, die zweite durch

kettenförmig angeordnete Mikrokokkenhaufen erzeugt und verpflanzt wurde. Der erstere Pilz brachte nur bei Hausmäusen (und vielleicht einigen anderen Thieren) wieder die Septicämie hervor, während die Feldmaus und das Kaninchen gegen denselben völlig immun waren; der Gangränmikrokokkus brachte dagegen auch bei der Feldmaus die bei der Hausmaus beobachtete progressive Gewebsnekrose hervor, so dass sich die beiden Pilze, die zuweilen bei der letzteren Maus gleichzeitig auftraten und beide Krankheiten erzeugten, durch Uebertragung auf die Feldmaus scheiden liessen. Im Kaninchen kam durch Einimpfung putriden Blutes nur ein anderer mit bestimmter Krankheitsform verbundener Spaltpilz zur Entwicklung.

Zur Erzeugung der Septicämie spritzte Koch der Hausmaus $^1/_{20}$—2 Tropfen faules Blut ein (bei Injection grösserer Quantitäten starben die Thiere, bevor sich die Bakterien verbreiteten, an Vergiftung durch das im faulen Blut nachgewiesene Sepsin). Die Mäuse erkrankten nach ca. 24 Stunden unter ganz charakteristischen, bei allen Versuchen in derselben Weise wiederkehrenden Symptomen und starben 40—60 Stunden nach der Impfung unter zunehmender Mattigkeit eines ruhigen Todes. Es wurden 54 Mäuse inficirt, die alle in derselben Weise erkrankten und starben und deren Körper sich mittelst der neuen Untersuchungsmethoden unter dem Mikroskop vollgestopft zeigte von ganz demselben Bacillus; 17 dieser Impfungen wurden in einer successiven Reihe vorgenommen, die anderen in kürzeren Reihen, so dass immer ca. $^1/_{10}$ Tropfen Blut des erkrankten Thieres dem gesunden injicirt wurde. In einzelnen Fällen trat bei der ersten Impfung noch der Gangränpilz auf, der gleichfalls die progressive Gewebsnekrose von Thier zu Thier übertrug; freilich zuweilen auch zugleich die Septicämie, da sich beide Pilze nicht so scharf isoliren liessen. Letztere wurde jedoch völlig ausgeschlossen bei Impfungen auf Feldmäuse. Nicht weniger interessant ist eine künstliche Infectionskrankheit, die sich häufig nach subcutaner Injection fauligen Blutes oder anderer putrider Flüssigkeiten beim Kaninchen entwickelt. Es tritt hier zunächst an der Injectionstelle eine flache linsenförmige harte Eiterstelle auf, die sich nach mehreren Tagen allseitig ausbreitet, die Thiere magern ab, werden schwach und sterben in 12—15 Tagen. Eine geringe Menge des käsigen Eiters genügte, um diese „progressive Abscessbildung" auf andere Kaninchen zu übertragen. Merkwürdigerweise konnten aber weder im Blute der erkrankten Thiere noch in dem inficirten Eiter Spaltpilze nachgewiesen werden. Derselbe Fall ist beim Menschen mehrfach als Beweis gegen die parasitische Natur derartiger Krankheitsprocesse ausgebeutet worden. Bei gehärteten Querschnitten der Abscesse kam jedoch der Verf. zu dem überraschenden Resultat, dass im Innern allerdings keine Bakterien vorhanden waren, aber die Wandung nach allen Seiten von einer dünnen Schicht zu dichten Zooglöenhaufen verbundener Mikrokokken gebildet wird, den kleinsten

bis jetzt beobachteten pathogenen Mikrokokken (von ca. 0,00015 Millimeter Durchmesser). Diese Zooglöawand fand sich in den Eiterherden sämmtlicher erkrankter und gestorbener Kaninchen. Nach den weiteren Erörterungen des Verf. geht der körnig-käsige Inhalt des Abscesses aus den Mikrokokken hervor und besteht aus deren Zerfallsproducten, besonders aber aus ihren — selbst durch die stärkste Vergrösserung nicht mehr sichtbar zu machenden — Dauersporen (dieselben werden ebenso wie die grösseren sichtbaren Bacillusdauersporen von Anilinfarbe nicht gefärbt).

Die Kochschen Versuche sind zum Theil so einfach und evident die rasche Entwicklung und deletäre Wirkung der pathogenen Bakterien beweisend, dass da, wo der einmaligen Anschaffung der nöthigen Instrumente keine Hindernisse in dem Wege stehen, sich ihre Wiederholung im oder wenigstens für den Unterricht empfiehlt. (Recens. hat dieselben zum Theil bereits wiederholt und bestätigt gefunden.)

Es ist auffällig, dass bisher auch da, wo Algen, grössere Pilze und Flechten zum Unterricht herangezogen werden (auch in den methodischen Uebungsbüchern und Leitfäden z. B. von Löw, Vogel-Müllenhoff etc.) die niederen Pilze (Myxomyceten und Spaltpilze) so stiefmütterlich behandelt worden sind. In den oberen Realschulclassen und in den oberen Classen der Gymnasien, die einen facultativen Unterricht in der Botanik, im Mikroskopiren u. s. w. haben, dürften mit grossem Vortheil ein paar Stunden auf diese „Protisten“ zu verwenden sein. Referent liess beispielsweise auf einer besonderen Excursion Myxomyceten in den verschiedensten Entwicklungsstufen einsammeln. Die Entwickelung, Bewegung u. s. w. wurde im Hinweis auf die gefundenen Exemplare an Ort und Stelle besprochen, und konnte ohne Mühe von den Schülern, soweit dies makroskopisch möglich, zu Hause weiter beobachtet werden. In einer mikroskopischen Stunde wurden dann die Plasmodien, Schwärmsporen- und Amöbenbildungen beobachtet. Aehnlich wurden auch Bakterien theils vom Lehrer (Micrococcus prodigiosus), theils von den Schülern cultivirt und in ihrer Beziehung zur Pigmentbildung, der Essigsäuregährung, Buttersäuregährung, Fäulniss u. s. w. (soweit möglich mit Berücksichtigung der chemischen Processe) beobachtet.

Das vorliegende Buch dürfte einen neuen Anstoss zur Behandlung auch dieser einfachsten aus nacktem Plasma bestehenden Organismen im Unterrichte geben. Mögen recht bald die weiteren Arbeiten, die der Verfasser in Aussicht stellt, im Druck erscheinen.

Greiz, Juni 1879.*) Dr. F. LUDWIG.

---

*) Der verspätete Druck dieser Recens. erklärt sich aus unserer Anm. S. 146. D. Red.

Dronke, Dr. Adolf, **Geographische Zeichnungen.** Ein Hilfsmittel für den geographischen Unterricht.*) Bonn 1877. Eduard Webers Verlag (Julius Flittner). Pr. ?

Wer im Jahre 1873 auf der Wiener Weltausstellung die Unterrichtsabtheilung durchstudirte, der fand einen amerikanischen Atlas, Guyots „Map of drawing Charts," in welchem derselbe Grundgedanke zur Ausführung gebracht war, wie ihn die „geographischen Zeichnungen" Dronkes vier Jahre später dem deutschen Schulpublikum bieten. Wir stimmen mit dem Verfasser vollkommen überein darin, dass die zeichnende Methode für den geographischen Unterricht allgemein als vorzüglich anzuerkennen ist; ebenso darin, dass hierzu als Grundlage der Atlas deshalb nicht dienen kann, weil er zu vieles enthält und enthalten muss; dass es aber „sehr mangelt" an geeigneten Hilfsmitteln für den zeichnenden Unterricht, das möchten wir nicht so geradezu behaupten. Allerdings, eine Methode, wie sie der Verfasser mit seinen „geographischen Zeichnungen" einführen will, ist anderwärts noch nicht veröffentlicht worden. Wir sagen: „veröffentlicht", weil wir aus Erfahrung wissen, dass manche Lehrer der Geographie sie bei ihrem Unterrichte schon vor 20 Jahren benützten.

Nach einer Einleitung über das Pensum und die Methode des geographischen Unterrichts in den einzelnen Classen des Gymnasiums oder der Realschule, wobei mit Recht auf die stiefmütterliche Behandlung der Geographie, aber auch auf die pädagogische und didaktische Bedeutung derselben hingewiesen wird, folgen 26 Karten nebst den dazu gehörigen Schlüsseln und dem erläuternden Text. Ein Lehrer der Geographie wird diese Karten mit hohem Interesse und — nicht ohne Nutzen für seinen Unterricht durchgehen; was aber der Schüler damit machen soll, das ist uns nicht ganz klar. Das geometrische Netz, wie wir den „Schlüssel" nennen möchten, ist bei vielen Ländern so complicirt, dass selbst ein Schüler der oberen Classen höchstens eines oder zwei seinem Gedächtniss einprägen kann. Selbst dem Lehrer wird es schwer werden, sich stets zurecht zu finden. Wenn wir das Vorwort des Verfassers richtig verstehen, so sollen die „geographischen Zeichnungen" dazu dienen, dem Schüler das Entwerfen des Kartennetzes zu erleichtern, damit er sich desselben beim Unterricht bedienen kann. Hierfür giebt es aber auch noch andere Hilfsmittel. Wir geben zu, dass die Methode

---

*) Verschiedene Umstände verhinderten, dass dieses Buch früher besprochen wurde. Uebrigens wird dies demselben keinen Eintrag thun, da eine spätere Beurtheilung voraussetzen lässt, der Recensent habe sein abgegebenes Urtheil durch den Gebrauch des Buches hinreichend geläutert und erhärtet. — Ein ähnliches Werk: Wenz, Theorie des Landkartenzeichnens etc., s. von Prof. Dr. Wagner eingehend recensirt in dieser Zeitschrift IV, 156 (wobei auch Steinhausers Buch lobend erwähnt wird).
D. Red.

der „geographischen Zeichnungen“ von dem Verfasser seit Jahren stets mit gutem Erfolg angewendet worden ist; wir bezweifeln aber, dass noch viele andere Lehrer der Geographie mit ihr denselben Erfolg erzielen. Denn wir sind der festen Ueberzeugung, dass in keiner Disciplin die Methode so sehr den Charakter der Individualität trägt, wie in der Geographie.

Würzburg. J. LAMPERT.

WERSHOVEN, Dr. F. J. (Lehrer an der höheren Gewerbeschule in Brieg), The Scientific English Reader. Englisches naturwissenschaftlich-technisches Lesebuch für höhere technische Lehranstalten und zum Selbststudium für Studirende, Lehrer, Techniker, Industrielle mit sprachlichen und sachlichen Erläuterungen. I. Theil: Physik, Chemie und chemische Technologie. Leipzig, Brockhaus. 1881. gr. 8. 162 Seiten mit 9 Holzschnitten.

Dieses Werk hat nach der Vorrede des Verfassers „den Zweck, Studirende und Lehrer der Naturwissenschaften und Technik, sowie in der Praxis stehende Techniker und Industrielle durch verhältnissmässig geringen Aufwand von Zeit und Mühe mit der neueren naturwissenschaftlich-technischen Sprache und Literatur Englands so weit vertraut zu machen, dass sie im Stande sind, durch das Studium der in der fremden Sprache abgefassten Werke und Zeitschriften die Fortschritte und Leistungen des Auslandes in ihrem Fache zu verfolgen und zu prüfen“.

Wir zweifeln nicht, dass ein solches Unternehmen zeitgemäss sei, um so mehr, da gerade die Engländer auf dem Gebiete der Mathematik und Naturwissenschaften gegenwärtig eine weit wichtigere Rolle spielen, als die Franzosen. Zudem sind die Aufsätze den Werken bedeutender Autoren entnommen: Maxwell, Lockyer, Roscoe, Wilson, Atkinson, Jenkin, Wagner-Crookes, Bloxam, Smiles, Philips, Rankine, Vose, Barry, Shelley, Thurston u. A., den Encyklopädien von Ure, Chambers, Spon (Dictionary of Engineering), Knight (American Mechanical Dictionary) und den Zeitschriften Engineering, The Engineer, Iron, The Scientific American, The Artizan, The Journal of Science, The Nineteenth Century, Proceedings of the Royal Society. Der vorliegende erste Band (mit Appendix 162 Seiten und 9 Holzschnitten) umfasst Physik, Chemie und chemische Technologie und enthält 41 Artikel nebst einem Appendix (Wörterverzeichniss); ein zweiter soll Maschinentechnik, mechanische Technologie und Bau-Ingenieurwesen behandeln.

Das Studium dieses Werkes wird unterstützt durch des Verfassers in demselben Verlage erschienene Technical Vocabulary, English and German, das uns leider nicht zur Berichterstattung zuging und über das wir also kein Urtheil haben. Wer das vorliegende

Buch durchstudirt hat — was besonders Realschulabiturienten nicht schwer fallen kann —, dem werden mathematisch-naturwissenschaftliche und technische Werke der Engländer keine grosse Mühe verursachen. Es sei daher der Beachtung der Fachgenossen angelegentlich empfohlen. H.

DASSENBACHER, Schematismus der österreichischen Mittelschulen und der Fachschulen gleichen Ranges. 13. Jahrgang. 1880/81.*) Nebst Status des k. k. Unterrichts-Ministeriums, der österreichischen Landesschulräthe, Bezirks-Schulinspectoren, sowie der Lehrer- und Lehrerinnen-Bildungs-Anstalten. Nach amtlichen Quellen zusammengestellt. 12°. Wien, k. k. Hofbuchdruckerei Carl Fromme. Preis 1 fl.

Der vorliegende 13. Jahrgang dieses kleinen Adressbuches wird wieder für alle Mitglieder des Mittelschul-Lehrstandes eine willkommene Erscheinung sein, denn sie finden darin die verlässlichsten Angaben über alle ihre Fachgenossen in Oesterreich. Die Genauigkeit derselben ist durch die vom k. k. österreichischen Unterrichts-Ministerium gestattete Benützung der amtlichen Ausweise und durch die vom böhmischen Landesschulrathe mitgetheilten speciellen Personalausweise Böhmens eine so weitgehende, wie sie sich überhaupt bei einem Schematismus erzielen lässt und dürfte wesentlich dazu beitragen, das Büchlein nicht nur für die Standesangehörigen, sondern auch für alle Jene nützlich und brauchbar zu machen, welche mit dem Lehrerstande in persönlichem oder geschäftlichem Verkehr stehen, z. B. Redactionen pädagogischer Zeitschriften!

Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Preussen, Posen und Schlesien.

Michaelis 1879.

Referent Dr. MEYER, Rector der höheren Bürgerschule zu Freiburg i. Schl.

Königsberg, Realschule auf der Burg. Progr. Nr. 16. W. FUHRMANN, *Aufgaben über Kegelschnitte.* 8 S. und 2 Figurentafeln.

Die Arbeit enthält die Lösungen einiger Kegelschnittsconstructionen, welche mit den Hülfsmitteln, die einem Schüler zu Gebote stehen, ausgeführt werden können, nämlich A) die Construction einer Parabel 1) aus Brennpunkt, Pol und Polare, 2) aus Leitlinie, Pol und Polare, 3) aus Scheiteltangente (oder Achse), Pol und Polare, 4) aus drei Tangenten und der Richtung der Achse und 5) aus der Achse und einem Tripel conjugirter Punkte; B) die Construction eines allgemeinen Kegelschnitts 1) aus einem Brennpunkte, zwei Tangenten und einem Punkte des Kegelschnitts, 2) aus einem Brennpunkte, einer Tangente und zwei Punkten des

*) S. d. 12. Jahrg. in d. Z. XI, 59.

Kegelschnitts, 3) aus einem Brennpunkte, der Lage (oder Länge) der grossen Achse und zwei Punkten des Kegelschnitts (oder einem Punkte und einer Tangente, oder zwei Punkten) oder aus einem Brennpunkte und drei Tangenten, 4) aus einem Brennpunkte und drei Punkten des Kegelschnitts, 5) aus einem Brennpunkte, einem Punkte des Kegelschnitts, Pol und Polare, 6) aus einem Brennpunkte, einer Tangente, Pol und Polare, 7) aus einem Brennpunkte, einem Punkte der Leitlinie, Pol und Polare, 8) aus dem Mittelpunkte und drei Tangenten, 9) aus der Leitlinie, einer Tangente, ihrem Berührungspunkte und noch einem Punkte des Kegelschnitts, 10) aus dem Mittelpunkte, einer Leitlinie und einer Tangente, 11) aus dem Mittelpunkte, einer Leitlinie und einem Punkte des Kegelschnitts, 12) aus einer Leitlinie, einem Punkte des Kegelschnitts, Pol und Polare und 13) aus einem Brennpunkte und einem Tripel conjugirter Punkte.

Beuthen, Gymnasium. Progr. Nr. 143. Bröckerhoff, *Geschichtlicher Entwickelungsgang der mathematischen Wissenschaften.* I. Theil. 25 S.

Die Arbeit beginnt mit einer Darstellung der geschichtlichen Entwickelung der Zahlen- und Ziffersysteme und der Rechenmethoden der alten Inder, Egypter, Hebräer, Phönizier, Griechen, Römer, Araber, Chinesen und der Völker des Mittelalters, behandelt hierauf die Mathematik der Griechen und ihrer Vorgänger (der Egypter und Chaldäer) mit besonderer Berücksichtigung der Schulen des Thales, des Pythagoras und des Plato, der Alexandriner und ihrer berühmten Zeitgenossen Euklides, Apollonius von Perga und Archimedes, bis zur zweiten Blüthezeit der Alexandriner, von welcher besonders Menelaus, Ptolemäus, Diophantes und Pappus hervorgehoben werden, und schliesst mit einem Ueberblick über die mathematischen Forschungen der Inder, von denen besonders die Arbeiten von Brahmagupta (geb. 598) und Bhaskara (geb. 1114) genauer besprochen werden. In einem zweiten Theile sollen die Verdienste der Araber um die Mathematik dargestellt werden.

Patschkau, Gymnasium. Progr. Nr. 170. Larisch, *Ein Beitrag zur Kritik des zweiten Buches von Senecas Naturales Quaestiones.* 10 S.

Die Arbeit ist eine Fortsetzung früherer Programmarbeiten (Sagan 1870 und Patschkau 1874) und besteht aus einer Mittheilung der Lesarten der ersten 26 Kapitel, woran sich die kritische Besprechung einiger Stellen aus den genannten Kapiteln, sowie zweier Stellen aus Kapitel 58 schliesst. Die rein philologische Arbeit ist hier nur um derjenigen Fachcollegen willen erwähnt, welche durch ihre sonstigen naturwissenschaftlichen Studien etwa gelegentlich auf Seneca gelenkt werden möchten.

Reichenbach, König Wilhelmsschule. Progr. Nr. 158.

Die zum Programm gehörige Abhandlung „Liersemann, $0 \varepsilon 1 \infty \Theta$, *eine mathematiscshe Studie*“, ist zugleich mit der Abhandlung des Programms Nr. 180 von 1878 ausgegeben und bereits im Jahrgang X, S. 382 und 383 besprochen.

Ostern 1880.

Preussen.

1) **Königsberg in Pr.** Gymn. (Kneiphöfisches). Progr. No. 8. Oberl. H. Kleiber, *Ableitung eines Systems von Formeln für die elliptischen Functionen und ihr Zusammenhang mit der sphärischen Trigonometrie.* I. 24 S.

Die in der vorliegenden Abhandlung abgeleiteten 576 Formeln für die elliptischen Functionen sind sämmtlich aus dem Additionstheorem der Θ-Functionen mit vier Argumenten hergeleitet und im Anschluss an des

verstorbenen Prof. Richelots Vorlesung über elliptische Functionen entstanden, weshalb auch zum bessern Verständniss der Art und Weise der Ableitung, sowie der Classification der betr. Formeln der Beweis jenes Additionstheorems nach dem Vortrage Richelots der eigentlichen Darstellung der Formeln vorangeschickt ist. Von den gewonnenen Resultaten lässt sich eine Anwendung auf die sphärische Trigonometrie machen, und man erhält dadurch neue, den Gaussischen ähnliche Formeln für ein sphärisches Dreieck, welche der Verfasser in einem zweiten Theile der Abhandlung abzuleiten verspricht.

2) **Gumbinnen.** Höh. Bürgerschule. Progr. No. 21. Rector Dr. H. Schwarz, *Beiträge zum Rechenunterrichte.* 28 S.

Der Verfasser weist dem Rechenunterrichte auf höheren Schulen die Aufgabe zu, vor allem die grösstmöglichste Fertigkeit des Kopf- und Zifferrechnens zu erzielen, daneben aber auch den wissenschaftlichen Cursus der Arithmetik gehörig vorzubereiten und selber die Anfänge wissenschaftlicher Einsicht zu geben. Wie letzteres geschehen kann, hat der Verfasser schon in seinen Grundzügen für den Rechenunterricht (Halle 1870 bei L. Nebert) gezeigt, welche durch die vorliegenden Ausführungen ergänzt werden sollen, indem dieselben in einzelnen Fällen darlegen, wie die Einübung des Lehrstoffs einzurichten sei. Von den oben erwähnten Grundzügen gesteht der Verfasser selbst ein, dass sie nicht überall so einfach gehalten seien, als sie sein müssen. Dem Referenten scheint es, als ob dieses Geständniss von Rechtswegen auch auf die vorliegenden Beiträge ausgedehnt werden müsse, deren Regelfülle für den Anfänger eher erdrückend als aufklärend wirken muss. Ebenso dürften wohl die auf Seite 17 und 18 aufgestellten Tabellen sich für Quintaner nicht als sonderlich praktisch erweisen. Schliesslich sei noch erwähnt, dass der Verfasser die Hauptarbeit der Einübung des Zifferrechnens dem häuslichen Fleisse der Schüler zuweisen zu sollen glaubt.

3) **Marienburg.** Gymn. Progr. No. 30. Oberl. Adalbert Luke, *Ableitung der Poissonschen Differentialgleichung für die Potentialfunction für rechtwinklige krummlinige Coordinaten, und zwar mit Hülfe des theorema quartum aus Gauss' Abhandlung „De attractione corporum sphaeroidicorum homogeneorum".* 19 S.

Der Verfasser leitet die Poissonsche Differentialgleichung für die Potentialfunction für die beiden gebräuchlichsten krummlinigen Coordinatensysteme ab, nämlich zunächst für die gebräuchlichen räumlichen Polarcoordinaten, bei denen die Flächen folgende sind: erstens concentrische Kugelflächen mit dem Radius ϱ_1, $f_1(x, y, z) = \varrho_1$; zweitens gerade Kegelflächen, deren Leitlinien mit der X-Achse den Winkel φ bilden, $f_2(x, y, z) = \varphi$; drittens endlich Ebenen, welche durch die X-Achse gehen und mit der XY-Ebene den Winkel ψ bilden; sodann für elliptische Coordinaten, letzteres mit Zugrundelegung einer Ableitung Jacobis. Für die Ableitung derselben Gleichung noch für mehrere andere Coordinatensysteme verweist der Verfasser auf ein Werk von Lamé: „Leçons sur les coordonnées curvilignes et leurs divers applications. Paris 1859", sowie auf die eleganten Anwendungen rechtwinkliger krummliniger Coordinaten auf physikalische Probleme, welche Wangerin in seiner preisgekrönten Schrift: „Reduction der Potentialgleichung für gewisse Rotationskörper auf eine einfache Differentialgleichung. Leipzig 1875" gemacht hat.

4) **Danzig.** Realsch. zu St. Petri u. Pauli. Progr. No. 37. Director Dr. B. Ohlert, *Die Gruppe der kleinen Planeten im Lichte der Laplaceschen Hypothese.* 14 S.

Der Verfasser erklärt das Auffällige in der Bildung der kleinen Planeten durch die mächtige Einwirkung des unmittelbar vorher vom Aequator des Sonnenballes abgelösten Jupiter. Die eigenthümliche Er-

scheinung, dass unter den z. Z. der Abfassung der vorliegenden Abhandlung bereits entdeckten 178 Planetoiden sich nicht weniger als 28 Planetoidenpaare befinden, bei denen der Unterschied der mittleren Entfernungen weniger als den zehnten Theil des mittleren Unterschiedes beträgt, führt der Verfasser auf ein fast gleichzeitiges Sichablösen zweier an diametral gegenüberliegenden Punkten des Planetenringes sich bildenden Flutwellen zurück. Der Umstand, dass die Anhäufungen einer grossen Zahl von Asteroiden sich immer an Körper von grösserer Masse anschliessen, wird durch die überwiegende Anziehung der letzteren erklärt, die durchschnittlich grössere Excentricität dadurch, dass die Bewegung der an zwei diametral entgegengesetzten Punkten sich loslösenden Gasmassen schon von vorn herein nicht genau kreisförmig gewesen sei, und endlich das auffallende Heraustreten der Bahnen einzelner Planetoiden aus der Normalebene durch Zusammenstoss.

Posen.

5) **Nakel.** Gymn. Progr. No. 128. Gymnasiallehrer Häbe, *Die Hülfsmittel des mathematischen Unterrichts: a) Das Lehrbuch und die Aufgabensammlung; b) Die Hausaufgabe und das Extemporale.* I. Theil. 36 S.

Mit dem dieser Zeitschrift IV. S. 341 entlehnten Ausspruche Reidts: „Eine alleinseligmachende Methode giebt es auch in unserm Fache nicht; in beschränktem Kreise vermag der Einzelne in seiner Art Tüchtiges zu leisten mit Hülfsmitteln, welche ein Anderer vielleicht nicht ohne Recht werthlos bei Seite wirft“ als Motto an der Spitze, und unter ausdrücklicher Anerkennung dessen, was diese Zeitschrift bisher für die Methodik des mathematischen Unterrichts geleistet hat, bietet der Verfasser den Fachcollegen die vorliegenden Bemerkungen als Beitrag zum Material für eine „vergleichende Methodik“. Anknüpfend an die Tagesfrage der Ueberbürdung betont der Verfasser mit Recht, dass die häusliche Thätigkeit der Schüler nicht zur Erweiterung des Wissens, sondern nur zur Befestigung desselben herangezogen werden darf. Um dieser Forderung genügen zu können, empfiehlt der Verfasser zur ersten Einführung der Quartaner den 2. und 3. Abschnitt und einzelne andere Nummern der Geometrischen Anschauungslehre von Kretschmer unter steter Heranziehung der Vorschule der Geometrie von J. C. V. Hoffmann und erläutert sein in der That recht instructives Verfahren an je einem Satze aus den Pensen der Quarta und der Tertia. Dem von den Schülern zu benutzenden Leitfaden weist der Verfasser, nach Ansicht des Referenten mit Recht, nur die Aufgabe zu, die Wiederholung zu ermöglichen. Ein zweiter Theil der Abhandlung, der die Verwerfung des Extemporales und die Benutzung der Uebungsbücher besprechen sollte, hat wegen Mangel an Raum wegbleiben müssen. Die recht verständig geschriebene Abhandlung verdient wohl, von keinem der Fachgenosssen ungelesen bei Seite gelegt zu werden.

Schlesien.

6) **Gross-Glogau.** Ev. Gymn. Progr. Nr. 153. Gymnasiallehrer Müller, *Eine neue Ableitung des Additions-Theorems für elliptische Integrale.* I. Theil. 21 S.

Die orthogonalen Coordinaten eines Punktes P, gemessen in einem System, dessen Ursprung C_1 ist, seien x, y, z, und die in einer Ebene erfolgende Bewegung des Punktes P werde dadurch hervorgerufen, dass der Punkt P von dem festen Centrum C_1 nach dem Newtonschen Gravitationsgesetze angezogen wird, so ist, wenn man die Massen von P und C_1 der Einheit gleichsetzt, die Kräftefunction $u = \frac{k^2}{r}$, wo k^2 die Anziehung für die Einheit der Entfernung, r die Entfernung des Punktes P von C_1

bedeutet. Da die Kräftefunction die Zeit nicht explicite enthält, so macht der Verfasser von der Hamilton-Jacobischen Methode Gebrauch, um zu den Integralgleichungen des Problems zu gelangen, und erhält auf diese Weise eine Gleichung, durch welche der Zusammenhang des Ortes des Punktes P mit der Zeit gegeben ist. Die weiteren Resultate behält der Verfasser sich vor, bei einer anderen Gelegenheit zu veröffentlichen.

7) **Ratibor.** Gymn. Prog. Nr. 171. Oberl. Dr. Reimann, *Die meteorologischen Verhältnisse von Ratibor. A. Die Temperatur.* 24 S.

Die Arbeit enthält auf Grund der von Januar 1848 bis October 1874 von Conrector Fülle, von Januar bis März 1875 von Dr. Behuneck, von April 1875 bis März 1876 von Dr. Lasswitz und von April 1876 an vom Verfasser aufgestellten Monatstabellen der meteorologischen Station Ratibor: 1) Die Tagesmittel der Wärme in Zehntelgraden nach Réaumur vom 1. Jan. 1848 bis 10. Dez. 1855, 26. Dez. 1855 bis 29. Nov. 1859, 8. Dez. 1859 bis 31. Dez. 1866, 1. Febr. 1867 bis 17. Juli 1868, 13. Aug. 1868 bis 6. Juli 1870, 24. Juli 1870 bis 13. Juli 1871, 14. Aug. 1871 bis 11. Juli 1872, 12. Aug. 1872 bis 3. Juli 1873, 6. Aug. 1873 bis 9. Sept. 1873, 3. Oct. 1873 bis 20. Juni 1874, 2. Aug. 1874 bis 1. Nov. 1874, 1. April 1875 bis 31. März 1876, 23. April 1876 bis 31. Dez. 1879; 2) die fünftägigen Wärmemittel in Hundertelgraden; 3) die mittleren fünftägigen Wärmemittel; 4) die Monats- und Jahresmittel der Wärme mit Hervorhebung der Minima und Maxima; 5) die Extreme der Wärme in den einzelnen Monaten; 6) die jährlichen Extreme der Wärme; 7) die Angabe der Tage des ersten und letzten Frostes nebst dem Mittel dafür, und die Zahl der Tage mit mittleren Temperaturen unter -15^0, von -15^0 bis -10^0, von -10^0 bis -5^0 ... von 15^0 bis 20^0 und zuletzt über 20^0. Aus dieser Zusammenstellung ergiebt sich das Jahresmittel der Wärme in Ratibor zu $6{,}36^0$. Das niedrigste Tagesmittel während der vorliegenden Beobachtungszeit fällt auf den 7. Jan. 1848 mit $-26{,}7^0$, das höchste mit $29{,}1^0$ auf den 23. Juli 1859.

8) **Schweidnitz.** Gymn. Progr. Nr. 173. Gymnasiallehrer Dr. Hilfer, *Ueber die Methoden, die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schalles in den gasförmigen Körpern zu bestimmen.* 42 S.

Die vorliegende Arbeit behandelt zunächst die theoretische Bestimmung der Schallgeschwindigkeit aus den Principien der Wellenbewegung und aus der kinetischen Gastheorie, sodann die directe Messung dieser Geschwindigkeit. In Bezug auf letztere behandelt der Verfasser zunächst die Bestimmung aus der Messung der Zeit für einen Weg von bekannter Länge, wobei nach einander erst die Versuche in freier Luft unter Anwendung einseitiger und wechselseitiger Kanonenschüsse, dann die Versuche in Röhrenleitungen zur Sprache kommen. Hierauf folgt die Bestimmung aus der Messung des Weges für eine gegebene Zeit. Der letzte Theil der Arbeit beschäftigt sich mit der indirecten Messung der Schallgeschwindigkeit, insbesondere mit der Bestimmung der Wellenlänge aus der Länge der Pfeifen, sowie mit der Bestimmung der Wellenlänge nach der Methode der Staubwellen, nach der Methode der Interferenz und nach der Methode der Coincidenzen. Die recht fleissige Arbeit zeugt von gründlicher Belesenheit in der einschlägigen Literatur.

9) **Tarnowitz.** Realschule I. O. Progr. No. 186. Dr. Arwed Walter, *Theoretische Bestimmung der Gesetze, wonach bei vollkommenen Gasen die Molekularsphären resp. Wirkungssphären, die Weglänge, sowie die Coefficienten der inneren Reibung und Wärmeleitung von der Temperatur abhängen.* 26 S.

Nach einer die Abhandlung einleitenden Erörterung des Gegenstandes und der Ergebnisse der Untersuchung entwickelt der Verfasser die Principien der mechanischen Wärmetheorie und die thermodynamische Grund-

function, insbesondere die Grundfunction vollkommener Gase, stellt sodann die Definitionsformeln und die bisherigen Schlussformeln der kinetischen Gastheorie zusammen, stellt Weglänge, Reibungscoefficient und Wärmeleitungscoefficient als Functionen der absoluten Temperatur dar, prüft die theoretischen Resultate an den Ergebnissen der Erfahrung und schliesst mit einer Kritik der Hypothese Maxwells und der Versuche von Joule und W. Thomson.

Naturhistorische Programme der bayerischen Gymnasien und Realschulen. Michaelis 1880.*)

Referent: Prof. J. Lampert in Würzburg.

Nr. 1. **Aschaffenburg.** Realschule. Dr. Theodor Koller, *Zoologische Aphorismen.* 54 S. 8⁰.

Ein Versuch, eine kritische Scheidung von Wahr und Falsch in der Naturbeschreibung anzubahnen, gestützt theils auf eigene Beobachtungen, theils auf fremde Forschungen mit Benutzung von Blasius, Leunis, Döbner, Giebel, Brehm, Altum, Darwin. Behandelt sind von den Raubthieren: der Igel, die Spitzmaus, der Maulwurf; der Bär, der Dachs, der Marder, der Iltis, das Frettchen, der Hermelin, die Fischotter, der Hund, der Wolf, der Fuchs, die Hyäne, der Löwe, der Tiger, der Jaguar, der Panther, die Hauskatze; von den Nagethieren: das Eichhörnchen, das Murmelthier, die Wasserratte, die Schneemaus, der Lemming, die Hausratte, die Hausmaus, der Biber, der gemeine Hase, das Kaninchen; von den Zahnlückern: die Faulthiere. Ueberall werden die allgemeinen Annahmen in Bezug auf die Lebensweise und besonderen Eigenschaften dieser Thiere genau geprüft und richtig gestellt, wobei allerdings manches derselben in einem ganz andern Lichte erscheint, wie bisher. Die Arbeit bietet für Jedermann eine angenehme und belehrende Lectüre.

Nr. 2. **Traunstein.** Realschule. J. Schneider, *Schulflora von Traunstein zur Bestimmung der verbreitetsten, in der Umgebung von Traunstein wild wachsenden und cultivirten Samenpflanzen.*

Im vorigen Schuljahre begonnen und in diesem noch nicht vollendet — der Schluss folgt erst im nächsten —, giebt die Arbeit die Zusammenstellung der Flora Traunsteins zunächst für den Gebrauch der Schüler. Die Familien und einzelnen Gattungen sind nach dem Linnéschen System und die Arten der „freiblumigen Zweikeimblättler" nach dem natürlichen System angeführt. Zuerst kommt der Schlüssel zur Bestimmung der Familien und einzelnen Gattungen nach Linné, dann folgt die Uebersicht der Gattungen und Arten nach dem natürlichen System. Bis jetzt sind 66 Familien mit 571 Nummern behandelt.

C) Bibliographie.

Januar.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Giebe, Reg.- und Schulr., Vollständige Sammlung der in Preussen gültigen Prüfungs-Verordnungen für Seminaraspiranten, Volksschullehrer, Lehrer an Mittelschulen und Rectoren etc. (154 S.) Düsseldorf, Schwann. 2.

Hoffmann, Realschullehrer, Die Erziehung zur Production, die Aufg. der realistischen Pädagogik. (235 S.) Köln, Mayer. 4.

*) Die mathematischen (und phys.) Programme s. in Heft 1, S. 71 u. f. D. Red.

Mondt, Berufswahl und Lebensstellung. Ein Führer und Rathgeber für alle Staats-, Civil- und Militär-Carrieren, enthaltend: die Reglements über die Ausbildung, Annahme, Prüfung, Anstellung und Beförderung, nebst den dazu ergangenen erläuternden Verfügungen bis auf die neueste Zeit, und einem Verzeichniss der sämmtlich in Deutschland bestehenden höheren Unterrichtsanstalten. Strassburg, Mondt. 8.

Simson, Ueber Feriencolonien für arme kränkliche Schulkinder. (18 S.) Breslau, Köbner. 0,30.

Beiträge zum deutschen Unterrichtswesen. Eine volkswirthschaftlich-statistisch-pädagogische Darstellung für die Gebildeten unserer Nation. (68 S.) Berlin, Klein. 1,50.

Ruppert, Oberl., Zur Anwendung der Pestalozzischen Methode im mathematischen Unterricht. Langensalza, Beyer. 0,40.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Graefe, Doc. Dr., Erweiterungen des Pascalschen Sechsecks und damit verwandter Figuren. (57 S.) Wiesbaden, Limbarth. 1,60.

Hauck, Prof. Dr., Die Stellung der Mathematik zur Kunst und Kunstwissenschaft. Vortrag. (30 S.) Berlin, Ernst & Korn. 0,80.

Loewe, Privatdoc. Dr., Ausgewählte Capitel aus der darstellenden Geometrie. 1. Heft. Durchdringungen unregelmässiger Polyëder. (20 S.) Clausthal, Löwe. 2,50.

Rüefli, Lehrbuch der ebenen Trigonometrie, nebst einer Sammlung von Uebungsaufgaben. (108 S.) Bern, Dalp. 1,60.

Petersen, Doc. Dr., Lehrbuch der elementaren Planimetrie. Deutsche Ausgabe unter Mitwirkung des Verfassers besorgt von Gymn.-Oberl. Dr. v. Fischer-Benzon. (105 S.) Kopenhagen, Höst & Sohn. 1,60.

2. Arithmetik.

Weissenborn, Prof. Dr. H., Uebungsaufgaben zum Rechnen und zu den Anfangsgründen der Arithmetik. Für Gymnasien, Realschulen etc. 1. Heft: Die Grundoperationen mit ganzen Zahlen, gewöhnlichen und Decimalbrüchen. (85 S.) Halle, Schmidt. 0,80.

——, Auflösungen dazu (15 S.). Ebda. 0,20.

Crelle's, Dr. A. L., Rechentafeln, welche alles Multipliciren und Dividiren mit Zahlen unter 1000 ganz ersparen, bei grösseren aber die Rechnung erleichtern und sicherer machen. Mit Vorwort von Dr. Bremiker. 5. Ster.-Ausg. Mit deutschem und französischem Text. (450 S.) Berlin, Reimer. 15.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Helmert, Prof. Dr., Die mathematischen und physikalischen Theorien der höheren Geodäsie. (631 S.) Leipzig, Teubner. 18.

Valentiner, Prof. Dr. W., Astronomische Bilder. Mit 4 Tafeln und 125 eingedr. Abb. (450 S.) Leipzig, Weber. Geb. 12.

Schneider, Dr. O., Centralzeitung für Mechanik und Optik. 24 Nrn. Leipzig, Gressner & Schramm. Vierteljährig 2.

Physik.

Hromádko, Prof., Physik. Wandtafeln. 2. Serie. Tabor, Jansky. 7,60.

Bell, Alex. Graham, Das Photophon. Vortrag gehalten auf der 29. Jahresversammlung der amerikan. Gesellschaft zur Förderung der Wissen-

schaften zu Boston im August 1880. Aus dem Englischen. (23 S.) Leipzig, Quandt & Händel. 1.

Kovacevic, Dir., Sammlung von Aufgaben aus der galvanischen Elektricitätslehre. (137 S.) Prag, Dominicus. 3.

Reitlinger und Urbanitzky, Ueber die Erscheinungen in Geisslerschen Röhren unter äusserer Einwirkung. Wien, Gerold. 1,80.

Zeitschrift für Instrumentenkunde. Herausgegeben von Abbe, Arzberger, Bamberg etc. Red.: Dr. Schwirkus. 12 Hefte. Berlin, Springer. 15.

Chemie.

Kreusler, Doc. Dr., Lehrbuch der Chemie nebst einem Abriss der Mineralogie. (779 S.) Berlin, Wiegandt, Hempel & Parey. 8.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Huxley, Der Krebs. Eine Einleitung in das Studium der Zoologie. Mit 82 Abb. (313 S.) Leipzig, Brockhaus. 5.

Brühl, Prof. Dr., Zootomie aller Wirbelthierclassen für Lernende, nach Autospien skizzirt. 200 Tafeln mit nahe 4000 Abb. Atlas in 50 Lfgn. Wien, Hölder. à 4.

Bilder, naturgeschichtliche. 1. Abth.: Bilder aus Brehms Thierleben, systematisch geordnet in 55 Tafeln. Leipzig, Bibliogr. Institut. In Lfgn. à 1.

Kayser, Dr. J. C., Deutschlands Schmetterlinge mit Berücksichtigung sämmtlicher europäischer Arten. 1. Lfg. (16 S. mit 5 Kupfertafeln.) Leipzig, Abel. 1.

2. Botanik.

Hanstein, Prof. v., Ueber die Entwickelung des botanischen Unterrichts an den Universitäten. Festrede. Nebst Nekrolog und Schriften-Verzeichniss, verf. von Jürgen Bona Meyer. (42 S.) Bonn, Marcus. 1.

Müller, Oberl. Dr. Herm., Alpenblumen, ihre Befruchtung durch Insecten und ihre Anpassungen an dieselben. Mit 173 Abb. (611 S.) Leipzig, Engelmann. 16.

Schenk, Prof. Dr. A., Handbuch der Botanik. Mit 191 Holzschn. (766 S.) 1. Bd. Breslau, Trewendt. 20.

Saporta, Graf G. v., Die Pflanzenwelt vor dem Erscheinen des Menschen. Uebers. von Carl Vogt. Mit 118 Holzschn., 13 Tafeln. (397 S.) Braunschweig, Vieweg. 13.

Hein, Deutschlands Giftpflanzen. Eine kurze Beschreibung der giftigen und verdächtigen einheimischen Pflanzen. (74 S.) Hamburg, Vetter. 1,50.

Hennings, Kryptogamentypen. 120 Arten einheimischer Zellkryptogamen in getrockneten Exemplaren. Mit Text. (23 S.) Ebda. 12.

3. Mineralogie.

Hahn, Dr. O., Die Meteorite und ihre Organismen. 32 Taf. mit 142 Abb. in Lichtdruck. (56 S.) Tübingen, Laupp. 40.

Geographie.

Steinhauser, Reg.-R., Karten zur mathematischen Geographie. 4. Blatt: Sonne und Mond. — 5. Blatt: Erde und Mond. Wien, Artaria. à 1,60.

———, Grundzüge der mathematischen Geographie und der Landkartenprojection. 2. Aufl. Mit 177 Holzschn. (143 S.) Wien, Beck. 3,60.

Nordenskjöld, Frh. v., Die Umsegelung Asiens und Europas auf der Vega 1878—1880. Autorisirte deutsche Ausg. Mit Abb. in Holzschn. und lith. Karten. Leipzig, Brockhaus. In ca. 20 Lfgn. à 1.

Rein, Prof. Dr., Japan, nach Reisen und Studien im Auftrage der königl. preuss. Regierung dargest. 1. Bd: Natur und Volk des Mikadoreiches. (630 S.) Leipzig, Engelmann. 20.

Bamberg, Schulwandkarte von Südamerika. 1 : 6000000. 12 Blatt. Berlin, Chun. 12. Aufgez. 17.

Neue Auflagen.

Mathematik.

Bardey, Dr. E., Methodisch geordnete Aufgabensammlung. 9. Aufl. (322 S.) Leipzig, Teubner. 2,70.

Heis, weil. Prof. Dr., und Eschweiler, Lehrbuch der Geometrie. 7. Aufl. (306 S.) Köln, Du Mont-Schauberg. 2,80.

Martus, Prof., Mathematische Aufgaben zum Gebrauch in den obersten Classen höherer Lehranstalten. Mit den Result. 1. Thl. Aufgaben. 5. Aufl. (210 S.) Leipzig, Koch. 3,60.

Spieker, Prof. Dr., Lehrbuch der Arithmetik und Algebra mit Uebungsaufgaben für höhere Lehranstalten. 1. Thl. 2. Aufl. (379 S.) Potsdam, Stein. 3.

Bruhns, Geh. Hofrath Dir. Dr., Neues log.-trig. Handbuch auf 7 Decim. 2. Ster.-Ausg. (610 S.) Leipzig, Tauchnitz. 4,20.

Naturwissenschaften.

Rothe, Dr. K., Naturgeschichte für die oberen Classen der Volksschulen, Bürgerschulen etc. 5. Aufl. Mit 258 Holzschn. Wien, Pichler. 1,20.

Fischer, Dr. Ferd., Leitfaden der Chemie und Mineralogie. 2. Aufl. (236 S.) Hannover, Hahn. 2,80.

Kambly, Prof. Dr., Die Physik für den Schulunterricht bearb. 3. Aufl. (192 S.) Breslau, Hirt. 2,25.

Pfaff, Prof. Dr., Schöpfungsgeschichte mit bes. Berücksichtigung des bibl. Schöpfungsberichtes. 3. Ausg. (758 S.) Heidelberg, Winter. 12.

Rabenhorst, Dr. L., Kryptogamenflora von Deutschland, Oesterreich und der Schweiz. 2. Aufl. 1. Bd.: Pilze von Doc. Dr. Winter. In ca. 10 Lfgn. Leipzig, Kummer. à 2,40.

Geographie.

Pütz, Prof. W., Leitfaden bei dem Unterrichte in der vergleichenden Erdbeschreibung für die unteren und mittleren Classen höherer Lehranstalten. 18. Aufl. bearb. von Prof. Behr. (208 S.) Freiburg, Herder. 1,20.

Hann, Hochstetter und Pokorny, Allgemeine Erdkunde. Ein Leitfaden der astronomischen und physikalischen Geographie, Geologie und Biologie. Mit 205 Holzschn., 15 Tafeln. 3. Aufl. (646 S.) Prag, Tempsky. 12.

Ritter, Dr., Erdbeschreibung für Gymnasien, Realschulen, Seminare etc. 4. Aufl. (324 S.) Bremen, Heinsius. 2,40.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Bericht über die Verhandlungen der „Section für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" in der Versammlung der Naturforscher und Aerzte zu Danzig (September 1880).

Vom Realschullehrer SCHUMANN in Danzig.

Für die Sectionssitzungen waren drei Tage bestimmt. Die Section begann ihre Sitzungen jedesmal erst nach 12 Uhr, damit ihren Mitgliedern die Möglichkeit gegeben werde, den Sitzungen der mathematischen und der physikalischen Section beizuwohnen. Da die mathematische Section ihre Sitzungen von 8—10 Uhr ausdehnte und dann unmittelbar darauf die physikalische Section ihre Sitzungen abhielt, welche stets bis nach 12 Uhr dauerten, so war es nicht zu verwundern, dass von den Lehrern der Mathematik, welche an der Versammlung theilnahmen, nur 21*) Kraft und Lust hatten, den Sitzungen der „Section für den mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht" beizuwohnen. Nur wenige Lehrer der beschreibenden Naturwissenschaften besuchten die Section; auch sie wurden reichlich auf andere Weise in Anspruch genommen. — Jeder Lehrer hat eher noch Gelegenheit, sich mit Fachgenossen über pädagogische Fragen zu besprechen, als Vorträge über Mathematik und Physik von Männern wie Durège, Hoppe, Neesen, H. Schröder zu hören. Diese Versammlung besucht wohl jeder von uns mehr in seiner Eigenschaft als Naturforscher wie als Lehrer**).

In der ersten Sitzung führte Oberlehrer Curtze-Thorn den Vorsitz.

Schumann-Danzig sprach über eine elementare Bestimmung der Verzerrung bei der stereographischen Polarprojection. In einer Abhandlung von Berghaus (Petermanns geographische Mittheilungen 1858) findet sich die Bemerkung, dass bei der stereographischen Projection nach dem Rande zu die Flächenräume derartig auseinandergezogen werden, dass die äussersten Theile viermal so gross erscheinen,

---

*) Oberlehrer Curtze und Feyerabendt aus Thorn, Prof. Tietz-Braunsberg, Prof. Dr. Künzer-Marienwerder, Dr. Schulze-Kulm, Inspector Berg-Riga, Stadtschul-Director Schweder-Riga, Oberlehrer Medem-Riga, Dr. Haacke-Kiel; ferner aus Danzig: die Directoren Trosien, Panten und Neumann, Oberlehrer Momber, Prof. Lampe, Prof. Bail, Gymnasiallehrer Wittrien, der Cand. math. Schnaase und die Realschullehrer Evers, Scheeffer, Schlüter, Schumann.

**) Das ist gewiss sehr richtig! Nur braucht deshalb die Didaktik und Pädagogik nicht vernachlässigt zu werden. Eben deshalb haben wir gerade die Naturforscher-Versammlung immer als diejenige bezeichnet, welche unseren Fachgenossen am meisten nützt (oder vielmehr nützen könnte, wenn ihnen der Besuch dort ermöglicht würde) z. B. IX, 411 u. X, 477, und haben auf Grund dessen unsere Anträge auf Verlegung der Versammlungszeit gestellt. Welchen Widerstand die Naturforscher-Versammlung denselben aber entgegengestellt hat, ist hinlänglich bekannt. Man sehe die Citate S. 7 dieses Jahrgangs und besonders IX, 411. D. Red.

als die mittleren. Da ich in den gebräuchlichen Lehrbüchern und in den Programmabhandlungen nichts über diesen Gegenstand gefunden habe, so dürfte ein elementarer Beweis interessiren. Ich beschränke mich auf die stereographische Polarprojection. Für die Abbildung der nördlichen Halbkugel ist der Südpol der Augenpunkt, die Aequatorialebene die Bildebene. Um zuerst die Grenze der Verzerrung der Längen zu bestimmen, ist folgende Aufgabe zu lösen: Auf einem Meridian der Erde sind am Pol und am Aequator zwei gleiche Bogen, deren Centriwinkel x sei, gegeben; es soll das Verhältniss ihrer Projectionen berechnet werden. Es ist

$$\operatorname{tg}\frac{x}{2}:\left(1-\operatorname{tg}\frac{R-x}{2}\right)=\operatorname{tg}\frac{x}{2}:\frac{2\sin\frac{R}{2}\cdot\sin\frac{x}{2}}{\cos\frac{R-x}{2}}=\frac{\cos\frac{R-x}{2}}{2\cdot\sin\frac{R}{2}\cdot\cos\frac{x}{2}}.$$

Für ein sehr kleines x geht dieser Ausdruck in $\frac{1}{2}$ über, d. h. nimmt man gleiche Stücke auf einem Meridian am Pol und am Aequator, so ist in der Projection das Stück am Aequator doppelt so gross, als das am Pol.

Vergleichen wir dann die Projectionen von zwei Flächen am Pol und am Aequator, welche auf der Kugel gleichen Inhalt haben. Wir nehmen um den Pol eine Calotte, deren sphärischer Radius x sei, und am Aequator eine gleich grosse Zone, deren sphärische Breite y sei. Die Projection der Calotte ist ein Kreis

$$C=\pi\operatorname{tg}^2\frac{x}{2},$$

diejenige der Zone ein Kreisring

$$Z=\pi-\pi\operatorname{tg}^2\frac{R-y}{2}=\frac{2\pi\sin y}{1+\sin y}.$$

Da aber die Calotte gleich der Zone ist, so sind ihre Höhen gleich, also

$$\sin y=1-\cos x=2\sin^2\frac{x}{2}.$$

Dann wird

$$Z=\frac{2\pi\sin^2\frac{x}{2}}{1+2\sin^2\frac{x}{2}}\quad\text{und}\quad\frac{C}{Z}=\frac{1+2\sin^2\frac{x}{2}}{4\cos^2\frac{x}{2}}.$$

Dieser Ausdruck nimmt für $x=0$ den Werth $\frac{1}{4}$ an.

Es bedarf wohl kaum der Bemerkung, dass dasselbe Resultat von jeder stereographischen Projection gilt und dass sich analoges für die orthographische und für die Central-Projection ausführen lässt.

In der zweiten Sitzung führte Professor Künzer-Marienwerder den Vorsitz. Derselbe verlas ein Schreiben von dem Herausgeber dieser Zeitschrift, in welchem dieser seinen Antrag bei der zu haltenden Philologen-Versammlung in Stettin, betreffend die Gründung eines deutschen Vereins der Lehrer der Mathematik und Naturwisenschaften und des diesbezüglichen Entwurfs eines Vereinsstatuts der Section mittheilt und letztere bittet, dem Antrage beizutreten. Von anderer Seite wurde die Bemerkung, die Naturforscherversammlung betreffend, in XI_5, 413 d. Z. verlesen. Dieselbe wirkte so befremdend und verletzend auf die Anwesenden, dass dieselben schon deshalb auf eine Discussion des Antrags verzichteten*).

*) Man sehe hierzu die Nachschrift des Herausgebers hinter diesem Berichte. D. Red.

Hierauf hält Oberlehrer Feyerabendt-Thorn einen Vortrag über mathematische Lehrbücher.

Die von ihm entwickelten Gedanken gehen von der Voraussetzung aus, dass mit der Verbesserung der mathematischen Unterrichtsmethode die Lehrbücher nicht gleichen Schritt gehalten haben; jener ist es wesentlich zuzuschreiben, wenn das Vorurtheil, Mathematik zu begreifen sei nicht Jedermanns Sache, fast verschwunden ist. Um das Ziel zu erreichen, dass jeder Schüler auch in der Mathematik die Reife erlangt, wird unter Umständen eine Beschränkung des Lehrstoffs nothwendig sein. Der Lehrer hat die Aufgabe, jeden seiner Schüler zu fördern, aber nicht Mathematiker zu bilden; diese helfen sich selbst fort. Für die Repetition bedarf es einer Aufzeichnung, und dazu dient an erster Stelle das Lehrbuch. Dieses soll durchaus nach pädagogischen Gesichtspunkten abgefasst sein, und wenn diese mit der strengen Wissenschaftlichkeit in Conflict gerathen, muss letzterer zurücktreten. Es darf also unbedenklich ein Satz, der für den Zusammenhang nothwendig, dessen Beweis aber für das Fassungsvermögen des Schülers zu schwer ist, ohne Beweis durch Anschauung klar gemacht und dann vorausgesetzt werden, wie z. B. der Satz über die Parallelen und der vierte Congruenzsatz. Sätze, welche für den Zusammenhang nicht gerade nothwendig sind, wie z. B. der erweiterte Pythagoras oder der Satz über zwei Dreiecke, welche in zwei Seiten übereinstimmen, aber nicht in dem eingeschlossenen Winkel, lasse man weg. Werden sie etwa im späteren Unterricht doch noch gebraucht, so hole man sie dann nach oder gebe vielleicht bei dem zuletzt genannten Satze den einfachen trigonometrischen Beweis. Der Stoff im Lehrbuch ist nicht nach wissenschaftlichen Principien zu ordnen, sondern nach Pensen, welche der Fassbarkeit für die einzelnen Classen entsprechen. Ein solches Lehrbuch fehlt noch*). Die Beweise sollen im Lehrbuche nur angedeutet sein. Ein Lehrbuch, das zugleich als Grundlage für den Unterricht und zum Selbstunterricht dienen soll, ist ein Unding.

An der darauf folgenden Discussion betheiligen sich Oberlehrer Momber, Director Trosien, Director Schweder, Professor Künzer und Director Neumann. Alle stimmen dem ersten Theile des Vortrages bei, wollen aber nicht die systematische Anordnung in dem Lehrbuche entbehren und sehen diese gerade als etwas sehr wichtiges an. Der Lehrer sei aber nicht nothwendig an die Anordnung im Lehrbuche gebunden. Auch vorhandene Lehrbücher, wie z. B. Mehler, lassen sich in der vom Vortragenden angedeuteten Weise benutzen.

Hierauf spricht Dr. Haacke-Kiel über „die Technik des zoologischen Unterrichts". Er stellt die Forderung auf, dass ebenso wie bei dem botanischen Unterricht auch bei dem zoologischen jeder Schüler ein Exemplar des betrachteten Thieres vor sich haben müsse**). Dieses finde bis jetzt wohl nur in einzelnen Lehranstalten bei den Insecten statt, nicht so bei den anderen Thierclassen. Er legt nun in Reagenzgläschen eine Reihe von Spirituspräparaten vor, die jeder Lehrer sich leicht in Menge selbst beschaffen oder billig kaufen könne. Ich erwähne von den vorgelegten Sachen ein Stück eines Arms eines Seeigels, die Ohrqualle, welche vorher mit Osmiumsäure zu behandeln ist, die Garneele, den Regenwurm, den Feuersalamander, den Stichling und einen Grasfrosch in mehreren Entwickelungsstadien. —

Mit der Versammlung war eine naturwissenschaftlich-medicinische Ausstellung verbunden. In dem Ausstellungslocale wurde die dritte Sitzung abgehalten. Director Neumann-Danzig demonstrirte

*) Sollte es wirklich unter den zahlreichen vortrefflichen Lehrbüchern keins geben, das diesen Anforderungen entspräche? D. Red.

**) Das scheint uns denn doch zu weit gegangen. Wie nun, wenn z. B. gerade vom Elephanten oder Rhinoceros gesprochen wird? D. Red.

Mangs patentirten Apparat für mathematische Geographie. (Vgl. diese Zeitschrift XI, S. 157.) Der Preis beträgt circa 150 Mark. Der Apparat fand auch hier allseitige Anerkennung. — Schon vorher hatte Herr Stöhrer-Leipzig einen neuen, nach Terquem construirten Bunsenschen Brenner demonstrirt und damit Kupferdraht und Glas geschmolzen. Da für die Ausstellung nur ein beschränkter Raum zu Gebote stand, so waren nur wenige Mechaniker zur Ausstellung aufgefordert worden. Es hatte z. B. Langhoff-Berlin eine Reihe Schulapparate ausgestellt, Reimann-Berlin seine Substitutionswaage, Steeg und Reuter-Homburg ein Polarisationsmikroskop und vorzügliche Präparate, wie auch vorzügliche Kalkspathrhomboëder, Stöhrer-Leipzig einen Kohlenlicht-Regulator, Talbot-Berlin die nach Beneckes Angabe construirten vorzüglichen stereometrischen Modelle. Ferner hatten wir Gelegenheit, sechs Modelle von insectenfressenden Pflanzen von Brendel zu sehen, Wickersheimersche Präparate*) und die kunstvollen Wachspräparate von Weisker-Leipzig, z. B. Trichina spiralis in allen Entwickelungsstadien, 38 Präparate über die Entwickelung der Hirudineen u. a. m. —

Nachschrift des Herausgebers. Die S. 165 Z. 3 v. u. berichtete „Wirkung" unserer Bemerkung (XI_5, 413) auf die „Anwesenden" wurde uns s. Z. brieflich mitgetheilt von Herrn Prof. Künzer-Marienwerder, wie es schien als persönliche Meinung des Briefschreibers. Wir haben darauf Folgendes zu erwidern:

Wir begreifen nicht, wie Männer ihren eigenen Stand so weit vergessen können, dass sie gegen die Rücksichtslosigkeiten anderer Berufsgenossen nicht nur unempfindlich sind, sondern auch diejenigen, welche sich dagegen wehren, noch tadeln oder gar schelten zu müssen glauben. Wir fragen ernstlich: was sollte wohl mehr „befremdend" und „verletzend" auf eine Versammlung von „Lehrern" wirken, jene Lieblosigkeit, wie sie sich kundgiebt in den wiederholten und schroffen Zurückweisungen unserer wohlmotivirten Anträge seitens der Naturforscher- und Aerzte-Versammlung (s. die Citate S. 7 dieses Jahrgangs bes. X, 477—478 Z. 8—9 v. o., XI, 413) und in höchst verletzenden Aeusserungen Einzelner aus der Mitte dieser Versammlung über die „Lehrer" (s. X, 78 Anm.**); VII, 252 Z. 22 v. u.; IX, 412 Z. 17—18 v. o.; auch VII, 253) oder: die Aeusserung eines Einzelnen aus dem Lehrerstande, der zur Wahrung der Standesinteressen seiner Entrüstung über jenes Gebahren muthig und energisch Ausdruck giebt? Haben denn die in Danzig „Anwesenden" die Geschichte der Kämpfe der „Lehrer" um Theilnahme an der Naturforscher-Versammlung**) gar nicht verfolgt? Wissen denn diese Herren nicht, dass die Naturforscher-Versammlung auch nicht ein einziges Mal sich ernstlich bemüht hat***) unter Anerkennung unseres begreiflichen und natürlichen Interesses an ihrer Versammlung und unter aufrichtigem Bedauern die Gründe — und zwar gewichtige und entscheidende Gründe — anzugeben, aus denen sie auf unsere wiederholten Anträge (durch Verlegung der Versammlungszeit den Lehrern der Mathematik und Naturwissenschaften den Besuch der Versammlung zu ermöglichen) **nicht** eingehen

---

*) Vgl. diese Zeitschr. XI, 102 u. f. D. Red.

**) Um etwaigen Zweifeln zu begegnen, sei bemerkt, dass die Anträge auf Verlegung der Naturf.-Vers., die übrigens auch in dieser Versammlung selbst ein Echo fanden (IX, 412—413), nicht etwa nur vom Herausgeber d. Z. ausgegangen sind, sondern dass vielfache Anregungen, Aufforderungen und Zustimmungen hierzu aus den Reihen der Fachgenossen vorlagen. D. Red.

***) Dies wurde ihnen freilich auch sehr erleichtert, dadurch, dass die Antragsteller in der vorletzten Naturf.-Vers. (Baden-Baden) — allerdings erst auf Veranlassung der Geschäftsführer und der feindseligen Haltung der Versammlung — ihren Antrag unter allgemeinem Bravo (!) furchtsam zurückzogen (X, 478). Es wäre besser gewesen, dies nicht zu thun, vielmehr die gewiss recht gewichtigen Gründe für die Ablehnung der Anträge anzuhören! (Vergl. X 478 Z. 11—12 v. o.) D. Red.

könne?*) — Wahrlich wir möchten solchen Berufsgenossen, die den Muth nicht besitzen, unsere gemeinsamen Interessen mit zu wahren (frei nach Schiller) zurufen:

„Und wer's nie gekonnt, der stehle
Weinend sich aus unserm Bund!"

Der Herausgeber d. Z. aber wird in dieser Sache nun nichts weiter thun. Er hat nicht Lust, für seine Mühe und Arbeit sich noch weiteren Verunglimpfungen auszusetzen und für Andere „die Kastanien aus dem Feuer zu holen". Er ruft den Fachgenossen zu: „Ich habe genug, helft Euch selbst!"

(Die Abdrücke der Vorträge von Hoppe und Durège mussten wegen Raummangel für Heft 3 zurückgelegt werden.)

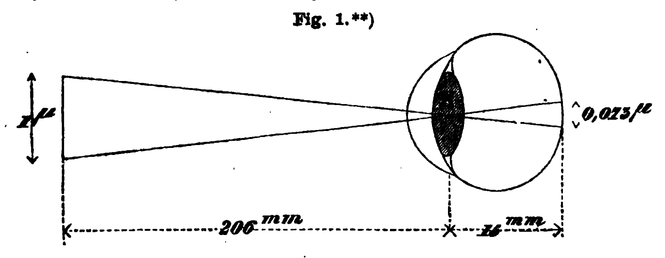
Ueber die Beziehung zwischen der Vergrösserung der Mikroskope und der Genauigkeit der mikrometrischen Messungen.

(Abdruck aus der Zeitschrift für Vermessungswesen. 1880. 3. Heft.)
(Mit 2 Fig. im Text.)

Herr Professor Förster, Director der Kaiserlichen Normal-Eichungs-Commission und Mitglied des internationalen Maass- und Gewichts-Comités, hat in den „procès-verbaux" dieses Comités die Resultate von Untersuchungen mitgetheilt, welche zur Gewinnung richtiger Prinzipien für die Construction mikrometrischer Apparate angestellt wurden. Diese Resultate bieten in theoretischer und praktischer Beziehung so viel Interesse, dass wir eine Uebersetzung des grössten Theils der genannten Abhandlung, mit Erlaubniss des Herrn Verfassers, hier zum Abdruck bringen.

Zur Feststellung der Begriffe bezeichnen wir mit Vergrösserung eines Mikroskopes das Verhältniss zwischen dem auf der Netzhaut des Auges mit Hülfe des Mikroskopes entstehenden Bilde eines Linearelementes und dem durch freies Sehen auf der Netzhaut erzeugten Bilde desselben Objectes, für den Fall, dass das Object sich im Abstande 206 mm vor dem

Fig. 1.**)



ersten Knotenpunkte des Auges befindet. (Vgl. Fig. 1.) Diese Ojbect-distanz, welche nicht erheblich von dem gewöhnlich angenommenen Minimum der deutlichen Sehweite abweicht, ist durch den Umstand charak-

---

*) Mit dem aus den Reihen theils der Naturforscher, theils der Lehrer gemachten unpraktischen Vorschlage (resp. Hinweise), die Unterrichtsministerien möchten zu Gunsten des Besuchs der Versammlung für die Lehrer die Schulferien verlegen (oder auch nur allgemeinen Urlaub ertheilen), bleibe man uns ferne. Jeder Lehrer dürfte überzeugt sein, dass darauf keine Schulbehörde eingehen wird, zumal da die Versammlungszeit (18.—24. September) gerade mit den Michaelisprüfungen und in Oesterreich sogar mit dem Beginn des neuen Schuljahres (15. September) collidirt. Die hierdurch bedingten tief einschneidenden Aenderungen der Schulordnungen würden, bei dem Mangel an Einheit im deutschen Reichsschulwesen, auf weit mehr und grössere Schwierigkeiten stossen, als die Verlegung der Naturforscher-Vers. D. Red.

**) In dieser schematischen Figur sind die beiden Knotenpunkte des Auges als zusammenfallend angenommen, was für den vorliegenden Zweck genügt. Der gemeinsame Knotenpunkt K repräsentirt dann den optischen Mittelpunkt einer Linse.

terisirt, dass ein Linienelement von 1μ*) in jenem Abstande vom freien Auge unter einem Winkel von 1″ erscheint. Die theoretische Grösse des Kernbildes dieses Linienelementes auf der Netzhaut beträgt in diesem Falle für das mittlere Auge 0,073μ.

Bezeichnet man die so definirte Vergrösserung eines Mikroskopes mit v, so hat das Bild eines Linear-Elementes von 0,1μ auf der Netzhaut die Grösse $0{,}0073\mu \times v$.

In Betreff der Genauigkeit hat man zu fragen: Welches muss die nach Obigem berechnete Minimaldimension eines Bildes auf der Netzhaut sein, wenn dieses Bild noch sicher wahrgenommen werden soll?

Schon im vorigen Jahrhundert war diese Frage der Gegenstand experimenteller Untersuchungen von Jurin und von Tobias Mayer in Göttingen. Ein Bericht über alle hierauf bezüglichen Arbeiten, sowie die wichtigsten Resultate finden sich in der physiologischen Optik von Helmholtz (S. 209—224 und 841—842), ferner sind hier die Versuche von Laugier (Astr. Nachr. Nr. 1086 [46. Band, 1857, S. 81]) und vor allem die schönen Arbeiten von J. A. Broun (1875) im XXIII. Bande der Proceedings der Royal Society von London (S. 522) zu erwähnen.

Man kann die letzteren Resultate, ebenso wie die physiologischen Untersuchungen so zusammenfassen:

Um eine dunkle Linie auf hellem Grunde mit genügender Beleuchtung sicher wahrzunehmen, muss bei einer Länge des Netzhautbildes von nicht unter 30μ die nach Obigem berechnete Breite dieses Bildes mindestens 0,09μ betragen, nämlich unter einem Winkel von mindestens 1,2″ erscheinen. Wenn die Länge dieser Linie geringer ist, so ist es für ihre Sichtbarkeit nöthig, dass ihre Breite sich ungefähr vergrössert im Verhältniss der Kubikwurzel der Längenverkürzung. Indem man die mikrometrische Visur auf eine sehr feine Linie hiemit gleichartig annimmt, findet man die zur Wahrnehmung einer 0,1μ breiten Linie erforderliche Vergrösserung:

$$v = \frac{0{,}09}{0{,}0073} = 12.$$

Man wird sogleich sehen, dass theoretisch die nöthige Vergrösserung noch geringer ist für eine helle Linie auf dunklem Grunde, hinreichende Helligkeit vorausgesetzt.

Wenn man also den dunkeln Faden eines Mikrometers an den einen Rand eines Theilstrichbildes führt, welches gleichartig dunkel auf stark und gleichförmig hell erleuchtetem Grunde erscheint, so dass zwischen dem Faden und dem Strich eine eben noch wahrnehmbare feine weisse Linie übrig bleibt, so folgt aus dem angegebenen Material nach den Versuchen von Broun, dass eine Vergrösserung von 12 genügen müsste zu einer auf etwa 0,1μ genauen Einstellung.

Es ist bekannt, dass die Physiologie die Localisirung der Eindrücke und folglich das Unterscheidungsvermögen den in der Netzhautschicht befindlichen sogenannten Zapfen oder Stäbchen zuschreibt. Die kreisförmige oder polygonale Oberfläche der Endschnitte dieser Zapfen hat einen mittleren Durchmesser von ungefähr 4,5μ und schwankt zwischen 2μ und 6μ; dieselben finden sich am dichtesten auf dem sogenannten gelben Fleck und ganz besonders in der sogenannten Netzhautgrube.

Man hat gefunden, dass zwei helle Punkte oder zwei helle Linien auf dunklem Grunde (oder auch zwei dunkle Punkte oder Linien auf hellem Grunde) nur getrennt gesehen werden können, wenn deren natürlicher Gesichtswinkel etwa 60″ erreicht, d. h. wenn auf der Netzhaut das Intervall zwischen den Centren beider Bilder den Werth $60 \times 0{,}073 = 4{,}4\mu$ erreicht. Die Uebereinstimmung dieser Minimaldistanz mit dem soeben

*) μ dient hier als Abkürzung für Micromillimeter (franz. *Micron*) = 0,001 mm.

genannten mittleren Durchmesser der Stäbchen hat unmittelbar die Erklärung der Sichtbarkeitsgrenze geliefert; zwei nahe gleiche Objecte erscheinen dem Auge nur dann als getrennt, wenn der Abstand der Mitten ihrer Netzhautbilder eben so gross oder grösser ist, als der Abstand der Mitten zweier benachbarter Stäbchen; denn nur unter dieser Bedingung, und unter der Annahme, dass die Intervalle zwischen den einzelnen Stäbchen sehr klein sind, was an der Stelle des gelben Flecks der Fall ist, werden die optischen Schwerpunkte der Bilder der beiden Objecte auf zwei verschiedene benachbarte Stäbchen fallen. Wenn dagegen die beiden Bildmitten noch auf die Oberfläche eines und desselben Stäbchens fallen, so werden sie nicht getrennt wahrgenommen, sondern sie gehen in einander über, und ihre Wirkungen vereinigen sich. Es ist von Wichtigkeit, dass diese physiologische Theorie sich zugleich stützt auf die Thatsache der Verminderung des Trennungsvermögens für diejenigen Stellen der Netzhaut, auf welchen die Oberflächen der Stäbchen und deren Zwischenräume grösser sind als in der Netzhautgrube.

Es scheint, dass man manchmal diese Grenze des Trennungsvermögens ($4{,}4\mu$ Minimalabstand der Bildcentren) mit der anderen mindestens 50mal weiteren Grenze der Sichtbarkeit eines einzelnen Objects verwechselt hat ($0{,}09\mu$ Minimalgrösse des Netzhautbildes). In dieser Hinsicht ist der Versuch Nr. 6 von Broun a. a. O. sehr instructiv, weil er deutlich den Uebergang der einen Grenze in die andere zeigt und damit vor deren Verwechslung behütet.

Die Möglichkeit der Wahrnehmung einer solchen Linie, deren Centralbild (abgesehen von allen Aberrationen und Beugungen) auf der Netzhaut nur eine Breite von $0{,}09\mu$ oder $\frac{1}{50}$ eines Stäbchendurchmessers umfasst, beweist, dass benachbarte Stäbchen noch den Mangel des Lichtes auf diesem kleinen Theil ihrer Breite empfinden, vorausgesetzt, dass die Länge der Linie mindestens 30μ beträgt, oder dass mindestens 7 benachbarte Stäbchen von schwächerer Beleuchtung als ihre Nachbarn getroffen werden.

Bezeichnet man mit i die Lichtintensität des hellen Grundes, auf welchem man die relativ dunkle Linie sieht, und mit i_0 die relative sehr schwache Intensität der Linie selbst, so kann man die obige Grenze der Wahrnehmbarkeit für ein dunkles Object auf hellem Grunde auch ausdrücken, indem man sagt, dass ein solches Object nur sichtbar bleibt, so lange das Verhältniss der Beleuchtungsintensität zwischen zwei benachbarten Stäbchen nicht unter eine Grenze fällt, welche sich so ergiebt:

A sei ein Stäbchen, welches von dem Linienbilde getroffen wird, während ein benachbartes Stäbchen B nicht getroffen wird. Wenn die dunkle Linie etwa $\frac{1}{50}$ der Stäbchenbreite einnimmt, so wird bei gleicher Grösse der Oberflächen, die wir gleich Eins setzen, die Lichtmenge i, welche das Stäbchen B hat, für A reducirt auf $i\left(1-\frac{1}{50}\right)$, jedoch kommt noch die kleine Lichtmenge $\frac{i_0}{50}$ hinzu, welche der dunklen Linie selbst zukommt; man hat daher für die Stäbchen A und B das Lichtintensitätsverhältniss

$$\frac{J_A}{J_B}=\frac{i\left(1-\frac{1}{50}\right)+\frac{i_0}{50}}{i}=1-\frac{1}{50}\left(1-\frac{i_0}{i}\right).$$

Da hier $\frac{1}{50}\frac{i_0}{i}$ sehr klein ist, so kann man näherungsweise auch schreiben

$$\frac{J_A}{J_B}=1-\frac{1}{50}.$$

Wenn man umgekehrt die Sichtbarkeit einer hellen Linie von der Intensität i und der Breite β auf dunklem Grunde von der Intensität i_0 untersuchen will, so findet man nach demselben Näherungsverfahren

$$\frac{J_A}{J_B} = \frac{i_0\left(1 - \frac{\beta}{4,5}\right) + i\,\frac{\beta}{4,5}}{i_0},$$

woraus sich die Breite β unter der Annahme $\frac{J_A}{J_B} = 1 + \frac{1}{50}$ berechnet:

$$\beta = \frac{4,5^{\mu}}{50} \, \frac{1}{\left(\frac{i}{i_0} - 1\right)}.$$

Man kann daher die zur Sichtbarkeit nöthige Minimalbreite β verringern, indem man die Intensität i der Linie vergrössert im Vergleich mit der Intensität i_0 des Grundes.

Natürlich hat das seine Grenzen, weil bei intensiver Beleuchtung i, insbesondere dann, wenn die Linie nicht selbstleuchtende sondern beleuchtet ist, auch die benachbarten Theile der Netzhaut merklich erhellt werden.

Jedenfalls kann man annehmen, dass für eine helle Linie auf dunklem Grunde keine erheblich grössere Breite nöthig ist, als für eine dunkle Linie auf hellem Grunde. Nimmt man nur $i = 2i_0$, so wird nach der letzten Formel schon $\beta = 0,09^{\mu}$.

Die Sterne liefern ausgezeichnete Beispiele für die zu machende Unterscheidung zwischen den verschiedenen Grenzen der Sichtbarkeit, denn man kann mit blosem Auge noch Sterne wahrnehmen, deren Kernbild auf der Netzhaut unter einem Winkel von höchstens 0,1″ entstehen kann, so dass der Durchmesser des Netzhautbildes theoretisch noch nicht $0,0073^{\mu}$ erreichen sollte, während man mit blosem Auge Doppelsterne nur trennen kann, wenn ihr Abstand über 80″—100″ ist.

Untersuchen wir nun, wie sich die Resultate der mikrometrischen Einstellungen zu den im Bisherigen berichteten physiologischen Versuchen verhalten.

Da mir keine gerade in dieser Hinsicht angestellten Beobachtungen bekannt waren, so führte ich selbst mit einigen Assistenten mehrere Reihen von Messungen aus, deren Fortsetzung und spätere Veröffentlichung vorbehalten ist.

Diese Messungen wurden gemacht mit 3 Mikroskopen von 12-, 20- und 25facher Vergrösserung und an einem grossen Fernrohr mit 2 blossen Ocularen von 4- und 30facher Vergrösserung. Die Resultate lassen sich im Folgenden zusammenfassen:

Für eine verschwindend schmale helle Linie, welche zwischen dem Rande eines dunklen Striches auf hellem Grunde und dem Mikrometerfaden gelassen wird, ergibt sich eine untere Grenze der Breite des Netzhautbildes, welche bei mittleren Beleuchtungsverhältnissen viel grösser ist als die Minimalbreite ($0,09^{\mu}$), welche nach den Versuchen von Broun genügt zur Erkennung einer dunkeln Linie auf hellem Grunde, denn diese Grenze ist ungefähr $2,5^{\mu}$, d. h. nahezu die Hälfte eines Stäbchendurchmessers; oder um für eine Breite von $0,1^{\mu}$ auf der Netzhaut diese Grenze zu erreichen, bedarf es einer Vergrösserung von 342.

Diese erhebliche Differenz ($2,5^{\mu}$ gegen $0,09^{\mu}$) erklärt sich durch die besonderen Umstände der mikrometrischen Messungen, wo die Halbschatten, welche durch Aberration und Beugung entstehen, die Striche und Fäden umgeben, und damit eine rasche und beträchtliche Verminderung der Intensität eines hellen, aber nicht selbstleuchtenden Intervalls von einer gewissen minimalen Breite an zur Folge haben. Auch hat man sich hier der Parallaxe der Bilder zu erinnern, in Folge deren durch die kleinen

unablässigen Bewegungen des Auges die Bilder gegenseitig verschoben werden um Grössen von derselben Ordnung, wie der soeben angegebene Grenzwerth der Sichtbarkeit für ein helles Intervall zwischen zwei dunkeln Bildern.

Jener Grenzwerth (2,5μ) für die Bildbreite auf der Netzhaut hat aber weniger Wichtigkeit für die Genauigkeit der mikrometrischen Einstellungen, als die Sicherheit, mit welcher man bei der Wiederholung der Einstellungen auf ein solches helles an der Grenze der Sichtbarkeit befindliches Intervall jenen Grenzwerth immer wieder findet.

Bei einer in dieser Hinsicht angestellten Reihe von identischen Einstellungen mit einem 25fach vergrössernden Mikroskope, wobei gestrebt wurde, immer zwischen dem Faden und dem Striche die möglichst schmale Lichtlinie zu lassen, fanden wir 0,25μ als wahrscheinlichen Fehler einer einzelnen Einstellung, d. h. $^1/_{10}$ der Lichtbreite selbst.

Dieser wahrscheinliche Fehler von 0,25μ (linear gemessen auf der Netzhaut) giebt nach Fig. 1, schon bei einer Vergrösserung von 34 auf das Object übertragen, daselbst den Werth $\frac{0,25}{0,073 \times 34} = 0,1\mu$ als wahrscheinlichen Fehler der Einstellung eines Strichs. Eine zweite Beobachtungsreihe mit einem 12fach vergrössernden Mikroskope gab für die Combination zweier mit einem Faden ausgeführter aufeinander folgender Einstellungen der zwei hellen Intervalle an beiden Rändern eines Striches den wahrscheinlichen Fehler 0,19μ (auf der Netzhaut gemessen). Bei dieser Art der Einstellung auf einen Strich brauchte man also eine Vergrösserung $\frac{0,19}{0,1 \times 0,073} = 26$, um den wahrscheinlichen Fehler 1,0μ am Object zu erreichen.

Endlich behandelte eine dritte Reihe von Beobachtungen mit einem 20fach vergrössernden Mikroskope den Fall, dass das Intervall von zwei Fäden über die Strichbreite derart übergreift, dass beiderseits äusserst schmale helle Linien bleiben; hiefür wurde eine 27fache Vergrösserung erfordert, um den wahrscheinlichen Fehler des Objects auf 0,1μ herabzubringen.

Dagegen braucht man viel stärkere Vergrösserungen, wenn man dieselbe Einstellgenauigkeit erreichen will mit breiteren Lichtstreifen zwischen den Strichrändern und den beiden Fäden. (Fig. 2.)

Wenn z. B. die Breite b dieser hellen Intervalle zwischen den Fäden und den Strichrändern so weit geht, dass sie 8 Nervenelemente (Stäbchen-Endflächen) der Netzhaut bedeckt, so braucht man zur Erreichung derselben Genauigkeit (0,1μ wahrscheinl. Einstellfehler) schon eine 85fache Vergrösserung, und wenn jene Breite bis zu 15 Nervenelementen wächst, so braucht man 150fache Vergrösserung.

Offenbar vergleicht und schätzt man dann mit der grössten Sicherheit, wenn es sich um die blose Vergleichung von Intensitätswirkungen innerhalb unmittelbar benachbarter Nervenelemente handelt, so dass die Differenzen, welche in der Anordnung und in der Form einer grösseren Zahl benachbarter Elemente, je nach der Netzhautgegend bestehen, keinen Einfluss mehr ausüben, d. h. man erreicht die grösste Genauigkeit für die Einstellung möglichst schmaler heller oder dunkler Linien. Wenn man dagegen genöthigt ist, breitere Lichtflächen zu vergleichen, deren jede auf der Netzhaut zahlreiche Nervenelemente bedeckt, so treten Differenzen in der Structur und Vertheilungsdichtigkeit dieser Elemente ins Spiel, sogar in benachbarten Gegenden der Netzhaut, und diese Differenzen combiniren sich mit der Beweglichkeit des Auges und in Folge hievon mit der Verschiebung der Bilder auf der Netzhaut und erzeugen damit eine wachsende Unsicherheit.

Aber ausserdem liegt hier eine Quelle der sogenannten persönlichen Fehler. Wenn z. B. die Nervenelemente eines Auges rechts von der Netz-

hautgrube enger gestellt sind als links, so wird eine helle Fläche, welche rechts fällt, ein wenig breiter erscheinen als eine in Wirklichkeit eben so breite Fläche, deren Bild auf der andern Seite auf eine geringere Zahl von Nervenelementen trifft.

Die persönlichen Fehler werden im Allgemeinen verschwinden, wenn die zu vergleichenden Flächen Breiten haben, welche nur ein einziges Nervenelement bedecken, so dass das Verhältniss der zwei Breiten sich in ein Verhältniss ihrer Lichtintensitäten verwandelt. Dagegen werden die persönlichen Fehler der sogenannten Bisection mit den Breiten der zu vergleichenden Oberflächen in sehr hohem Maasse wachsen, wenigstens bis zu den Breiten, bei welchen es schwierig wird, gleichzeitig aufzufassen und zu vergleichen, wo deshalb eine andere Vergleichungsart Platz greifen muss, nämlich die aufeinanderfolgende Projection der zwei Oberflächen auf eine und dieselbe Stelle der Netzhaut; in diesem Falle verschwindet der persönliche Fehler.

Diese Folgerungen, welche ich aus einigen Beobachtungen in Verbindung mit physiologischen Resultaten gezogen hatte, haben eine Bestätigung erfahren durch mehrere unserer neuen Versuchsreihen. Wenn die Breite b der hellen Intervalle zwischen Fäden und Strich auf jeder Seite $=$ 17 Nervenelementen wurde, so gingen die persönlichen Fehler bis zu $\frac{1}{15}$ dieser Intervalle; wenn dagegen diese Intervalle nicht über die Durchmesserbreite eines Elementes gingen, so verschwand der persönliche Fehler vollständig; ebenso verhielt es sich, wenn bei einer gewissen Bildstellung die Breite dieser hellen Intervalle 100 Elemente überstieg, wobei man deutlich zum Bewusstsein einer Hinzuziehung von Augenbewegungen kam.

Nach all' dem Gesagten begreift man auch leicht die Gründe der Minderwerthigkeit des mikrometrischen Einstellens mit Kreuzfäden im Vergleich mit Parallelfäden.

Die beste mikrometrische Methode für die Einstellung der Theilstriche bestünde in der Anwendung zweier Mikrometerschrauben an jedem Mikroskope, welche gestatteten, einen Faden von jeder Seite des Striches so weit heranzuschieben, bis beiderseits gleiche möglichst kleine (und natürlich mit besonderer Sorgfalt gleich beleuchtete) Intervalle entstehen. Liest man dann für jeden Strich die beiden Trommeln ab, so wird man damit die relative Lage der Striche mit grösster Genauigkeit und zugleich mit einem Minimum von Vergrösserung erhalten. Nach dem Gesagten wird es bei günstiger Beleuchtung genügen, 20—30fache Vergrösserung anzuwenden, um einen wahrscheinlichen Fehler von $0{,}1\mu$ für den einzelnen Strich zu erhalten, und man hat den Vorzug, persönliche Fehler zu vermeiden. Ist die Beleuchtung der Flächen nicht gleichmässig und hell genug, so wird man allerdings etwas breitere Intervalle anwenden müssen. Aus den erwähnten Untersuchungen folgt auch, dass, wenn die Intervallenbreite zwischen Faden und Strich eine gewisse Grenze überschreitet, die Vergleichungen ungleich breiter Striche mit den gewöhnlichen Mikrometern mit verschiedenen persönlichen Fehlern, selbst bei ein und demselben Beobachter behaftet sein können.

Man kann aus dem Vorhergehenden schliessen, dass für mikrometrische Strichmessungen bei Anwendung der günstigsten Bedingungen bezüglich der Breite man jedenfalls mittelst 50—60facher Vergrösserung den wahrscheinlichen Fehler einer Einstellung innerhalb der Grenzen von $0{,}1\mu$ halten kann, aber es folgt deswegen noch nicht sofort, dass die Anwendung stärkerer Vergrösserungen direct schädlich wäre. Man könnte vielleicht trotz all' dem Mitgetheilten behaupten, dass es dennoch nützlich sei, die Vergrösserung viel weiter zu treiben, um, wenn möglich, den Einfluss der Einstellfehler noch in engere Grenzen zu bekommen, z. B.

dass 0,1μ nicht der wahrscheinliche Fehler, sondern die Fehlergrenze werde; und um dieses zu erreichen, müsste man, da das 5fache des wahrscheinlichen Fehlers unter 1000 Beobachtungen etwa einmal eintritt, 300—400fache Vergrösserung anwenden.

Es ist indessen zu zeigen, dass man für mikrometrische Messungen die Vergrösserung nicht so weit treiben kann, ohne sich wirklichen Missständen auszusetzen, ganz abgesehen von der Complication der Apparate.

Zuerst erinnern wir uns, dass in der metrologischen Praxis, namentlich wenn es sich um die Vergleichung von Prototypen mit Maassen niederen Ranges handelt, man sich niemals ausserordentlicher Vergrösserungen bedienen wird, schon weil die weniger feine Behandlung der Oberfläche und der Striche dieser geringeren Maasse die Anwendung solcher Vergrösserungen illusorisch machen würde.

Ferner ist es nach den angegebenen metrologischen Eigenschaften der Netzhaut klar, dass jede Ausdehnung der Bilder auf der Netzhaut zu einer erheblichen Verringerung der Gleichartigkeit und Vergleichbarkeit der Einstellungen führt.

Ferner hat Helmholtz in der Abhandlung „Ueber die theoretischen Grenzen der Leistungsfähigkeit der Mikroskope“ im 50. Bande von Poggendorffs Annalen gezeigt, dass mit der Steigerung der Vergrösserung auch der Einfluss der Beugungen auf die mikroskopischen Bilder gesteigert wird, ein Einfluss, welcher in Beziehung steht zur Grösse des Ocularbildes des kleinsten Diaphragmas, also zum Durchmesser der kleinen Lichtscheibe, welche gerade vor dem Ocular erscheint. Wenn dieser Durchmesser erheblich unter 1,89 mm fällt, was sicher der Fall ist, wenn man die Vergrösserung auf einige 100 treibt, und wenn die Oeffnung des Objectivs und der Diaphragmen bedeutend wird, so kann die Beugung die Contouren eines Bildes beträchtlich verändern, insbesondere wenn dasselbe nicht kreisförmig ist.

Fig. 2.

Einige weitere allgemeine Erörterungen bilden den Schluss der im Vorstehenden in Uebersetzung mitgetheilten Abhandlung, deren wichtigste praktische Resultate in den zu Fig. 2 gehörigen Zahlenangaben, 26-, 85- oder 150fache Vergrösserung für $b = 1$ oder 8 oder 15 Nervenelementendicken, enthalten sind, weshalb man in Summa sich zu merken hat: Man soll die mikroskopisch zu vergleichenden Lichtbreiten im Allgemeinen (*b* Fig. 2) möglichst klein machen. J.

Journalschau.

Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens. Jahrg. VIII.

(Fortsetzung von Heft 1. S. 87.)

Doppelheft 9—10. Professor Dr. v. Zehender-Rostock erörtert in seinem sehr lesenswerthen Aufsatze (einem durch den Rostocker „Verein für öffentliche Gesundheitspflege“ veranlassten Vortrage): „Den Einfluss des Schulunterrichts auf Entstehung von Kurzsichtigkeit“ und plaidirt am Schlusse für „Errichtung eigener Schulen für augenschwache Schüler“; bis dahin sei möglichste Schonung der augenschwachen Schüler geboten. Als Illustration hierzu giebt Verf. die Resultate der Untersuchung von 314 Rostocker Gymnasiasten durch Dr. Thilenius (1868), welche im Mittel fast 31 % Kurzsichtige aufweist, steigend vom Minimum (11 %) in Sexta bis zum Maximum (48 %) in Untersecunda, oder im Mittel unter fünf Schülern zwei mit ungesunden Augen. Verf. giebt noch die Untersuchungsresultate eines amerikanischen Arztes, nach welchem die Kurzsichtigkeit vom 6. bis zum 21. Jahre sich steigert: in Amerika von 4 bis

26 %, in Russland von 11 bis 44 %, in Deutschland von 10 bis 63 %. Die Redaction schildert in einer „Nachschrift“ mit sichtbarem Missfallen die „Reaction“, welche dieser (Stuttgart 1880) gedruckte Vortrag in den Reihen der wie es scheint „empfindlichen“ Rostocker Gymnasiallehrer provocirt hat und theilt noch mit ein „Eingesandt“ der „Mecklenburger Anzeigen“ (unterzeichnet mit: „Ein Lehrer“), welches Herrn Z. beistimmt und Mittel zur Abhülfe empfiehlt; die Redaction ergänzt dies durch Hinzufügung hygienischer Erfordernisse für Schulzimmer. — Der Red. Strack bespricht „Götze, die Ergänzung des Schulunterrichts durch praktische Beschäftigung“ und „N. N., die nationale Reform unserer höheren Lehranstalten“, erstere empfehlend, letztere wegen „Mangel an Consequenz“ tadelnd. — Der übrige reiche Inhalt des Doppelheftes behandelt meist Sprachliches.

Pädagogisches Archiv. Jahrg. XXII.

(Fortsetzung von diesem Jahrg. S. 88.)

Heft 10. Kuhr-Stettin tritt in dem Artikel „Zur Lateinfrage der Realschulen“ ein für Hebung des Latein an diesen Schulen durch Vermehrung der Stundenzahl (auf sechs wöchentlich) und durch Verbesserung der Lehrmethode, so dass der Realschulabiturient dem Gymnasialabiturienten hierin nicht nachstehe, und nur durch die Unkenntniss des Griechischen sich von ihm unterscheide, ein Deficit, das durch die tieferen und umfangreicheren Kenntnisse in Mathematik und Naturwissenschaften reichlich aufgewogen werde. — Recensirt sind die Rechenbücher von Immel, Harms und Kallius. Des letzteren „Münz-, Maass- und Gewichtssystem im Rechenunterricht für alle Rechenlehrer dargestellt“ erfährt neben Anerkennung auch Tadel des Recensenten (Rössler-Bremen); er sagt: „Ich finde keinen neuen Gedanken in der Schrift für verständige, strebsame Lehrer, wohl aber ein Stück Ueberhebung in dem Titel, wie überhaupt der Verfasser sich der Anklagen gegen die Rechenlehrer befleissigt.“ Dr. K. beruft sich aber auf seine Prüfung von 1000 Schülern für die Aufnahme nach Sexta (im Gymnasium des grauen Klosters zu Berlin), „kaum 10 Procent dieser Schüler konnten die dictirten (nie über die 100 000 hinausgehenden) Zahlen richtig nachschreiben“. Weiter sind besprochen die naturgeschichtlichen Lehrbücher resp. Leitfäden von Leunis-Frank und von Lüben (Bot.). Die Schulnaturgeschichte der ersteren Verf. (9. Aufl.) wird vom Recensenten (Kräpelin-Hamburg) ausführlich besprochen und „trotz seiner Verjüngung als unbrauchbar“ für den Schulunterricht bezeichnet, aber als „botanisches Nachschlagebuch“ für Mittellose empfohlen. Von Lüben wird zwar der botanische Theil (6. Aufl. bearbeitet von Alpers), nicht aber der zoologische (bearbeitet von Lürssen und Terks) empfohlen.

Jahrgang XIII.

Heft 1. Wiegand-Bockenheim giebt in „Erziehung als Wissenschaft“ die Quintessenz aus dem gleichnamigen Werke des Engländers Bain (Professor der Logik an der Universität zu Aberdeen), nach der Uebersetzung im 45. Bande der Brockhaus'schen internationalen wissenschaftlichen Bibliothek. Nach dem Verf. behandelt Bain in 10 Capiteln eigentlich das Thema: „Wie ist der Unterricht an unseren höheren Schulen erziehlich zu gestalten?“ Bain stellt am Schlusse den (5) Gründen für das gegenwärtige Unterrichtssystem (klassische Studien) andere (4) für das moderne (künftige) entgegen. — Hierauf folgt der mit unserem (S. 79 u. f.) gleichlautende Bericht über die Stettiner Sectionsverhandlungen. — Recensirt sind von Dr. Reidt die physikalischen Lehrbücher von Mousson (3. Aufl.), Budde (neu 1879) und Krist (9. Aufl.), von welchem letzteren wir bereits (XI, 218) die 10. Aufl. besprachen. —

Dr. Wolkenhauer-Bremen giebt — eine Ergänzung zu dem Artikel von Schlegel in unserer Zeitschrift (XI, 184) — eine Uebersicht der in Preussen gebrauchten geographischen Lehrmittel (Bücher, Atlanten); darnach dominiren der Schulatlas von Sydow (an 90 Anstalten)*) und Daniel (Leitfaden an 264 und Lehrbuch an 105 Anstalten). Ihm zunächst stehen Stieler (44) und Seidlitz.

Oesterreichische Zeitschrift für das Realschulwesen. Jahrg. V.

(Fortsetzung von ds. Jahrg. S. 89.)

Heft 9. Prosch-Weidenau spricht „über die humanistische Bildung an unseren**) Realschulen" und erörtert I. an der Hand österreichischer Lehrordnungen statistisch, wie nach und nach die Realschule gestrebt habe, das Gleichgewicht zwischen humanistischen und realistischen Lehrgegenständen herzustellen (gegenwärtig humanistische ca. 42 %, realistische 58 %), während beim Gymnasium die humanistischen noch vorherrschend seien***) (70 % und 30 %). Im II. Theile erörtert er, wie die Realschuljugend auch mit dem klassischen Alterthum vertraut gemacht werden könne und dass ein Concentrationspunkt, wie ihn die Gymnasien längst besitzen — die alten Sprachen — auch für die Realschule zu erstreben sei. Welcher „Punkt" dies sein solle, das wird nicht gesagt. [In neuerer Zeit findet dagegen die Ansicht immer mehr Geltung, dass — wie auch das Gymnasium lehrt — ein solcher „Concentrationspunkt" für eine Lehranstalt gerade verderblich sei und der „harmonischen Ausbildung" des Schülers, dem Hauptzweck der Erziehung und des Unterrichts, entgegenwirke. D. Red.] — In „Ein Beitrag zum Kopfrechnen" erörtert Villicus-Wien, dass beide Arten zu rechnen „selbständig nebeneinander" auftreten sollten, was nicht hindert, dass das schriftliche Rechnen durch das (leichtere) Kopfrechnen eingeleitet und vorbereitet werde. [Unsere Ansicht ist, dass beide sich gegenseitig unterstützen müssen. „Kein schriftliches Rechnen ohne Kopfrechnen!" Schwierige Fälle des Kopfrechnens oder praktische Regeln werden hinwiederum durch schriftliches Rechnen vorbereitet, geklärt und begründet.] — Wagner-Botzen verbreitet sich „über geometrische Constructionsaufgaben beim planimetrischen Unterrichte". Die Aufgaben seien fast in allen Lehrbüchern der Planimetrie zerstreut oder in Anhängen gegeben [vide Kambly!] — Sie sollten aber mit dem Systeme organisch verbunden sein †). Verf. empfiehlt von allen Sammlungen ganz besonders die von Lieber und v. Lühmann.

Es folgen noch: Jahresbericht des Vereins „Realschule" in Wien (bester Atlas für Mittelschulen, Orthographiefragen, französischer Unterricht, belgischer Unterrichts-Congress, Lehrmittel für Zeichnen, pädagogische Centralbibliothek), Reform des Mittelschulunterrichts in Frankreich, Ergebnisse bei den Lehramtsprüfungen im Jahrzehnt 1869—1879. — Recensirt sind: Lübens Naturgeschichte (bearbeitet von Lürssen und Terks) und Lockyer, Beobachtung der Sterne etc. (s. unsere Zeitschr. XI, 464 u. f.). — Journal- und Programmschau, Bibliographie.

Heft 10. Hinter einem ausführlichen und lesenswerthen Artikel über die französische Lectüre in den Realschulen von Bechtel erörtert Heinrich

---

*) Steht nach Wagner (Vorrede zur neuen Auflage von Guthes Geographie S. X—XI) nicht mehr oben an; nach ihm ist dieser Atlas von den Neustichen des Stielerschen überflügelt worden.

**) Verf. meint mit dem „unseren" jedenfalls nur die „österreichischen" Realschulen.

***) Verf. vergisst (oder übersieht?) hier wohl, dass strenggenommen die Ausdrücke „humanistisch" und „realistisch" falsch oder irrthümlich sind, wenigstens zu falschen Deutungen Veranlassung geben. (S. Rossmäsler über den naturgeschichtlichen Unterricht.) Besser ist die Benennung „sprachlich-geschichtlich" und „mathem.-naturw."

†) Wir meinen, dass es auch solche Bücher gebe, z. B. die tüchtigen Lehrbücher von Helmes (s. unsere Z. VII, 129 u. f. und IX, 301 u. f.) und von Junghans (ds. Jahrg. Heft 1, S. 50 u. f.).

Ritter von Zettmar-Marburg die Mängel der üblichen Definition des hydrostatischen Begriffs „Metacentrum". — Kuhn bespricht die auch von uns (XI, 390) mitgetheilten optischen Durchschnittsmodelle Hofers. — Erziehungsgesetz für den Canton Luzern. Regulativ für die österreichischen Landwirthschaftslehrer. — Recensionen: Gerster, Geographische Anschauungslehre (Steinhauser), Lürssen, Medicinisch-pharmaceutische Botanik (Hanausek), Schumann-Gantzer, Stereometrie (Wagner). Gabelsbergersche stenographische Bibliothek, Journal- und Programmschau, Bibliographie.

Zeitschrift für Schulgeographie, Jahrg. II.

(Fortsetzung von ds. Jahrg. Heft 1. S. 91.)

Heft 1. Klöden-Berlin anknüpfend an Zehdens Aufsatz („das geogr. Cabinet" Heft 5, S. 193) plaidirt für „geographische Wandbilder", für welche er während seiner 44jähr. Lehrthätigkeit viel gesammelt hat. Das Project, die Sammlung zu veröffentlichen, scheiterte an der Sprödigkeit der Buchhändler und an dem Widerstande des preuss. Unterrichtsministeriums, er will aber andere Kräfte zur Ausführung des verunglückten Projects hierdurch anregen. — Steiner-Wien bespricht ein Requisit des geogr. Cabinets „die Reliefkarten und ihre Verwendung beim Unterricht". — Kienitz-Karlsruhe behandelt „die einfachste zeichnende Methode des geogr. Unterrichts" mit Hinweis auf die Kaufmann-Maserschen Faustzeichnungen. — Wolkenhauer-Bremen giebt „topographische Parallelen" (Köln = deutsches Rom, Aden = Gibraltar des Ostens etc.) Von anonymen Verfassern sind die Aufsätze: „Die Art der Gletscherbewegung nach Dr. Klockes Versuchen" und „Zur Einführung in das Verständniss der Karten auf Grund der Heimathskunde". Interessant ist das unserm Capitel „Incorrectheiten" analoge „Erbsünden". Es enthält: Bedeutung und Ursprung von Namen (Basel, Mäusethurm bei Bingen, Rennsteig, Lutetia Parisiorum) und falsche Benennungen oder Angaben (Vereinigte Staaten von Nord- [!] Amerika, Neue-Welts-Berge, Nullmeridian, Cap Matapan südlichster Punkt von Europa).

Notizen: Regelm. Gestalt der Continente, Temperatur der Sonne, geogr. Lehrbücher in Preussen, Postbeförderung auf Grönland, Grösse der Jordanseen, Resultate neuerer Zählungen.

Literatur: Chavanne, Sahara. Lippert, Oberfläche der Erde. Obentraut's Jugendbibliothek. Polack, kl. geogr. Skizzen und Bilder (1878) und Zink, Handreichung in der Geographie für Volksschulen 5. Aufl. (1880), geogr. Bücher für den Elementarunterricht, in denen eine Menge bedauerlicher Fehler und Mängel enthalten sind. — Bibliographische Rundschau (Zeitschriften, Karten). Beantwortung von Anfragen.

Miscellen.

Mittel gegen Raubinsecten in Sammlungen

von W. v. Reichenau (Mainz).

(Mitgetheilt von Dr. Ackermann.)

Man löse in einem Liter Petroleum eine handvoll Naphtalinkrystalle und spritze diese Lösung mit Hülfe einer Inhalationsflasche auf die zu schützenden Objecte. Vögel und Wollthiere werden gegen den Strich besprengt. Die Farben verändern sich durch das genannte Mittel nicht. In Insectenkästen streue man die Naphtalinkrystalle (gereinigtes weisses, nicht gelbes N.) einfach zwischen die Nadeln.

(Zool. Anz. II, S. 573.)

Preisaufgaben.

Durch die Güte des Herrn Dr. Ackermann-Cassel wurde uns zugesandt:

Programme de la Société Batave de Philosophie experimentale de Rotterdam,

welche Gesellschaft (11. September 1880) aus dem Gebiete der Naturwissenschaften und der Technik 32 Aufgaben stellt. Letzter Eingabetermin 1. Februar 1882. Preismedaille in Gold (30 Ducaten). Genauere Bedingungen wolle man im angef. Programme selbst nachlesen.

Briefkasten.

Hr. Tr. in C. Behandlung der Geometrie nach den Errungenschaften von Gergonne, Poncelet, Möbius, Steiner, Paulus, mit consequenter Beachtung der Dualität, Symmetrie, Centralprojection, Lagenbeziehung, Bewegung in der Philol.-Vers. Später Bericht. (Hat das Alles nicht schon H. Müller?)

Hr. M. in F. (Schl.) Sollten wir keinen anderen Berichterstatter für H.-O.-Br. und für Schl.-H. mit H. finden, dann werden wir interimistisch von Ihrem Anerbieten Gebrauch machen.

Hr. Schl. in W. Progr.-Sch. von M. erh. — Freuen uns über Ihre Zustimmung zu unseren Bemühungen bezüglich der Naturf.-Vers. Diese Bemühungen haben aber ihr Ende erreicht. — Rec. Sch. gemeinschaftlich mit K. — Antrittsrede von H. nun erh.

Hr. Prof. Ang. Forti-Pise und Lancaster-Bruxelles. Werden Ihre Wünsche mit Vergnügen erfüllen.

Hr. H. in H. „Kindlich einfacher Beweis" etc. „Darstellung der Theorie der reciproken Radienvectoren und der Kreisverwandtschaft vom Imaginären aus" in einer für die Prima geeigneten Form, nur dann, wenn schulgemäss.

Hr. R. H. in H. „Eine Lösung des Problems der Trisection eines Winkels." Wir haben von diesem Artikel noch mehr „auf Lager". Wir bitten Sie, vorerst die in unserer Zeitschrift dieses Thema bereits behandelnden Artikel III, 215 u. f. und IV, 176 (Hippauf), III, 537 (Albrich), V, 64 (Sidler) und besonders V, 226 (Curtze) zu lesen und dann die Vorzüge Ihrer Lösung vor diesen vergleichend anzugeben.

Hr. P. in B. Ihren Artikel „Das Frühlingsäquinoctium zur Zeit Cäsars und zur Zeit des Concils zu Nicäa" mit Rücksicht auf Mädlers Astronomie (S. 614) und Dr. Picks Recension (XI, 460 Anm.) werden wir erst dem gen. Rec. vorlegen.

HHrr. M. in M., M. in N., L. in St. Es freut uns, dass unsere Lection, die wir Hrn. K. gaben, bei Rectoren, Schulräthen und Prüfungscommissionen eine erfreuliche Wirkung hervorgebracht hat, und dass man mit uns die mathematische Seminarliteratur mit Interesse verfolgt. Wir danken daher auch den Herren für die Ablieferung einer Anzahl von „Böcken" in unser Gehege.

Hr. K. in Br. Aeusserung von N. „Verlassen Sie sich darauf, dass R. seine Abhandlung selbst nicht verstanden hat" — vielleicht zutreffend?

Zur Programmschau und Bibliographie.

Hr. R. R. in H. Die provisorische Uebernahme der Progr.-Sch. für W. enthebt uns nicht der Sorge um die definitive. Uebrigens sind nicht alle deutschen Länder im Progr.-Tausch. Werthlose Programme sind eben auch als solche bekannt zu machen, das ist ein Stimulus.

Progr. erhalten von den Ref. für Mecklenburg, Hessen-Nassau, Rheinprovinz.

Hr. A. in C. Bibliogr. Jan. und Mitth. erh.

Hr. M. in A. Danken für Uebernahme der Schweizer Progr.-Sch. Zur Einrichtung einer „Section für mathem.-naturw. Unterr. der schweiz. naturf. Gesellschaft“ unsern Glückwunsch. Wir bitten s. Z. um ein Referat.

Zum Aufgaben-Repertorium.

Hr. C. in O. (138—141 gel. und 143.)

Hr. B. in L. (121—124 und 134.)

Hr. C. in Holland. (128. 130. 134.)

Hr. St. in B. (136—144 und zwei neue Aufg.) und Lös. 125—134 Druckf. Brocard. Auch Dank für Beifall zu unserem Determinanten-Art.

Hr. G. in A. und A. in A. (Bayern) neue Aufg.

Hr. H. in H. Nachtrag.

Hr. Dr. St. in D. Br. spät erh. Aufg. mit L. Das Uebrige brieflich.

Hr. v. S. in S. Aufgaben erh.

Hr. C. in O. Bem. zu den Aufg. aus Fachzeitschr.

Hr. Prof. Dr. G. in A. Beitrag zum A.-R. erh.

Hr. F. in U. „Behandlung der Lichtbrechung im Gymnasialunterricht“ erh. Findet Aufnahme.

Hr. W. in Berlin. Dank für das Ex. der Diff.- und Int.-R.

Hr. E. in H. Sie sind mit unseren physik. Büchern und Kenntnissen der wissensch. Lehrer der Physik sehr unzufrieden. „Die Wissenschaft eilt der Schule 50 Jahre voraus!“ Ich bitte, Ihr Urtheil in einem Artikel zu begründen. Des Uebels Quell liegt doch wohl in der Kluft, die zwischen Schulunterricht und Hochschulunterricht liegt!?

Hr. R. F. in Budapest. Es freut uns von einem Ungarn — die ja in neuerer Zeit wieder einmal „in Deutschenhass machen“ — das Geständniss zu hören, dass die „magyarische wissenschaftliche Literatur jene Stufe der Entwickelung noch nicht erreicht hat, dass sie den ernstlich studiren wollenden (!) einen reichen Quell an — verschiedenen Zwecken dienenden — Geistesproducten bieten könnte“, und dass daher „der die wohlthätigen Früchte und Nutzen einer nationalen wissenschaftlichen Cultur ins Auge fassende Magyare genöthigt ist, vorläufig aus fremden Wissensquellen zu schöpfen“. Dieses etwas langathmige Geständniss dürfte besonders die „Wiener“ erfreuen! Ihre, vermuthlich durch eine Prüfungsarbeit veranlassten Fragen beantwortet Ihnen jedes gute Lehrbuch der Mathematik oder der Physik.

NB. Die Redaction bittet, Zuschriften an dieselbe hinreichend zu frankiren und kann sich auf Rücksendung von Manuscripten nur einlassen, wenn die Verfassser die nöthigen Briefmarken beilegen. — Ferner ersucht die Redaction die Herren Mitarbeiter, denen Correcturfahnen zur Revision zugesandt werden, dieselben, falls nicht ausdrücklich Anderes angeordnet ist, immer an die Redaction zurück zu senden, für den Fall der Rücksendung an die T. Druckerei aber die Redaction wenigstens (p. Postkarte) zu verständigen. Durch ein derartiges Versehen ist diesmal die Ausgabe d. Hfts. verzögert worden.

Bitte des Herausgebers dieser Zeitschrift.

Der Herausgeber dieser Zeitschrift erlaubt sich, an die Herren Fachgenossen, insbesondere an wissenschaftliche Seminar-Lehrer, welche seine „Vorschule der Geometrie“ (1. Lief. Halle, Nebert. 1874) bei ihrem geometrischen Unterrichte benutzt resp. demselben zu Grunde gelegt haben, die ergebene Bitte zu richten, ihre Erfahrungen darüber sowie auch über die zweite demnächst erscheinende (Schluss-) Lieferung dem Verfasser mitzutheilen. (Auch Mittheilung von Druckfehlern, Irrungen etc. wird dankbar entgegengenommen.)

Constructionen von Ellipsentangenten und Bestimmung ihrer Berührungspunkte mit Hülfe des Lineals, wenn die conjugirten Durchmesser der Curve bekannt sind.

Von A. Ernst, Lehrer an d. h. Gewerbeschule in Halberstadt.

Mit 2 Figuren im Text.

Vorwort.

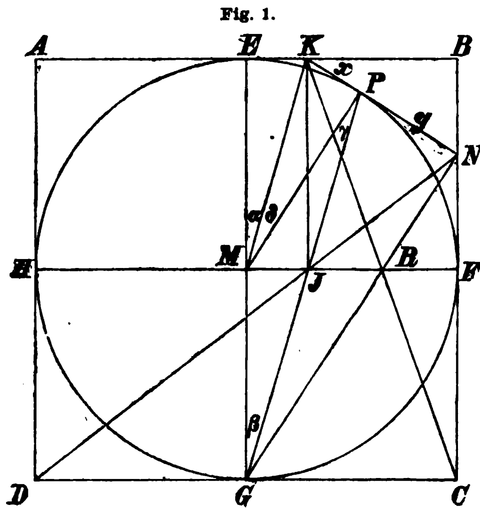
Die im Nachstehenden aufgestellten Sätze über die Construction von Ellipsentangenten und die Bestimmung ihrer Berührungspunkte mit Hülfe des Lineals passen sich dem Unterrichtsgebiet der Ober-Classen der höheren Gewerbeschulen, beziehentlich Realschulen I. O. an, und dürften auch noch in den elementaren mathematischen Vorlesungen an technischen Hochschulen Berücksichtigung verdienen. Die Herleitung der Sätze aus den projectivischen Beziehungen der Ellipse zum Kreise gehört in den Rahmen der elementaren darstellenden Geometrie und setzt beim Schüler keine Kenntniss der analytischen Geometrie voraus, so dass an denjenigen Anstalten, welche die darstellende Geometrie vor der analytischen treiben, die Besprechung der bezüglichen Gesetze schon dem früheren Lehrgebiet überwiesen werden kann, und sich wichtige Eigenschaften der Ellipse schon vor einer allgemeineren analytischen Discussion der Kegelschnitte entwickeln lassen. In der analytischen Geometrie kann dann die zweite Behandlung der Lehrsätze als eine Ergänzung der früheren Anschauungen durchgenommen werden, oder diese zweite Methode bietet auch denjenigen Realschulen, welche den Unterricht in der darstellenden Geometrie gar nicht pflegen, einen Weg, diese theoretisch und praktisch wichtigen Constructionssätze zugänglich zu machen.

A. Projectivische Herleitung aus der Entwicklung analoger Sätze für die Kreistangenten und ihre Berührungspunkte.

Es sei (Fig. 1) $ABCD$ ein Quadrat, HF und EG dessen Mittellinien, P ein Punkt des dem Quadrat eingeschriebenen Kreises.

Lehrsatz: Zieht man vom Punkte P eines Kreises einen Strahl PG nach dem gegenüberliegenden Mittelpunkte einer Seite des umschriebenen Quadrats und durch den Schnittpunkt J dieses Strahles mit der zur Seite parallelen Quadratmittellinie zur andern Mittellinie eine Parallele JK, welche die P zunächstliegende Quadratseite in K schneidet, so ist KP eine Tangente an dem Kreise im Punkte P.

Fig. 1.



Beweis: Verbindet man K mit dem Kreismittelpunkte M, so ist $\triangle GMJ \cong MEK$, aus Gleichheit zweier Seiten und des eingeschlossenen Winkels, da nach Construction $MJ = EK$, mithin

$$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \beta.$$

Verbindet man auch P mit M, so ist $\triangle GMP$ gleichschenklig, demnach

$$\sphericalangle \beta = \sphericalangle \gamma;$$

ferner als Aussenwinkel $\alpha + \delta = \beta + \gamma$, also auch $= 2\beta$ oder $= 2\alpha$, d. h.

$$\sphericalangle \alpha = \sphericalangle \delta.$$

Dann ist aber $\triangle MEK \cong MPK$, abermals aus Gleichheit zweier Seiten und des eingeschlossenen Winkels, mithin $EK = KP$, und KP also in der That Tangente.

Verlängert man nun die Tangente KP bis zum Schnitt-

punkte N mit der Quadratseite BC, so liegen die drei Punkte NJD in einer Geraden.

Bezeichnet man nämlich die beiden Strecken, in welche die Tangente KN durch den Berührungspunkt P getheilt wird, KP mit x und PN mit y, so ist auch MJ und $EK = x$ und $FN = y$, und bezeichnet man schliesslich noch den Radius des Kreises, d. i. die halbe Quadratmittellinie oder die halbe Quadratseite mit r, so ist

$$KB = r - x, \text{ und } BN = r - y.$$

Wir erhalten demnach aus dem rechtwinkligen $\triangle NBK$

$$(x + y)^2 = (r - x)^2 + (r - y)^2$$

$$2xy = 2r^2 - 2rx - 2ry$$

$$y = \frac{r(r - x)}{r + x}.$$

Demnach ist

$$\frac{FN}{JF} = \frac{y}{r - x} = \frac{r(r - x)}{(r + x)(r - x)} = \frac{r}{r + x},$$

und andererseits auch $\frac{DH}{HJ} = \frac{r}{r + x}$, mithin da auch $\sphericalangle DHJ = \sphericalangle JFM$

$$\triangle JFN \sim \triangle JHD.$$

Daraus folgt schliesslich, dass auch $\sphericalangle HJD = \sphericalangle NJF$, und da diese mit den Scheiteln zusammenliegen, und HF eine Gerade ist, so muss auch DJN eine Gerade sein.

Wir erhalten aus diesen Betrachtungen den Satz:

Um im Punkte P eines Kreises eine Tangente zu construiren, verbinde man den Punkt mit dem Mittelpunkte G der gegenüberliegenden Seite eines dem Kreise umschriebenen Quadrats und ziehe von dem fernsten Endpunkte D dieser Seite einen Strahl durch den Schnittpunkt J jener Verbindungslinie mit der zur Quadratseite parallelen Quadratmittellinie, so schneidet dieser die durch den zweiten Endpunkt C der ersten Seite geführte Quadratseite CB im Durchgangspunkte N der gesuchten Tangente, welche somit durch die Linie PN bestimmt ist.

Verbindet man den Tangentenendpunkt K mit C, welcher die Quadratmittellinie HF in R schneidet, so ist

$$RF : KB = CF : CB = 1 : 2,$$

$$RF = \frac{1}{2} KB = \frac{1}{2} JF, \text{ da nach Construction } JF = KB.$$

Verbindet man den anderen Tangentenendpunkt N mit G, so muss auch NG durch R gehen.

Denn bezeichnen wir zunächst den fraglichen Schnittpunkt von NG mit HF mit R_1, so ist

$$R_1F : GC = NF : NC$$

und ebenso

$$JF : DC = NF : NC,$$

also

$$R_1F : GC = JF : DC$$

oder auch

$$R_1F : JF = GC : DC = 1 : 2$$

$$R_1F = \frac{1}{2} JF = RF.$$

Durch einfache Umkehrung des letzten Constructionsverfahrens und unter Berücksichtigung des Umstandes, dass die Strecke JF, welche der von G nach dem Tangentenberührungspunkte P gezogene Strahl auf der Quadratmittellinie abschneidet, wie eben bewiesen $= 2RF$ ist, ergiebt sich folgender Satz:

Zieht man vom Endpunkte C und Mittelpunkte G einer Quadratseite durch einen beliebigen Punkt R der parallelen Quadratmittellinie zwei Strahlen und verlängert den ersten bis zum Schnittpunkte K mit der parallelen gegenüberliegenden Quadratseite, den anderen bis zum Schnittpunkte N mit der durch den Endpunkt C der ersten Seite gehenden Quadratseite, so ist KN eine Tangente an dem dem Quadrat eingeschriebenen Kreise, und man findet den Berührungspunkt P dieser Tangente, indem man vom obigen Mittelpunkte G der ersten Quadratseite einen dritten Strahl GJ zieht, der die zur Seite parallele Quadratmittellinie im doppelten Abstande desjenigen des Kreuzungspunktes der Tangentenconstructionsstrahlen vom Endpunkte dieser

Linie schneidet und denselben bis zur Tangente verlängert.

Zusatz: Den Richtungspunkt J dieses Constructionsstrahles für den Berührungspunkt findet man, nach unseren obigen Untersuchungen, statt durch den Abstand $JF = 2RF$, auch einfach durch den Schnittpunkt des Verbindungsstrahles des Tangentenendpunktes N mit dem zweiten Endpunkte D der Quadratseite DC, welche die Basis des ganzen Constructionsverfahrens bildet.

Versetzt man die Construction in orthographische Projection, so geht dabei das Quadrat in ein Rechteck oder in ein allgemeines Parallelogramm über, der Kreis verwandelt sich in eine Ellipse, welche dem Rechteck, respective Parallelogramm eingeschrieben ist, die projicirten Quadratmittellinien bilden die Axen, beziehentlich conjugirten Durchmesser der Ellipse, und jede an den Kreis construirte Tangente projicirt sich in der Projection des Berührungspunktes als Tangente an der Ellipse in diesem Punkte.

Die Projectionen der Punkte, welche für die Kreistangenten-Construction in Betracht kommen, lassen sich nun ohne weiteres in dem Parallelogramm, welches die Projection des dem Kreise umschriebenen Quadrats darstellt, auffinden, da wir ausschliesslich Eck- und Mittelpunkte von Seiten der umschriebenen Figur als Ausgangspunkte der Construction benutzt haben, und die Punkte, welche auf den Mittellinien in Betracht kommen, durch Schnittpunkte gerader Strahlen festgelegt sind.

Wir können also die aufgestellten Sätze ohne weiteres auf die Construction von Ellipsentangenten und die Bestimmung ihrer Berührungspunkte übertragen, wenn wir nur überall statt Quadrat das Wort Rechteck, respective Parallelogramm, statt Kreis Ellipse setzen; und man ist mit Hülfe dieser Sätze in der Lage, die betreffenden Constructionen auszuführen, sobald die conjugirten Durchmesser einer Ellipse bekannt sind, da sich ja aus diesen zunächst sofort das zugehörige, der Ellipse umschriebene Parallelogramm, dessen Mittellinien die conjugirten Durchmesser bilden, construiren lässt.

Da das Gebiet der darstellenden Geometrie ein nicht ganz allgemein verbreitetes Zweigstudium bildet, so dürfte es von

Interesse sein, statt der projectivischen Uebertragung der entwickelten Sätze dieselben auch direct für die Ellipse nachzuweisen. Wir benutzen dazu den Weg der niederen analytischen Geometrie.

B. Directe analytische Beweisführung.

Es sei $ABCD$ ein Parallelogramm EG, und HF die Mittellinien desselben, also die conjugirten Durchmesser der Ellipse, welche sich dem Parallelogramm einschreiben lässt, und P ein Punkt der Ellipse.

Lehrsatz: Zieht man von einem Punkte P einer Ellipse einen Strahl nach dem gegenüberliegenden Endpunkte G eines conjugirten Durchmessers, und durch den Schnittpunkt J dieses Strahles mit dem anderen conjugirten Durchmesser HF eine Parallele zum ersten, JK, bis zum Durchschnitt mit der P zunächst liegenden Seite des umschriebenen Parallelogramms, so ist PK die Tangente der Ellipse im Punkte P.

Beweis: Wählt man die conjugirten Durchmesser als Coordinatensystem, MF als X-Axe, ME als Y-Axe, bezeichnet den halben conjugirten Durchmesser MF mit α, ME mit β und die Coordinaten des Punktes P mit x_1 und y_1, die von K mit x_2 und y_2, so ist nach Construction auch $MJ = x_2$, und $y_2 = \beta$. Dann folgt aus Dreieck GOP

$$x_1 : x_2 = \beta + y_1 : \beta \ldots\ldots \qquad \text{I.}$$

$$\frac{x_1}{x_2} - \frac{y_1}{\beta} = 1,$$

andererseits nach der Ellipsengleichung

$$\frac{x_1^2}{\alpha^2} + \frac{y_1^2}{\beta^2} = 1,$$

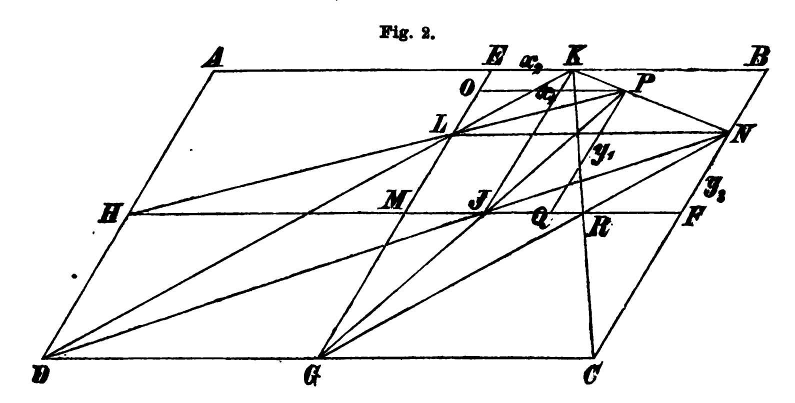
also

$$\frac{x_1}{x_2} - \frac{y_1}{\beta} = \frac{x_1^2}{\alpha^2} + \frac{y_1^2}{\beta^2}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{x_1^2}{\alpha^2} + \frac{y_1}{\beta}\left(1 + \frac{y_1}{\beta}\right) = \frac{x_1^2}{\alpha^2} + \frac{y_1}{\beta}\left(\frac{\beta + y_1}{\beta}\right)$$

$$1 = \frac{x_1 x_2}{\alpha^2} + \frac{y_1}{\beta} \cdot \frac{\beta + y_1}{\beta} \cdot \frac{x_2}{x_1}.$$

Fig. 2.



Nach Gleichung I. aber $(\beta + y_1)\, x_2 = \beta x_1$, also

$$\frac{x_1 x_2}{\alpha^2} + \frac{y_1}{\beta} = 1.$$

Dies ist aber die Gleichung einer Ellipsentangente, bezogen auf die conjugirten Durchmesser, welche in ihrer allgemeinen Form $\frac{x_1 x_2}{\alpha^2} + \frac{y_1 y_2}{\beta^2} = 1$ lautet, und für den hier vorliegenden Fall, dass $y_2 = \beta$ übergeht in die Form unserer obigen Gleichung

$$\frac{x_1 x_2}{\alpha^2} + \frac{y_1}{\beta} = 1.$$

Der eben bewiesenen Construction ganz analog ist die Verbindung von P mit dem gegenüberliegenden Endpunkte H des anderen conjugirten Durchmessers, wodurch GE in L geschnitten wird. Eine Parallele durch L zu HF liefert dann in ihrem Schnittpunkte N mit der Parallelogrammseite CB abermals einen Punkt der Tangente.

Bezeichnet man die Coordinaten von N mit y_3 und x_3, so ist auch $ML = y_3$, und hier $x_3 = \alpha$.

Aus $\triangle HPQ$ folgt dann

$$y_1 : y_3 = \alpha + x_1 : \alpha \ldots\ldots \qquad \text{II}$$

also

$$\frac{y_1}{y_3} - \frac{x_1}{\alpha} = 1 = \frac{x_1^2}{\alpha^2} + \frac{y_1^2}{\beta^2},$$

und hieraus schliesslich durch die analogen Umformungen, wie oben

$$\frac{y_1 y_3}{\beta_2} + \frac{x_1}{\alpha} = 1,$$

abermals die Tangentengleichung der Ellipse, für den Specialfall, dass $x_3 = \alpha$.

Folgerungen: Die drei Punkte NJD liegen in einer Geraden. Dies beweist sich aus der Aehnlichkeit des $\triangle JFN$ und $\triangle JHD$.

Es ist $FN : JF = y_3 : \alpha - x_2$.

Nach Gleichung I.

$$x_2 = \frac{\beta x_1}{\beta + y_1},$$

also

$$\alpha - x_2 = \frac{\alpha\beta + \alpha y_1 - \beta x_1}{\beta + y_1},$$

und nach Gleichung II.

$$y_3 = \frac{\alpha y_1}{\alpha + x_1},$$

mithin

$$\frac{FN}{JF} = \frac{\alpha y_1}{\alpha + x_1} \cdot \frac{\beta + y_1}{\alpha\beta + \alpha y_1 - \beta x_1}.$$

Ebenso ist

$$\frac{DH}{HJ} + \frac{\beta}{\alpha + x_2} = \frac{\beta}{\alpha + \frac{\beta x_1}{\beta + y_1}} = \frac{\beta(\beta + y_1)}{\alpha\beta + \alpha y_1 + \beta x_1},$$

demnach

$$\frac{FN}{JF} \cdot \frac{HJ}{DH} = \frac{\alpha y_1}{\alpha + x_1} \cdot \frac{\beta + y_1}{\alpha\beta + \alpha y_1 - \beta x_1} \cdot \frac{\alpha\beta + \alpha y_1 + \beta x_1}{\beta(\beta + y_1)}$$

$$= \frac{\alpha^2\beta y_1 + \alpha^2 y_1^2 + \alpha\beta x_1 y_1}{\alpha^2\beta^2 + \alpha^2\beta y_1 - \alpha\beta^2 x_1 + \alpha\beta^2 x_1 + \alpha\beta x_1 y_1 - \beta^2 x_1^2}.$$

Nach der Ellipsengleichung

$$\frac{x_1^2}{\alpha^2} + \frac{y_1^2}{\beta^2} = 1$$

ist aber

$$\alpha^2\beta^2 - \beta^2 x_1^2 = \alpha^2 y_1^2.$$

Durch Einsetzung dieses Werthes und Zusammenziehungen ergiebt sich mithin

$$\frac{FN \cdot HJ}{JF \cdot DH} = \frac{\alpha^2\beta y_1 + \alpha^2 y_1^2 + \alpha\beta x_1 y_1}{\alpha^2\beta y_1 + \alpha^2 y_1^2 + \alpha\beta x_1 y_1} = 1,$$

und demzufolge, da auch noch $\sphericalangle JFN = JHD$,

$$\triangle DHJ \sim \triangle NFJ.$$

Daraus folgt weiter, dass $\sphericalangle HJD = \sphericalangle NJF$, und da dieselben mit den Scheiteln zusammenliegen, und HF eine Gerade ist, so muss auch DJN eine Gerade sein. Q. e. d.

Ganz analog ist der Beweis, dass $\triangle LEK \sim \triangle LGD$, und daraus folgt in derselben Weise, dass auch DLK eine Gerade ist.

Wir können daher nunmehr folgenden Satz aussprechen:

Um in einem Punkte P einer Ellipse eine Tangente an dieselbe zu construiren, verbinde man diesen Punkt mit dem gegenüberliegenden Endpunkte G eines conjugirten Durchmessers und ziehe vom fernsten Eckpunkte D des zugehörigen umgeschriebenen Parallelogramms durch den Schnittpunkt J des ersten Strahles mit dem zweiten conjugirten Durchmesser einen zweiten Strahl DJ, so geht dieser durch den Durchgang N der gesuchten Tangente mit der Parallelogrammseite CB, bestimmt also die Tangente in der Linie PN.

Man könnte nach den obigen Andeutungen und dem allgemeinen Wortlaute des Textes dieses Satzes auch P mit dem gegenüberliegenden Endpunkte H des zweiten conjugirten Durchmessers FH verbinden und dann durch den Schnittpunkt L dieses Strahles mit dem Durchmesser GE abermals von dem fernsten Eckpunkte D des Parallelogramms einen zweiten Strahl ziehen, welcher auf der Seite AB den Punkt K der Tangente bestimmen würde.

Setzt man die Untersuchung weiter fort und verbindet K mit C, wodurch MF in R geschnitten wird, so ist

$$RF : KB = CF : CB = 1 : 2,$$

und da nach Construction

$$JF = KB,$$

so ergiebt sich

$$RF = \frac{1}{2} JF.$$

Durch denselben Punkt R muss aber auch die Gerade GN gehen, denn bezeichnen wir vorläufig den Schnittpunkt dieser Geraden auf MF mit R_1, so ist

$$R_1F : GC = NF : NC$$

und

$$JF : DC = NF : NC,$$

also

$$R_1F : GC = JF : DC,$$

oder auch

$$R_1F : JF = GC : DC = 1 : 2,$$

$$R_1F = \frac{1}{2} JF = RF.$$

Aus diesen Ermittelungen folgt der Satz:

Wenn man vom Endpunkte C und dem Mittelpunkte G einer Parallelogrammseite durch einen beliebigen Punkt R der parallelen Parallelogrammmittellinie zwei Strahlen zieht und den ersten bis zum Schnittpunkte K der parallelen gegenüberliegenden Seite, den anderen bis zum Schnittpunkte N mit der durch den Endpunkt C der ersten Seite gehenden Parallelogrammseite führt, so bildet die Verbindungslinie dieser Schnittpunkte eine Tangente an der dem Parallelogramm eingeschriebene Ellipse.

Dieser Satz gestattet durch Wiederholung des Constructionsverfahrens ein sehr leichtes Verzeichnen einer beliebigen Anzahl von Umhüllungstangenten und gewinnt für das praktische technische Zeichnen eine nützliche Anwendbarkeit durch die gleichzeitige einfache Bestimmbarkeit des Berührungspunktes jeder Tangente, wodurch das Aufsuchen von Kreisbogen, welche die durch eine Anzahl von Umhüllungstangenten bestimmte Ellipse genügend genau annähern, sehr erleichert wird.

Da nämlich, wie oben bewiesen, $JF = 2RF$ ist, und der Strahl GJ die Tangente KN im Berührungspunkte P trifft, so kann man dem obigen Tangenten-Constructionssatz noch den Zusatz anfügen:

Zieht man vom Mittelpunkte G der ersten Parallelogrammseite noch einen dritten Strahl, so dass derselbe die parallele Parallelogrammmittellinie im doppelten Abstande desjenigen des Durchgangspunktes der Tangenten-Constructionsstrahlen vom Endpunkte

dieser Linie trifft, so geht dieser Strahl GJ nach dem Berührungspunkte dieser Tangente.

Zu beachten ist schliesslich, dass der Punkt J auf der Parallelogrammmittellinie, durch welchen der Constructionsstrahl für den Berührungspunkt der Tangente zu führen ist, nach unseren obigen Untersuchungen, statt die Strecke $JF = 2RF$ mit dem Zirkel abzutragen, sich auch direct mit Hülfe des Lineals bestimmen lässt, durch den Schnittpunkt des Strahles DN, welcher von dem fernsten Eckpunkte D des Parallelogramms nach dem Tangentenendpunkte N gezogen ist.

Verbindet man den anderen Endpunkt K der Tangente mit D, so ist durch den Schnittpunkt L dieses Strahles mit der Mittellinie GE von H eine Gerade zu ziehen, welche ihrerseits ebenfalls durch den Berührungspunkt P der Tangente NK geht.

Bemerkung der Redaction. Der Hr. Verfasser des vorstehenden Artikels will die Anwendung der hier abgeleiteten Sätze (Gesetze) auf die Centralperspective in einem späteren Artikel behandeln.

Kleinere Mittheilungen.

Ueber den Unterricht in der Combinationslehre.

Von Dr. Stammer in Düsseldorf.

Auffallend erscheint es, dass alle unsere Lehrbücher die Behandlung der Combinationen der der Variationen vorhergehen lassen, während doch die Division durch die Permutationszahl ein Fingerzeig sein müsste, dass es viel naturgemässer sei, von den Variationen zu den Combinationen überzugehen. Diese andere Art der Behandlung, wie sie schon Noël in seinem Traité d'algèbre élémentaire giebt, erlaube ich mir hiermit kurz anzudeuten. Die Bezeichnungen sind der Aufgabensammlung von Heis entnommen.

A. Variationen. Hat man sämmtliche Variationen von n Elementen zur m^{ten} Classe $\left[\underset{m}{V}(n)\right]$ gebildet, so erhält man die Variationen derselben Elemente zur $(m+1)^{\text{ten}}$ Classe, indem man hinter jede der vorhandenen Complexionen der Reihe nach jedes der darin fehlenden Elemente setzt. Um die Richtigkeit dieser Behauptung zu zeigen, braucht man nur zu beweisen, dass keine der genannten Complexionen fehlt und auch keine doppelt gebildet worden ist. Es kann in der That z. B. die Complexion $bcahg$ nicht fehlen, weil der Annahme nach unter den Variationen der um 1 niedrigeren Classe auch die Complexion $bcah$ gebildet war und später das Element g als eines der darin fehlenden Elemente dahinter gesetzt wurde. Ebenso wenig kann diese Complexion zweimal vorkommen, denn sonst wäre entweder $bcah$ zweimal gebildet gewesen oder man hätte das Element g zweimal derselben Complexion angefügt.

Auf die angegebene Weise bildet man $n-m$ Complexionen aus jeder der vorhandenen, also

$$\underset{m+1}{V}(n) = (n-m)\,\underset{m}{V}(n).$$

Setzt man in diese Gleichung der Reihe nach $1, 2, 3$ bis $r-1$ für m ein und multiplicirt die so erhaltenen $r-1$ Gleichungen mit einander, so erhält man, da offenbar $\underset{1}{V}(n) = n$ ist,

$$\underset{1}{V}(n) = n\,(n-1)\,(n-2)\cdots(n-r+1).$$

B. Permutationen. Die Permutationen sind offenbar Variationen, deren Classe gleich der Anzahl der Elemente ist, mithin

$$P(n) = \underset{n}{V}(n) = n!$$

C. Combinationen. Aus der bekannten Gleichung

$$\underset{r}{V}(n) = \underset{r}{C}(n) \cdot P(r)$$

folgt unmittelbar

$$\underset{r}{C}(n) = \frac{\underset{r}{V}(n)}{P(r)} = \binom{n}{r}.$$

D. Combinationen mit Wiederholungen.

Da in sämmtlichen mir bekannten Lehrbüchern die Entwickelung der Formel für die Anzahl der Combinationen mit Wiederholungen nicht allen Anforderungen an mathematische Strenge genügt, da namentlich der Beweis durch Induction unvollständig bleibt, so erlaube ich mir, die von mir ausgearbeitete Darstellung hier mitzutheilen.

Ich gehe von dem bekannten Gedanken aus, dass man in jeder Complexion an Stelle der Wiederholungen erst ebenso viele neue (nicht unter den gegebenen befindlichen) Elemente eingeführt denkt, die dann durch das wiederholte Element ersetzt werden. Es kommen dadurch für jede Complexion zur r^{ten} Classe höchstens $r - 1$ neue Elemente hinzu; so wird man zur Vermuthung geführt, dass die Anzahl der Combinationen mit Wiederholungen gleich der Anzahl der Combinationen ohne Wiederholungen aber für eine um $r - 1$ grössere Zahl von Elementen sein muss. Es ist demnach die Richtigkeit der Gleichung

$$\overset{w}{\underset{r}{C}}(n) = \underset{r}{C}(n + r - 1) \quad \ldots\ldots \quad (\text{I})$$

zu untersuchen.

Dass die Gleichung für jedes r richtig ist, wenn $n = 1$ oder $n = 2$, ist leicht einzusehen. Es ist also noch der Schluss von n auf $n + 1$ zu machen. Geht man von den Combinationen der n Elemente zur r^{ten} Classe mit Wiederholungen zu denen von $n + 1$ Elementen zu derselben Classe über, so erhält man offenbar folgende Gruppen von Complexionen:

I. Alle Combinationen mit Wiederholungen der n alten Elemente, welche das neue $(n + 1)^{\text{te}}$ nicht enthalten;

II. Alle Combinationen der $n + 1$ Elemente, in denen das neue Element einmal vorkommt; sie werden erhalten, indem man dasselbe hinter jede der Combinationen mit Wiederholungen der alten Elemente zur $(r - 1)^{\text{ten}}$ Classe setzt.

III. Alle Combinationen, welche das neue Element zweimal enthalten; man bekommt sie, indem man dasselbe zweimal hinter jede der Combinationen der alten Elemente zur $(r-2)^{\text{ten}}$ Classe setzt;

IV. u. s. w.; endlich die Complexion, welche nur das neue Element $r$mal enthält.

Aus dieser Entwickelung entsteht die Gleichung

$$\overset{w}{\underset{r}{C}}(n+1) = \overset{w}{\underset{r}{C}}(n) + \overset{w}{\underset{r-1}{C}}(n) + \overset{w}{\underset{r-2}{C}}(n) + \cdots + \overset{w}{\underset{1}{C}}(n) + 1 \quad . \; . \quad \text{(II)}$$

Wendet man auf die einzelnen Glieder der rechten Seite dieser Gleichung die Gleichung (I) an, deren Richtigkeit für n vorausgesetzt wird, so lautet sie:

$$\overset{w}{\underset{r}{C}}(n+1) = \underset{r}{C}(n+r-1) + \underset{r-1}{C}(n+r-2) + \underset{r-2}{C}(n+r-3) + \ldots + \underset{1}{C}(n) + 1 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(III)}$$

Nun ist aber bekanntlich allgemein (entweder als Eigenschaft der Binomialcoefficienten oder aus der Bildung der Combinationen ohne Wiederholungen hervorgehend):

$$\underset{s}{C}(m+1) = \underset{s}{C}(m) + \underset{s-1}{C}(m).$$

Setzt man hierin der Reihe nach $m = n+r-1,\; n+r-2, \cdots$ bis n und zugleich $s = r,\; r-1 \cdots$ bis 1, so erhält man die r Gleichungen:

$$\begin{aligned}
\underset{r}{C}(n+r) &= \underset{r}{C}(n+r-1) + \underset{r-1}{C}(n+r-1)\\
\underset{r-1}{C}(n+r-1) &= \underset{r-1}{C}(n+r-2) + \underset{r-2}{C}(n+r-2)\\
\underset{r-2}{C}(n+r-2) &= \underset{r-2}{C}(n+r-3) + \underset{r-3}{C}(n+r-3)\\
\underset{r-3}{C}(n+r-3) &= \underset{r-3}{C}(n+r-4) + \underset{r-4}{C}(n+r-4)\\
&\text{— — — — — — — — — — — — — —}\\
\underset{1}{C}(n+1) &= \underset{1}{C}(n) + 1.
\end{aligned}$$

Die Addition dieser Gleichungen liefert:

$$\underset{r}{C}(n+r) = \underset{r}{C}(n+r-1) + \underset{r-1}{C}(n+r-2) \cdots + \underset{1}{C}(n) + 1.$$

Hierdurch wird die Gleichung (III) zu:

$$\overset{w}{\underset{r}{C}}(n+1) = \underset{r}{C}(n+r) = \underset{r}{C}(n+1+r-1),$$

wodurch der Satz bewiesen ist.

Zu v. Schäwens Aufsatze in IX, 117.

Im 26. Jahrg. der Schlömilchschen Zeitschr. f. Math. u. Ph. Heft 2. Histor.-lit. Abth. S. 36 geht Prof. Dr. Matthiessen-Rostock in seinem Aufsatze „Die Methode Tá jàn im Süán-king von Sun-tsè“ auf die in unserer Zeitschr. IX, 117 gegebene Methode der Behandlung des sogen. Restproblems ein und sagt, es sei dort „der Fall der Unmöglichkeit der Aufgabe (soll wohl heissen „Unmöglichkeit der Lösung“?) nicht berücksichtigt.“ Der Verf. rechnet dort vier Beispiele, unter denen das dritte von Hrn. v. Schäwen ist (s. IX, 117 No. 3 unten). Wir wollen die Hrn. Collegen, welche sich für diesen Zweig der Arithmetik interessiren, hiermit auf jenen Aufsatz aufmerksam gemacht haben, den übrigens Hr. M. schon in IX, 368 avisirte. D. Red.

Sprech- und Discussions-Saal.

Erwiderung auf Dr. Diekmanns Aufsatz. (Heft 2. S. 95 u. f.)

Auf den Aufsatz des Hrn. Diekmann (S. 96 ff.) erwidere ich Folgendes: Es war mir in Stettin weder darum zu thun, Hrn. Diekmanns Aufsatz (XI. 173) zu kritisiren, noch „die Determinanten zum Falle zu bringen“. In der That wünschte ich die Ansicht der dort versammelten Fachcollegen über eine Frage zu hören, die jetzt bekanntlich vielfach besprochen wird, ob die Determinanten in den Gymnasialunterricht aufzunehmen seien oder nicht. Ueber die ausserordentliche Wichtigkeit der Determinanten zur allgemeinen Lösung wissenschaftlich interessanter Fragen in einer solchen Versammlung auch nur ein Wort zu verlieren, würde ich für sehr anmassend gehalten haben. Daher erliess, nachdem ich meine Bedenken gegen die Einführung der Determinanten auf Gymnasien kurz motivirt, der Herr Vorsitzende auf meinen besonderen Wunsch die Aufforderung, dass doch jemand aus der Versammlung für dieselben sprechen möge, *ut audiretur et altera pars.* Nicht um ein Richteramt zu üben, sondern um Belehrung zu empfangen, habe ich den Gegenstand, den ich übrigens schon in der vorherigen Sitzung angeregt, zur Sprache gebracht, und in dieser bescheidenen Weise glaube ich auch gesprochen zu haben. Ebenso wenig habe ich eine „Kritik“ des betr. Aufsatzes des Hrn. Diekmann liefern wollen. Ich erkenne den Werth seiner Arbeiten auf diesem Gebiete gern an, habe dies auch an anderem Orte gethan. Die Frage war für mich die wesentlich praktische: Ist der Vortheil, den die Determinanten dem mathematischen Gymnasialunterrichte gewähren würden, gross genug, um die erhebliche, dazu erforderliche Zeit und Mühe

darauf zu verwenden? Und da will es mir bis jetzt scheinen (ich bin der Belehrung durchaus zugänglich), dass für die Aufgaben, welche in unseren Gymnasien zu lösen sind, der Umweg, den die Einführung der Determinanten macht, und, weil sie eben eine allgemeine Lösung bringt, zu machen genöthigt ist, dem gewöhnlichen Verfahren nicht vorzuziehen sei, welches überdies an Durchsichtigkeit nichts zu wünschen übrig lässt. Nun fragt Hr. D.: welches ist das gewöhnliche Verfahren? Da er sich auf diejenigen Aufgaben beschränkt, die er in seinem Aufsatze anführt, so brauchte er nur in Bardeys Aufgabensammlung nachzusehen. Ist eine Gleichung linear, oder lässt sich durch eine einfache Verbindung der gegebenen Gleichungen eine solche lineare leicht herstellen, so führt die Substitutionsmethode ohne weiteres zum Ziel. Sind aber die Gleichungen von der Form I oder III, die Hr. D. angiebt (denn I und II sind ja dieselben, und ich begreife nicht recht, wie man dieselben als zwei verschiedene aufstellen kann), so hat man die erste Gleichung mit μ zu multipliciren und von der zweiten zu subtrahiren, wodurch man sofort eine quadratische Gleichung für x, oder y, oder $\frac{x}{y}$ erhält; und dies leuchtet auf den ersten Blick ein, so dass es dazu keiner Kunstgriffe bedarf. Insofern habe ich geglaubt, das Resultat „dürftig“ nennen zu können, weil in der That das gewöhnliche Verfahren für die Lösung dieser nach der Ansicht des Hrn. D. an unseren Schulen allein zur Behandlung kommenden Aufgaben, ebenso wie der später S. 179 und 180 aufgeführten, sich mit zwei Zeilen ohne alle Kenntniss der Determinanten geben lässt. Ich hatte nämlich gehofft, der Verf. würde als Resultat seiner Untersuchung quadratische Gleichungen finden, deren Lösung ohne Determinanten nicht ganz einfach gewesen wäre, für deren Lösung also die Kenntniss derselben wünschenswerth sein würde. Als ich nun aber sah, dass er nur zu Gleichungen kam, für die sich das Verfahren in zwei Zeilen angeben lässt und auch die Ausführung ganz klar und einfach ist, da erschien mir das Resultat „dürftig.“ Ich wünsche Hrn. D. davon überzeugt zu haben, dass mir in Stettin eine Polemik gegen seine Person oder auch selbst gegen seinen Standpunkt fern gelegen hat. Ich habe schlechtweg meine Bedenken ausgesprochen und ausdrücklich gewünscht, Fachcollegen, die Erfahrungen auf diesem Gebiete gemacht, sich über die Sache äussern zu hören.

Wenn nun die Beantwortung der von Hrn. Diekmann gestellten allgemeinen Frage eine vollständige gewesen wäre, so würde immerhin das Resultat seiner Untersuchung werthvoll und der Ausdruck: „dürftig“ für dasselbe ungeeignet gewesen sein. Ich würde dann auch keinen Augenblick angestanden haben, ihn zurückzunehmen. Heute aber, wo ich die Sache genauer untersucht, muss ich ihn in der That aufrecht erhalten. Denn die Abhandlung des Hrn. Diekmann

gibt nicht entfernt eine vollständige Beantwortung der gestellten Frage. Es kommen nämlich zunächst zu den von Hrn. Diekmann angegebenen Formen noch folgende zwei hinzu: Heisst die erste Gleichung

$$ax^2 + 2bxy + cy^2 + 2dx + 2ey + f = 0,$$

so kann die zweite die Form haben

$$\mu ax^2 + 2\mu bxy + \mu cy^2 + 2d_1x + 2e_1y + f_1 = 0,$$

oder auch die Form

$$\mu ax^2 + 2b_1xy + c_1y^2 + 2\mu dx + 2e_1y + \mu f = 0,$$

oder, was dasselbe ist, die Form

$$a_1x^2 + 2b_1xy + \mu cy^2 + 2d_1x + 2\mu ey + \mu f = 0.$$

Für beide Fälle ist die Lösung ebenfalls so offenbar, dass es auch dazu keiner Determinanten bedarf. — Ferner kann ausser den von Hrn. D. aufgeführten Fällen, in denen schon die Natur der einen Gleichung allein die Lösung mittelst quadratischer Gleichungen zulässt — und zwar sind dies wiederum lauter Aufgaben, für die es wahrlich weder der Determinanten, noch besonderer Kunstgriffe bedarf — die Lösung durch quadratische Gleichungen erfolgen, wenn ganz unabhängig von der ersten Gleichung in der zweiten $\frac{a_1}{d_1} = \frac{b_1}{e_1} = \frac{d_1}{f_1}$ oder, was damit identisch ist, $\frac{b_1}{d_1} = \frac{c_1}{e_1} = \frac{e_1}{f_1}$ ist, und ferner, wenn in der zweiten $\frac{a_1}{b_1} = \frac{b_1}{c_1} = \frac{d_1}{e}$ ist. Im ersten Falle hat also die zweite Gleichung die Form

$$a_1x^2 + 2b_1xy + c_1y^2 + 2\mu a_1x + 2\mu b_1y + \mu^2 a_1 = 0,$$

im andern Falle die Form

$$a_1x^2 + 2\mu a_1xy + \mu^2 a_1y^2 + 2d_1x + 2\mu d_1y + f_1 = 0.$$

Auch für diese Formen, obgleich sie nicht so einfach sind, als die von Hrn. D. aufgestellten, bedarf es weder der Kunstgriffe, noch der Determinanten; denn die erste ergiebt eine quadratische Gleichung für $\frac{x + \mu}{y}$, die zweite für $x + \mu$.

Mit dem, was ich hier aufgestellt, glaube ich übrigens die Sache noch keineswegs erschöpft, aber doch Hrn. Diekmann überzeugt zu haben, dass der Ausdruck „dürftig“, den ich allerdings in Stettin in einem andern Sinne gebraucht, nicht unberechtigt gewesen ist, und dass diese Dürftigkeit keineswegs in der „Natur der Sache“, sondern in der Behandlung des Verf. gelegen hat. Ganz irrig ist aber die Behauptung des Hrn. Diekmann, die von ihm aufgestellten drei Gruppen, die in Wahrheit nur zwei sind,

umfassten die ganze Schaar specieller Formen, welche an unseren Schulen behandelt werden; eine Behauptung, die um so auffallender ist, als er auf S. 179 und 180 noch eine ganze Reihe anderer anführt, die nicht in jenen zwei Gruppen enthalten sind.*)

Züllichau, am 9. April 1881. Dr. Erler.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

112. (Gestellt von Schlömilch XI_4, 272; hier verkürzt.) Ein centrischer Kegelschnitt $A(x-u)^2 + B(y-v)^2 = 1$ werde parallel zu sich selbst so verschoben, dass seine Achsen unverändert bleiben und sein Mittelpunkt uv eine feste Gerade $Mu + Nv = L$ durchlaufe. Welche Curve berühren die zum Coordinaten-Anfangspunkt gehörigen Polaren?

Auflösung. Die Polare hat die Gleichung $Au(x-u) + Bv(y-v) + 1 = 0$; durch Substitution von $v = \frac{L - Mu}{N}$ wird dieselbe: (1) $AN^2u(x-u) + B(L-Mu)(Ny - L + Mu) + N^2 = 0$. Differenziren wir nach u, so erhalten wir für:

$$(2)\; u = \frac{AN^2x - BMNy + 2BLM}{2(AN^2 + BM^2)}.$$

Setzen wir dies in (1) ein, so lässt sich in allen Gliedern durch $N^2(AN^2 + BM^2)$ heben und wir erhalten als Gleichung der Umhüllungscurve: $(ANx - BMy)^2 + 4ABL(Mx + Ny) + 4(AN^2 + BM^2 - ABL^2) = 0$. Diese Gleichung stellt eine Parabel dar,

---

*) In seinem neuen Werke „Arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik" (Leipzig 1881, Teubner) sagt Bardey (S. 156):

„Die Determinanten zur Auflösung von Gleichungen zu benutzen, in welchen die Unbekannten Zahlencoefficienten haben, nicht ganz allgemeine, regelmässig gebildete Zahlzeichen, ist gänzlich unzweckmässig. Die Additionsmethode führt hier viel leichter und einfacher und folglich auch schneller und sicherer zum Ziele. Die Ausdrücke für die Unbekannten mit Hülfe von Determinanten hinzuschreiben ist leicht; dem Resultate ist man jedoch dadurch nicht näher gerückt als durch die Gleichungen selber. Bei den meisten Aufgaben, welche hierher gehören, hat es in der That etwas Komisches, mit dem Apparat der Determinanten ans Werk zu gehen; denn ein leidlich tüchtiger Rechner wird nach der Additionsmethode schon das Resultat selber haben, bevor sich mit Hülfe der Determinanten nur die Form des Resultates hinschreiben lässt."

D. Red.

die nur für $L = 0$ zu zwei (reellen oder imaginären) parallelen Geraden degenerirt.

Dr. W. Budde-Duisburg. Capelle-Oberhausen.

Dr. Budde macht folgenden Zusatz: Eine besondere Untersuchung erfordert der Specialfall $AN^2 + BM^2 = 0$, der aber nur bei der Hyperbel vorkommen kann. Eine der beiden Asymptoten ist dann die gegebene Gerade. Der obige Werth von u (2) ist dann nicht zu gebrauchen, vielmehr fällt u aus der Differentialgleichung heraus. Nehmen wir in diesem Falle als Gleichung der Hyperbel $\left(\frac{x-u}{a}\right)^2 - \left(\frac{y-v}{b}\right)^2 = 1$, der Asymptoten $bu \mp av = L$, so ist die Gleichung der Polare $\frac{u(u-x)}{a^2} - \frac{v(v-y)}{b^2} = 1$, oder nach Substitution des Werthes von v aus der Asymptotengleichung $bu(2L - bx \pm ay) = L^2 + a^2b^2 \pm Lay$. Das Resultat der Differenzirung ist dann direct $bx \mp ay = 2L$, d. h. eine Gerade, die der betreffenden Asymptote parallel und doppelt so weit vom Anfangspunkte entfernt ist, als diese.

113. (Gestellt von Schlömilch XI_4, 273.) Ein centrischer Kegelschnitt $Ax^2 + By^2 = 1$ dreht sich um seinen Mittelpunkt. Welche Curve wird von den Polaren eines festen Punktes gh berührt?

Auflösung. Eine Curve aus der Schaar hat die Gleichung $A(y\sin\alpha + x\cos\alpha)^2 + B(y\cos\alpha - x\sin\alpha)^2 = 1$, wo α der Drehungswinkel ist. Die Polare hat die Gleichung $\frac{A-B}{2}(gx - hy) \times \cos 2\alpha + \frac{A-B}{2}(hx + gy)\sin 2\alpha + \frac{A+B}{2}(gx + hy) - 1 = 0$. Differenziren wir diese nach α, so finden wir $\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{hx + gy}{gx - hy}$; und durch Elimination von α: $\left[\frac{A+B}{2}(gx + hy) - 1\right]^2 = \left(\frac{A-B}{2}\right)^2 \times (x^2 + y^2)(g^2 + h^2)$. Der entscheidende Ausdruck wird hier $(g^2 + h^2)^2 \left(\frac{A-B}{2}\right)^2 AB$, woraus die Natur der Curve leicht zu ersehen ist.

Budde. Capelle.

114. (Gestellt von Schlömilch XI_4, 273.) Aendert ein centrischer Kegelschnitt $Ax^2 + By^2 = 1$ seine Achsen so, dass deren geometrisches Mittel constant bleibt ($AB = C^2$), so berühren die Polaren eines festen Punktes gh eine concentrische gleichseitige Hyperbel.

Auflösung. Die Gleichung der Polare lautet $A^2gx + C^2hy - A = 0$; die Differenzirung nach A liefert $A = \frac{1}{2gx}$ und durch Substitution ergiebt sich $xy = \frac{1}{4ghC^2}$. Da der Coordinatenwinkel als ein rechter vorausgesetzt wird, so ist dies in der That eine gleichseitige Hyperbel.

Budde. Capelle.

115. (Gestellt von Schlömilch XI_4, 273.) Der Mittelpunkt eines Kreises uv durchlaufe eine feste Ellipse $\left(\frac{u}{a}\right)^2 + \left(\frac{v}{b}\right)^2 = 1$, während seine Peripherie immer durch den Ellipsenmittelpunkt geht; die Polaren eines festen Punktes gh berühren alsdann einen Kegelschnitt.

Auflösung. Die Gleichung des Kreises ist $(x-u)^2 + (y-v)^2 = u^2 + v^2$, die der Polare $x(g-u) + y(h-v) = gu + hv$; eliminiren wir aus dieser Gleichung und der der Ellipse v, so erhalten wir (1) $\left(\frac{u}{a}\right)^2 + \left[\frac{gx + hy - u(x+g)}{b(y+h)}\right]^2 = 1$. Differenziren wir diese Gleichung nach u, so ergiebt sich (2) $u = \frac{a^2(x+g)(gx+hy)}{a^2(x+g)^2 + b^2(y+h)^2}$. Setzen wir diesen Werth in (1) ein, so erhalten wir $(gx+hy)^2 = a^2(x+g)^2 + b^2(y+h)^2$. Der entscheidende Ausdruck wird hier $a^2h^2 + b^2g^2 - a^2b^2$; dieser ist $\gtreqless 0$, die gesuchte Curve also eine Hyperbel, Parabel oder Ellipse, je nachdem der Pol gh ausserhalb, auf oder innerhalb der gegebenen Ellipse liegt.

Budde. Capelle.

126. (Gestellt von Cardinaal XI_6, 433.) Einen Kegelschnitt zu construiren, wenn der Brennpunkt, eine Tangente, ein Durchmesser und die Richtung des zu letzterem conjugirten Durchmessers gegeben sind.

Auflösung. Tangente und Durchmesser schneiden sich in P, die gegebene Richtung schneide die Tangente in A und den Durchmesser in B. Zieht man von P die andere Tangente, welche AB in C trifft, so ist $AB = BC$; oder, wenn man durch P eine Parallele PD zur gegebenen Richtung zieht, so sind PD, PB, PA, PC harmonische Strahlen. Fällt man nun vom Brennpunkte auf beide Tangenten Lothe, so liegen die Fusspunkte derselben auf dem Kreise, welcher um den Mittelpunkt mit der grossen Halbachse beschrieben ist; und man erhält so einen Ort für den Mittelpunkt, welcher auch noch auf dem gegebenen Durchmesser liegt.

Fuhrmann-Königsberg i. Pr. Weinmeister I.-Leipzig.
Aehnlich Cardinaal-Tilburg.

127. (Gestellt von Cardinaal XI_6, 433.) Eine Parabel zu construiren, wenn der Brennpunkt, ein Pol und seine Polare gegeben sind.

1. Auflösung. A sei der gegebene Punkt, F der Brennpunkt; die Polare treffe AF in B und die Leitlinie in C, dann ist $CF \perp AF$. Die von C aus gezogenen Parabeltangenten stehen auf einander senkrecht, und da sie ferner mit CA und CB ein harmonisches Strahlbüschel bilden, so wird eine von ihnen $\angle ACB$ halbiren. Aus Brennpunkt und zwei Tangenten ist die Parabel leicht zu construiren.

Dr. Weinmeister I.-Leipzig.

2. Auflösung. C wie vorher bestimmt; zieht man von P einen Durchmesser, welcher die Parabel in E und die Polare in G trifft, dann ist $PE = EG$ und die Tangente in E parallel der Polare, also leicht zu construiren. Fällt man FH senkrecht auf die Tangente, so ist H ein Punkt der Scheiteltangente; und wird die Leitlinie in D getroffen, so ist $FH = HD$.

Cardinaal-Tilburg.

Herr Fuhrmann-Königsberg i. Pr. bemerkt ausserdem, dass AD Durchmesser ist und die Aufgabe von ihm schon in dem Programm der Realschule auf der Burg in Königsberg Ostern 1879 mitgetheilt ist. (S. XII_2, 154.)

129. (Gestellt von Schlömilch XI_6, 433.) Durch einen beliebigen Elipsenpunkt P_1 $(x_1 y_1)$ ist eine Normale gezogen, welche der Ellipse in einem zweiten Punkte P_2 $(x_2 y_2)$ begegnet; durch P_2 legt man eine neue die Ellipse in P_3 schneidende Normale u. s. f. Es soll nun untersucht werden, ob die Punkte P_1, P_2, $P_3 \ldots\ldots$ sich einer Grenzlage nähern oder nicht.

1. Auflösung. Die Gleichung der Normale in P_1 ist $\frac{a^2(x-x_1)}{x_1} = \frac{b^2(y-y_1)}{y_1}$. Setzen wir diese Grössen gleich λ, so giebt dies $x = x_1\left(1+\frac{\lambda}{a^2}\right)$ und $y = y_1\left(1+\frac{\lambda}{b^2}\right)$ (1). Combiniren wir diese Gleichungen mit der Ellipsengleichung, so erhalten wir eine Gleichung für λ, und durch Einsetzung des Werthes von λ in die beiden Gleichungen (1) die Coordinaten von P_2. Es ergiebt sich $\lambda = -\frac{2a^2b(b^4x_1^2+a^4y_1^2)}{b^6x_1^2+a^6y_1^2}$. Ist ϱ der der Normale parallele Durchmesser, so ist $\varrho^2 = \frac{a^2b^2(b^4x_1^2+a^4y_1^2)}{b^6x_1^2+a^6y_1^2}$, daher $\lambda = -2\varrho^2$. Somit ist $x_2 = x_1\frac{a^2-2\varrho^2}{a^2}$ und $y_2 = y_1\frac{b^2-2\varrho^2}{b^2}$. Es ist nur nöthig, den Werth von x_1 zu betrachten. Es ist $a > \varrho$, somit abgesehen vom Zeichen $\frac{a^2-2\varrho^2}{a^2} < 1$, also $x_2 < \pm x_1$, ebenso $x_3 < \pm x_2$ u. s. w. Da sich nun $\frac{a^2-2\varrho^2}{a^2}$ nicht der 1 nähern kann, so nähert sich x_n der Null, kann eventuell vorher 0 werden und bleibt dann 0. Es nähert sich somit die Normale der kleinen Achse. Die einzige Ausnahme ist der Fall, wenn $x_1 = a$ ist. Dann ist $\varrho = a$ und es wird $x_2 = -a$, $x_3 = a$ u. s. w.; d. h. die Normale bleibt die grosse Achse.

Fuhrmann-Königsberg i. Pr.

2. Auflösung. Die excentrischen Anomalien von P_1 und P_2 seien bezüglich φ und φ_1. Die Gleichung der Normale in P_1 ist dann $y\cos\varphi\sqrt{1-e^2} - x\sin\varphi + ae^2\sin\varphi\cos\varphi = 0$. Da sie durch P_2 geht, so ist $(1-e^2)\sin\varphi_1\cos\varphi - \cos\varphi_1\sin\varphi + e^2\sin\varphi\cos\varphi = 0$.

Daraus findet sich $\cos\varphi_1 = -\left\{1 - \frac{2e^2 \sin\varphi^2}{\sin\varphi^2 + (1-e^2)^2 \cos\varphi^2}\right\} \cos\varphi.$ Für $\varphi = 0$ ergiebt sich $\varphi_1 = 180^0$, d. h. die Normale fällt mit der grossen Achse zusammen. Für $\varphi = 90^0$ ergiebt sich $\varphi_1 = 270^0$, d. h. die Normale fällt mit der kleinen Achse zusammen. Wir nehmen $0 < \varphi < 90^0$ an. Dann lässt sich $\cos\varphi_1^2$ in folgende Form bringen:

$$\cos\varphi_1^2 = \left\{1 - 4e^2(1-e^2)\sin\varphi^2 \frac{\sin\varphi^2 + (1-e^2)\cos\varphi^2}{(\sin\varphi^2 + (1-e^2)^2\cos\varphi^2)^2}\right\}\cos\varphi^2.$$

Der Zähler des Bruches auf der rechten Seite ist grösser als die Quadratwurzel des Nenners und letztere < 1, daher hat man nothwendig $\cos\varphi_1^2 < \{1 - 4e^2(1-e^2)\sin\varphi^2\}\cos\varphi^2$; $\cos\varphi_2^2 < \{1 - 4e^2(1-e^2)\sin\varphi_1^2\}\cos\varphi_1^2$ u. s. w. Durch Multiplication dieser Ungleichungen erhält man $\cos\varphi_n^2 < \cos\varphi^2$ multiplicirt mit einer Reihe positiver Factoren, die alle < 1, und von denen jeder kleiner als der vorhergehende ist. Daher ist $\lim\cos\varphi_n^2 = 0$, d. h. die Normalen nähern sich immer mehr der kleinen Achse und fallen zuletzt mit ihr zusammen. Stoll-Bensheim.

130. (Gestellt von Schlömilch XI_6, 433.) Jemand vermuthet, dass der Umfang einer Ellipse mit den Halbachsen a und b gleich dem eines Kreises mit dem Radius $\sqrt{ab}$ sei. Man soll beliebig viele Ellipsen angeben, deren Umfang nach dieser Regel kleiner ausfallen müsste als der Umfang des Rhombus, dessen Ecken die Scheitel der Ellipse sind.

Auflösung. Es muss $2\pi\sqrt{ab} < 4\sqrt{a^2 + b^2}$ sein, oder wenn man $\frac{a}{b} = x$ setzt, so ist $\pi\sqrt{x} < 2\sqrt{1 + x^2}$, also $\left(x - \frac{\pi^2}{8}\right)^2 > \frac{\pi^4}{64} - 1$, mithin $x > \frac{\pi^2}{8} + \sqrt{\frac{\pi^4}{64} - 1}$.

Capelle-Oberhausen. Fuhrmann-Königsberg i. Pr. Hoch-Lübeck. Stoll-Bensheim. Grabig-Sorau.

131. (Gestellt von Schlömilch XI_6, 433.) Jemand vermuthet, dass der Inhalt der Ellipse mit den Halbachsen a und b gleich dem eines Kreises mit dem Radius $\frac{a+b}{2}$ ist. Man soll beliebig viele Ellipsen angeben, deren Inhalt nach dieser Regel grösser als das von den Achsen gebildete Rechteck ausfallen müsste.

Auflösung. Es muss $\left(\frac{a+b}{2}\right)^2\pi > 4ab$ sein; oder, wenn $\frac{a}{b} = x$ gesetzt wird, $x > \frac{8}{\pi} - 1 + \sqrt{\frac{64}{\pi^2} - \frac{16}{\pi}}$.

Capelle. Fuhrmann. Hoch. Stoll. Grabig.

B. Neue Aufgaben.

153. $\triangle ABC$ zu construiren aus a und γ, so dass $a^2 : u^2 = c : v$ wird, wenn u und v die Strecken sind, in welche c durch die γ halbirende Transversale getheilt wird und zwar u an β und v an α liegt. Dr. H. Emsmann (Stettin).

154. $\triangle ABC$ zu construiren aus c und w_c (Transversale, welche γ halbirt), wenn $u^2 + [n^2 - (n+1)]\, v^2 = (3n+1) \times (2rh_c - w_c^2)$ werden soll. — $u > v$. — Z. B. $n = 1, = \frac{1}{2}, = 2$, u. s. w. Dr. H. Emsmann (Stettin).

155. $\triangle ABC$ zu construiren aus c und w_c (Transversale, welche den Aussenwinkel bei γ halbirt), wenn $v^2 + [n^2 + (n-1)]u^2 = (3n-1)(2rh_c + w_c^2)$ werden soll. — $u > v$. Z. B. $n = 1; = \frac{1}{2}; = 2; = \frac{1}{4}$; u. s. w. — Wie ist es für $n = \frac{1}{3}$?

Dr. H. Emsmann (Stettin).

156. Setzt man $\frac{1}{2}\pi = \varrho$, so ist bei ganzen positiven n:

$$\sec^2\frac{\varrho}{n} + \sec^2\frac{2\varrho}{n} + \ldots + \sec^2\frac{(n-1)\varrho}{n} = \frac{2}{3}(n^2 - 1)$$

und folglich

$$\mathrm{tg}^2\frac{\varrho}{n} + \mathrm{tg}^2\frac{2\varrho}{n} + \ldots + \mathrm{tg}^2\frac{(n-1)\varrho}{n} = \frac{1}{3}(n-1)(2n-1).$$

Die rechten Seiten dieser Gleichungen werden zu ganzen Zahlen, sobald n unter der Form $3k \pm 1$ enthalten ist. — Ich theile diese Sätze, deren elementare Herleitung etwas schwer sein dürfte, nur deshalb mit, weil sich daraus für passend gewählte Werthe von n (z. B. $n = 5, 8, 10$) hübsche Aufgaben zur Uebung im goniometrischen Rechnen bilden lassen. Schlömilch.

157. Von den Kanten, die von der Spitze eines regulären Tetraeders ausgehen, schneidet man resp. die Längen p, q, r ab, und legt durch die erhaltenen Endpunkte die Ebene. Für den Winkel, den diese Ebene mit der Grundebene bildet, gilt die Gleichung:

$$\cos\varphi^2 = \frac{A + 2B}{3(3A - 2B)}, \text{ wo } A = q^2r^2 + r^2p^2 + p^2q^2,$$
$$B = pqr(p + q + r).$$

Fuhrmann (Königsberg i. Pr.).

158. Ein gerades Prisma, dessen Basis ein gleichseitiges Dreieck (Seite a) ist, wird durch eine Ebene geschnitten, die von den Kanten die Längen p, q, r $(p > q > r)$ abschneidet. Dann wird $\angle\varphi$, unter welchem die Grundebene geschnitten wird, bestimmt durch

$$\cos\varphi^2 = \frac{4(\mathrm{tg}\vartheta^2 - \mathrm{tg}\vartheta\,\mathrm{tg}\vartheta_1 + \mathrm{tg}\vartheta_1^2)}{4(\mathrm{tg}\vartheta^2 - \mathrm{tg}\vartheta\,\mathrm{tg}\vartheta_1 + \mathrm{tg}\vartheta_1^2) + 3},$$

wo ϑ und ϑ_1 die Winkel bezeichnen, unter welchen die Verbindungslinien der Ecke von p mit denen von q und r die Grundebene schneiden; oder $\operatorname{tg}\varphi^2 = \frac{3a^2}{2\{(p-q)^2 + (q-r)^2 + (r-p)^2\}}$.

FUHRMANN (Königsberg i. Pr.).

159. Schneidet man ein reguläres Tetraeder durch eine beliebige Ebene senkrecht zu einer Fläche, die wir als Grundfläche annehmen, und bezeichnet die Winkel, welche die drei Schnittlinien auf den Seitenflächen mit der Schnittlinie der Grundfläche bilden, mit w_1, w_2, w_3, so ist $\operatorname{tg} w_1 + \operatorname{tg} w_2 + \operatorname{tg} w_3 = 0$ und $\operatorname{tg} w_1^2 + \operatorname{tg} w_2^2 + \operatorname{tg} w_3^2 = 12$. FUHRMANN (Königsberg i. Pr.).

160. Aus denselben Halbachsen ist sowohl eine Ellipse als eine Hyperbel construirt, wobei die Hauptscheitel A und A_1 beider Curven zusammenfallen mögen; zieht man durch A eine beliebige Gerade, welche die Ellipse in P, die Hyperbel in Q schneidet, und fällt auf die Hauptachse die Senkrechten PM und QN, so ist NP Tangente an der Ellipse, MQ Tangente an der Hyperbel, und der Durchschnitt von NP und MQ liegt auf der festen Geraden, welche in A_1 normal zur Hauptachse ist. SCHLÖMILCH.

161. Wird eine Parabel parallel zu sich selbst so verschoben, dass ihr Scheitel eine feste Gerade durchläuft, so berühren die Polaren eines festen Punktes eine Parabel von doppelt so grossem Parameter, aber von entgegengesetzter Lage.

Dr. W. BUDDE (Duisburg).

162. Bei unveränderter Lage der Achsen durchlaufe der Mittelpunkt eines centrischen Kegelschnittes einen festen Kreis; zugleich aber werde ihm eine solche Drehung um seinen Mittelpunkt ertheilt, dass seine Hauptachse immer Tangente an diesem Kreise bleibe. Gesucht wird die Curve, welche von sämmtlichen Polaren eines gegebenen Punktes berührt wird.

CAPELLE (Oberhausen).

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Journal de mathématiques élémentaires et spéciales.

Goniometrische Aufgaben, besonders solche, in denen die Winkel ohne Logarithmen zu berechnen sind.

59. $\frac{1 - \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x} = 2 \cos 2x$

$\cos x - \sin x = 2 (\cos x + \sin x)^2 (\cos x - \sin x)$

$\operatorname{tg} x = 1$, also $x = 45^0$

$\cos x + \sin x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$; also $\cos (x - 45^0) = \pm \frac{1}{2}$, mithin

$x = 105^0$ und $x = 165^0$.

60. $\sin 2x = \cos 3x$

$\cos x \left(\sin x^2 + \frac{1}{2} \sin x - \frac{1}{4}\right) = 0$; also $x = 90^0$

$\sin x = \frac{-1 \pm \sqrt{5}}{4}$ 1) $\sin x = \frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$, also $x = 18^0$ u. 162^0

2) $\sin x = -\frac{1 + \sqrt{5}}{4}$; $\sin (x - 180^0) = \frac{1 + \sqrt{5}}{4}$; $x = 234^0$ und 306^0.

61. $\operatorname{tg} x = \frac{1}{\sin 2x}$; $\sin x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}}$; also $x = 45^0, 135^0, 225^0, 315^0$.

62. $6 \operatorname{tg} x + 12 \cot x = \frac{5\sqrt{3}}{\cos x}$; $x = 60^0$.

63. $\operatorname{tg} 2x \cot x = -1$; $x = 60^0, 120^0$.

64. $\sin 2x + \sin 3x = \sin x$

$\sin x \left(\cos x^2 + \frac{1}{2} \cos x - \frac{1}{2}\right) = 0$

$x = 0^0$; $\cos x = \frac{1}{2}$, also $x = 60^0$ u. $\cos x = -1$, also $x = 180^0$.

65. $\cos x = \frac{2 \operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg} x^2}$; $\cos x = 2 \operatorname{tg} x \cos x^2 = 2 \sin x \cos x$.

Also $\cos x = 0$; $x = 90^0$, und $\sin x = \frac{1}{2}$; $x = 30^0$.

66. $\sin 2x^2 - \sin x^2 = \sin 30^2$

$\sin x^4 - \frac{3}{2} \sin x^2 + \frac{1}{16} = 0$; $\sin x = \pm \frac{\sqrt{5} \pm 1}{4}$.

1) $\sin x = \frac{\sqrt{5} \pm 1}{4}$, also $x = 54^0$ und 18^0.

2) $\sin (x - 180^0) = \frac{\sqrt{5} \pm 1}{4}$; also $x = 234^0$ und 198^0.

67. $\sin x = \cos y$; $\sin y = \operatorname{tg} z$; $\sin z = \cot x$.

$x = 90^0$; $y = 0$; $z = 0$.

68. Die Seiten eines Dreiecks sind $a = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $b = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $c = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$; die Winkel des Dreiecks ohne Hülfe der Logarithmen zu berechnen.

Aufl. Man findet $2r = 1$; und dann $\alpha = 60^0$, $\beta = 45^0$, $\gamma = 75^0$.

69. $\operatorname{tg} \frac{1}{2} x = 2 - \sqrt{3}$; x ohne Logarithmen zu berechnen.

$\sin x = \frac{2 \operatorname{tg} \frac{1}{2} x}{1 + \operatorname{tg} \frac{1}{2} x^2} = \frac{1}{2}$; $x = 30^0$.

70. $u = 3v$; $\operatorname{tg} u = x + 1$; $\operatorname{tg} v = x - 1$; x zu berechnen.

$x = 0, \pm \sqrt{2}$.



71. $3 + \cos 4x = 4\cos 2x + 2\cos x^3 \sin x$

$4\sin x^4 = \cos x^3 \sin x$; $\sin x = 0$, also $x = 0$ und $\operatorname{tg} x = \sqrt[3]{\frac{1}{4}}$.

72. $\operatorname{tg}\frac{1}{2}x = \frac{1}{\sin x} - \sin x$; $\cos x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

73. $2\operatorname{tg} x + \operatorname{tg}(\alpha - x) = \operatorname{tg}(\beta + x)$

$\operatorname{tg} x = \pm i$; $\operatorname{tg} x = \frac{\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{tg}\beta}{2\operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta}$.

74. $\cos(\alpha - \beta)\sin(\gamma - x) = \cos(\alpha + \beta)\sin(\gamma + x)$

$\operatorname{tg} x = \operatorname{tg}\alpha \operatorname{tg}\beta \operatorname{tg}\gamma$.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

KESSLER, Dr. F. (Director d. k. Gewerbeschule zu Bochum), **Mittheilungen physikalisch-mathematischen Inhaltes.** Mit einer Figurentafel. Druck von Wilh. Stumpf in Bochum. 1880. 19 S.

Da diese aus dem Jahresberichte der Bochumer Gewerbeschule abgedruckte Schrift für die schulmässige Behandlung gewisser physikalischer und mathematischer Fragen in der That viele neue und nützliche Fingerzeige gewährt, so wird ihre gesonderte Besprechung, unabhängig von der üblichen Programmschau, auf Billigung rechnen dürfen. Der Inhalt zerfällt in drei getrennte Abtheilungen.

I. *Elementare Erörterungen einiger optischen Probleme.* Anknüpfend an zwei Abhandlungen von Lommel und Radau, deren letztere, wie der Verf. mit Recht beklagt, bei weitem nicht nach Verdienst bekannt geworden ist, giebt Letzterer Constructionen an, die sowohl das Wesen der Brechung an sich, als auch den Durchgang der Lichtstrahlen durch ein Prisma und die kleinste Ablenkung in einem solchen, zur anschaulichen Evidenz bringen. Hieran schliesst sich eine Erklärung der verschiedenen Regenbögen, deren Construction hier wohl den grösstmöglichen Grad der Einfachheit erreicht hat. Endlich wird, wovon unsere Lehrbücher Act nehmen mögen, eine elementare Theorie der in der Spectralanalyse so hervorragend wichtigen Prismen „à vision directe“ oder, wie sie hier besser heissen, der euthyoptrischen Prismencombinationen hergeleitet. Privaten Mittheilungen des Herrn Verf. zufolge ist ihm nachträglich noch manche Vereinfachung und Verbesserung anzubringen geglückt; wir bedauern des Raumes halber darauf nicht näher eingehen zu können.

II. *Ueber die Beziehung zwischen Spannkraft und Temperatur des gesättigten Wasserdampfes.* Die von Regnault und Lubbock für den Zusammenhang zwischen Dampfdruck p und Temperatur t gegebenen Formeln hängen resp. von 13 und 4 Constanten ab; der Verf. glaubt denselben die nur mit 2 Constanten versehene übersichtlichere Relation

$$\log p = a \pm b \text{ arc tang } \frac{100}{192 + t}$$

substituiren zu können, welche er ausführlich discutirt. Bestätigen auch weitere Messungen, dass diese Formel dasselbe leistet, wie ihre complicirteren Vorgängerinnen, so ist dadurch insbesondere auch den praktischen Anwendungen kein unwesentlicher Dienst geleistet*).

III. *Beiträge zur Geometrie des Zirkels.* Im Anschluss an die unlängst auch in dieser Zeitschrift besprochene Huttsche Bearbeitung von Mascheronis „Geometria del compasso“ löst Herr Kessler ohne Lineal die folgenden vier Aufgaben: Den Durchschnittspunkt zweier Geraden zu finden; die Durchschnittspunkte einer Geraden mit einem Kreise von gegebenem Centrum zu finden; den Durchschnittspunkt zweier Kreise mit ihrer Centrale zu bestimmen (Specialfall der vorigen); durch drei Punkte einen Kreis zu legen. Erstere Aufgabe wird, was grösserer Deutlichkeit wegen vielleicht angeführt werden konnte, auf die folgende reducirt: Zu drei Strecken die vierte geometrische Proportionale zu verzeichnen. Sämmtliche Constructionen sind elegant und Freunden dieses interessanten geometrischen Sportes sehr zu empfehlen.

Ansbach. Dr. S. GÜNTHER.

DELABAR, G., **Die Polar- und Parallelperspective als Lehrmittel für Lehrer und Schüler an Oberrealschulen etc., sowie zum Selbststudium.** Mit 225 auf 32 lithographirten Zeichnungstafeln und 25 dem Text beigedruckten Holzschnitten. Freiburg im Breisgau. Herdersche Verlagshandlung. 1870. Preis 4 *M.*

Das Werk, welches uns jetzt erst zur Besprechung zugesandt wurde, ist zwar schon älteren Datums; doch halten wir es für der Mühe werth, Lehrer an Oberrealschulen, Industrie- und Gewerbeschulen und anderen technischen Lehranstalten auf dasselbe aufmerksam zu machen, theils um der angewandten Methoden willen, theils wegen der verhältnissmässig grossen Anzahl ausgeführter Zeichnungen von Gegenständen. Das vorliegende Heft ist das vierte Heft eines grösseren Werkes unter dem Titel: „Anleitung zum Linearzeichnen“ und wiederum die dritte Abtheilung des zweiten Theils: „Die darstellende Geometrie oder das projectivische Zeichnen“. Das gewählte Format (Queroctav) und die Kleinheit der gewählten Maassstäbe haben es möglich gemacht, eine solche Fülle von ausgeführten Zeichnungen, die bei aller Kleinheit doch sehr deutlich und scharf sind, nebst 175 Seiten Text, für einen so billigen Preis zu liefern. Wenn es auch mitunter, um den Raum völlig auszunutzen, nöthig

*) Regnaults Experimentaluntersuchungen scheinen sich, wie auch hier hervorgehoben wird, keiner Theorie fügen zu wollen. Dem gegenüber ist es interessant zu hören, dass laut Osterprogramm der Realschule I. O. zu Tarnowitz in Oberschlesien der dortige, auf dem Gebiete der mechanischen Wärmetheorie wohlbekannte Oberlehrer A. Walter damit beschäftigt ist, einen mathematischen Commentar zu der bezüglichen Regnaultschen Versuchsreihe zu entwerfen.

gewesen ist, zwei oder auch wohl drei Figuren in einander übergreifen zu lassen, so ist dies doch nicht auf Kosten der Deutlichkeit geschehen*), und der Studirende, welcher doch jedenfalls die Figuren im vergrösserten Maassstabe nachzeichnen muss, um sich selbst die Sache gehörig klar zu machen, wird nie in Zweifel sein, zu unterscheiden, welche Hülfslinien in solchen Fällen zusammengehören.

Wir geben nur noch kurz den Inhalt an. Nach einer Einleitung wird I. die rechtwinklige Parallelperspective oder orthogonale Axonometrie gelehrt, wozu 73 Figuren auf 8 Blättern gehören. Die Axenkreuze werden theoretisch durch trigonometrische Entwickelungen sehr ausführlich festgestellt, woran sich Uebungsbeispiele und praktische Anwendungen schliessen. In gleicher Weise wird II. die schiefwinklige Parallelperspective behandelt. Bekanntlich hat seitdem (1875) Staudigl**) gezeigt, dass es, um gute Bilder zu erhalten, gar nicht darauf ankommt, von vornherein einfache Verkürzungsverhältnisse für die Dimensionen anzunehmen, sondern dass man nur zweckentsprechende Drehungswinkel zu wählen brauche. Im III. Abschnitt wird die Polarperspective oder die polarperspectivische Projection gelehrt, und zwar a) nach der Durchschnittsmethode, b) nach der Methode der Fluchtpunkte, welche ausführlich theoretisch begründet und durch eine grössere Reihe praktischer Anwendungen illustrirt wird. In einem IV. Abschnitt mit der Ueberschrift „Die freie Parallelperspective“ werden die polarperspectivischen Zeichnungsmethoden mit den axonometrischen und klinographischen Methoden verglichen und wird gezeigt, dass sich jene auch auf diese anwenden lassen, ohne eine Berechnung der Verkürzungsverhältnisse zum Grunde zu legen. Diese Methoden, besonders die Methode der Fluchtpunkte, liefert bei glücklicher Wahl der Drehungswinkel gute Bilder.

Hiermit sei das Werk nochmals der Beachtung der Lehrer des projectivischen Zeichnens bestens empfohlen.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

FRANGENHEIM, JOH. MATH. (Lehrer der Bauwissenschaften an der königl. Gewerbeschule zu Elberfeld), Methodischer Leitfaden der Linear-Perspective für höhere Lehranstalten. Mit 100 Holzschnitt-Illustrationen. Braunschweig, C. A. Schwetschke und Sohn (M. Bruhn). 1880. Pr. ?

Das genannte Werkchen ist in zwei Abschnitte getheilt. Im ersten lehrt der Verfasser die Construction perspectivischer

---

*) Wir bedauern, hier mit dem Herrn Recensenten nicht übereinstimmen zu können; diese Tafeln sind uns das Verworrenste gewesen, was wir in diesem Genre gesehen haben. Wir möchten jeden Zeichenlehrer veranlassen, zu prüfen, ob wir nicht Recht haben. D. Red.

**) Die Axonometrie und schiefe Parallelprojection, ein Lehrbuch für technische Schulen und zum Selbstunterricht (s. die Rec. VI, 318 u. f. Red.). Wien 1875. Ref.

Bilder mit Hülfe der als bekannt vorausgesetzten Orthogonalprojection. In einer Reihe von Aufgaben sind einfache Figuren wie Quadrat, Würfel, Kreis durch Grund- und Aufriss gegeben; der Augpunkt ist in der Verticalebene, die Bildebene senkrecht zum Grundschnitt angenommen; sie wird mit den Durchschnittspunkten der Sehstrahlen in die Verticalebene umgeklappt. Bereits in dieser Abtheilung wird die Construction der Verschwindungspunkte beliebig gegen die Bildebene geneigter Gerader durchgenommen und zum Schluss die Pohlkesche Regel zur Auffindung des günstigsten Standpunktes für die Aufnahme eines Gebäudes angegeben.

Im zweiten Abschnitt dient die — wie der Verfasser angiebt — nach Pohlke, Darst. Geometrie I entwickelte Centralprojection als Fundament für die Perspective. Auch hier werden durch eine fortlaufende Reihe von Aufgaben Haupt- und Hülfssätze den Schülern erläutert und eingeprägt. Das I. und III. Capitel dieser Abtheilung behandelt Figuren in der Grundebene selbst, in Ebenen, die ihr parallel, und solchen, die auf ihr senkrecht stehen, das II. und IV. Capitel: Abtragen und Theilen gegebener Strecken und Hülfsconstructionen bei kleinen Zeichenflächen, das V. Capitel die in der Praxis am häufigsten vorkommenden krummen Linien und Flächen.

In der Auswahl des Stoffes, insbesondere der Hülfsconstructionen und Aufgaben ist der Verfasser mit Mässigung und Geschick vorgegangen. Nur dürften die in der Einleitung gegebenen Raisonnements über Gesichtswinkel und Gesichtsfeld eher störend als fördernd einwirken! Die Seite 5 aufgestellte Behauptung: „Die Kugel, deren Mittelpunkt im Gesichtspunkte liegt, ist diejenige Bildfläche, welche für alle Gegenstände die möglichst beste Centralprojection liefert", ist geradezu falsch und der angeführte Beweis völlig unzutreffend. Die Aufgaben sind, wo nur angängig, der Praxis entlehnt — Parkettfussboden, Zimmer, Freitreppe, Kreuzgewölbe, Wulst, Säule etc. werden besprochen — und passend den einzelnen Sätzen angereiht; sie werden sehr viel zur Einbürgerung des Leitfadens beitragen. In Aufgabe 46, 47, 48 (Wulst, Säulenbasis und Capitäl) vermissen wir einen Hinweis auf die bei perspectivischen Umrissen hyperbolisch gekrümmter Flächen so häufig — auch in den Figuren 98, 99, 100 — auftretenden Rückkehrpunkte. — Die Darstellung ist im allgemeinen klar; nur vermisst man öfters präcise Definitionen. So ist z. B. der Schüler genöthigt, sich den fundamentalen Begriff des Verschwindungspunktes aus Aufgabe 2 herauszuconstruiren; eine specielle Definition desselben findet sich nirgends. Die Einführung dieses Punktes wäre auch besser für den zweiten Abschnitt aufgespart geblieben, weil das volle Verständniss seiner Construction und Verwendung doch nur durch die Centralprojection vermittelt wird. Dass der Verfasser den wichtigsten Sätzen dieser letzteren eine Stelle in seinem Leitfaden einräumt, ist sehr anzuerkennen; leider ist er aber

hier der in Pohlkes Darst. Geometrie I gegebenen Herleitung gefolgt, welche als Ausgangspunkt für die Theorie der einfachsten geometrischen Verwandtschaften naturgemäss das Hauptgewicht auf die projectivischen Beziehungen zwischen Original und Bild legt, während diese für des Verfassers Ziele ganz irrelevant sind. Dadurch sind einerseits Sätze und Begriffe zur Aufnahme gelangt, welche in der Folge ohne Verwerthung bleiben, anderseits ist der Verfasser — wahrscheinlich weil ihm die knappe Pohlkesche Darstellung für Schüler zu schwer erschien — in eine etwas unerquickliche Breite gefallen. Da auch im II. Theil des II. Abschnittes auf die bezüglichen Sätze des I. Theils nicht zurückgewiesen wird, ist die wichtige Stellung desselben zum ganzen Lehrgebäude schwer zu erkennen.

Die Bezeichnungsweise ist nicht immer correct, so in Aufgabe 2 die des Sehstrahles durch $O\infty$; Seite 24, 25, wo R Gerade und Ebene — und Seite 27, wo G Gerade und Punkt bedeutet. Die Figuren sind — bis auf 34 35, 40 — zweckentsprechend, ebenso die eingeschalteten Winke für das praktische Zeichnen; nur möchten wir hier energisch die auf Seite 58 besprochene Fluchtpunktschiene ausnehmen, deren Anführung besser unterblieben wäre*).

Die angedeuteten Mängel werden in einer zweiten Auflage ohne Schwierigkeit abgestellt werden können; das Masshalten im Stoff, die gute Auswahl der Aufgaben, überhaupt die richtige Verbindung von Theorie und Praxis lassen den Versuch des Verfassers, einen brauchbaren Leitfaden der Perspective für höhere Lehranstalten zu liefern, als gelungen erscheinen, und sei derselbe daher zur Einführung bestens empfohlen.

Berlin. Dr. F. Buka.

Frangenheim, J. M., Ein neues perspectivisches Studienblatt. Praktische Anwendungen der Linear-Perspective. 1 Bogen im Format 69:53 cm. nebst einem erklärenden Text in Folio. Preis nebst Kapsel 2 ℳ. Verlag der Polytechnischen Buchhandlung (A. Seydel) in Berlin W., Wilhelmstr. 57. 58.

Der Bogen enthält die perspectivische Darstellung eines Gebäudes in Eck- und eines Interieurs in Frontalansicht mit den nöthigen Constructionen zur Auffindung eines günstigen Standpunktes (nach Pohlke), der Verschwindungs- und Theilpunkte, des perspectivischen Grundrisses, der Höhen, und mit den Hülfsconstructionen bei kleinen Zeichenflächen.

Die Zeichnungen sind übersichtlich angelegt, die in den Hauptaufgaben zur Anwendung gelangenden Hülfsconstructionen zweck-

*) Es sind uns in der That weit zweckmässigere Fluchtschienen-Constructionen bekannt als die vom Verf. empfohlene; vor allem die viel zu wenig gekannte neuere Streckfusssche Schiene. D. Red.

mässigerweise durch besondere Figuren erläutert. Der Text beginnt mit den Worten: „Denkt man vom Auge *O* eines Beschauers Strahlen an die sichtbaren Punkte eines Raumgebildes gezogen, welche durch eine Bildfläche geschnitten werden, so entsteht in den Durchschnitten eine Centralprojection oder ein perspectivisches Bild, welches die Gebilde zeigt, wie sie dem Auge des Beschauers erscheinen.“ Weiter folgt: „Aus dieser Erklärung lässt sich eine Construction perspectivischer Bilder herleiten, auf welche hier jedoch nicht weiter eingegangen wird. Eine zweite Art der Constructionen gründet sich auf die Sätze der Centralprojection u. s. w.“ Diese Bemerkung ist höchst geeignet, Unklarheiten hervorzurufen; es giebt keine Methode der Flachperspective, welcher obige Definition nicht als Ausgangspunkt diente; ein Unterschied der einzelnen Methoden besteht nur insoweit, als die Sätze der Orthogonalprojection beim Zeichnen zu Hülfe genommen werden oder nicht. — Im Uebrigen giebt der Text in knapper verständlicher Weise eine sachgemässe Auswahl der wissenswerthesten Sätze und Constructionen. Wir vermissen nur eine Andeutung, dass jede in der Bildebene gelegene Verticale zum Auftragen von Höhen benutzt werden kann. Die vom Verfasser angewendete Methode, sämmtliche Höhenconstructionen von einer solchen Geraden abzuleiten, ist umständlich und darum ungenau. Unzulässigerweise wird im „Studienblatt“ sowohl als auch in dem oben besprochenen „Leitfaden“ der Kreis als eine besondere Art der Kegelschnitte hingestellt, so dass der Verfasser vier Arten derselben constatirt.

Allen denen, welche bereits das Studium der Perspective theoretisch betrieben haben, kann das Studienblatt zur Einführung in die Praxis warm empfohlen werden. Wenn sie die darin behandelten Beispiele unter kleinen Abänderungen — sei es der Bildebene oder des Augpunktes — durcharbeiten, werden sie im Verständniss der Sätze und im Geschick, dieselben anzuwenden, einen guten Schritt vorwärts thun.

Berlin. Dr. F. Buka.

Schlömilch, Dr. etc. Compendium der höheren Analysis. Fünfte verb. Aufl. in 2 Bdn. 1. Bd. Braunschweig 1881, Vieweg u. S.

Dieses von einem unserer Mitarbeiter bereits (VII, 363 u. f.) gewürdigte Werk erscheint hier in neuer Auflage. Die schon in der Vorrede zur vierten Auflage angegebenen Gründe haben den Verf. auch diesmal veranlasst, von grösseren Aenderungen abzusehen; am wenigsten mochte er „die jetzt so beliebten Untersuchungen über solche Functionen aufnehmen, die keinen Differentialquotienten besitzen, oder innerhalb eines endlichen Intervalles unendlich oft discontinuirlich werden u. dergl. m.“ Verf. fügt hinzu: „So interessant und principiell wichtig diese feineren Speculationen sind, so bieten

sie doch, an den Eingang zur Wissenschaft gestellt, dem Studirenden manche Schwierigkeiten, deren Beseitigung am zweckmässigsten einem späteren Studium vorbehalten bleibt."

Wir wollen hiermit die Herren Fachgenossen auf das Erscheinen dieser neuen Auflage aufmerksam gemacht haben. Uebungsmaterial hierzu findet man bekanntlich in desselben Verf. „Uebungsbuch zum Studium der höhern Analysis". Leipz. B. G. Teubner. 1. Th. 3. Aufl. 1878, 2. Th. 2. Aufl. 1874.

H.

LAGRANGE'S mathematische Elementarvorlesungen. Deutsche Separatausgabe von Dr. H. NIEDERMÜLLER (Oberlehrer am Nicolaigymnasium zu Leipzig). Leipzig, B. G. Teubner. 1880. 8°. 116 S. Pr. 2,40 ℳ

Bekanntlich sind in neuerer Zeit (seit 1866 u. s. f.) die Werke Lagrange's in einer Gesammtausgabe von Serret edirt worden. Im 7. Bande dieser Ausgabe findet man die oben genannten Elementarvorlesungen. Herr Niedermüller hat sich ein grosses Verdienst dadurch erworben, dass er diese wahrhaft klassische Darstellung der Brüche und Logarithmen, der arithmetischen Operationen, der Algebra, insbesondere der Lösung der Gleichungen 3. und 4. Grades, der Auflösung numerischer Gleichungen, sowie endlich der Verwendung der Curven bei der Lösung der Probleme, in das Deutsche übertragen hat. Es gehören freilich schon gute Vorkenntnisse dazu, um diese fünf Vorlesungen ohne Weiteres zu verstehen. Allein, welch einen Genuss bieten sie dem Leser durch ihre Klarheit, Durchsichtigkeit und Eleganz, sowie auch durch die eingestreuten geschichtlichen Bemerkungen! Und wie fruchtbringend kann diese Musterdarstellung auf die mathematische Lehrmethode überhaupt wirken! Dieses ausgezeichnete Buch sollte weder in der Bibliothek der Schulen noch in jener des Fachlehrers für Mathematik fehlen. P.

REIS, PAUL, Prof. Dr., Elemente der Physik, Meteorologie und mathematischen Geographie. Hülfsbuch für den Unterricht an höheren Lehranstalten. Mit 240 Holzschnitten. 8°. VIII und 411 S. Leipzig, Quandt & Händel. 1879.

Wir wollen hier nur hervorheben, wodurch dieses Buch sich von andern seiner Art, vor Allem von dem grössern Lehrbuche*) des Verfassers unterscheidet. Er ist begreiflicher Weise dem in letzteren befolgten Gange nicht untreu geworden, hat nur den Unterschied zwischen Kraft (Druck und Zug) einerseits und Arbeit (Energie, lebendige Kraft) anderseits scharf hervorgehoben und hat

*) Besprochen in I, 60. IV, 425. und besonders in VII, 303 u. f. und 387.

die dem Lehrbuche vielleicht vorzuwerfende Vermischung der Bezeichnung vermieden. Auch in den „Elementen" ruht das ganze Lehrgebäude auf dem Princip der Erhaltung der Arbeit; jedoch ist auch die Centrifugalkraft und der Beweis, dass dieselbe keine Arbeit leisten kann, aus jenem Princip abgeleitet, ebenso wie die Grundformel aller schwingenden Bewegungen, die in dem Lehrbuche noch in alter Weise behandelt wurden. Dass folgerichtig auch die Grundlehren über die Flüssigkeiten, das Princip der gleichmässigen Fortpflanzung des Drucks und das Mariottesche Gesetz wie in dem Lehrbuch aus dem Princip der Arbeit gewonnen wurden, braucht wohl kaum erwähnt zu werden.

In den übrigen Gebieten hat der Verf. allen Fortschritten bis in die neueste Zeit ihr Recht gewährt. Aus der Lehre von der Elektricität sei besonders erwähnt das Telephon, die magnet-elektrischen Maschinen bis zu den neuesten Wechselstrommaschinen und ihre Anwendung auf das elektrische Licht der Jablochkoffschen Kerze. Mangel an Raum machte die Aufnahme des Ohmschen Gesetzes und seiner Folgerungen unmöglich, was in einer neuen Auflage durch veränderte Anordnung verbessert werden soll. In der Akustik wurde die so einfache Darstellung der Kundtschen Staubfiguren nach Alfred Mayer und Tyndall-Reynolds Schallbrechung im Grossen aufgenommen; natürlich fehlt, wie im Lehrbuch, die Helmholtzsche Klanglehre nicht. In die Optik wurden die Jochmann-Bauerschen Spiegel- und Linsengesetze abwechselnd mit der alten Methode angewendet. Die Wärmelehre steht völlig auf dem modernen Boden; alle Wärme-Erscheinungen werden durch lebendige Kraft und Arbeit erklärt; die latente Wärme ist die Arbeit, die zur Abstandsvergrösserung der Moleküle verzehrt wird, die specifische Wärme ist die Vergrösserung der lebendigen Kraft der Moleküle, wodurch das Gesetz von Dulong und Petit, sonst ein Räthsel, selbstverständlich wird.

Besondere Aufmerksamkeit widmete Verf. der so stark fortgeschrittenen und veränderten Meteorologie; man darf wohl sagen, dass kein neueres Physikbuch, auch das grössere Lehrbuch des Verf. nicht, darin den „Elementen" gleich kommt. Die Isobaren mit ihren Karten und Gradienten wurden nicht blos erklärt, sondern auch zur Erklärung der Wind- und Sturmerscheinungen benutzt, wobei natürlich die Maxima und Minima des Luftdrucks eine Hauptrolle spielen. Ausführlich wurden nach Mohn*) die Wanderungen der Minima betrachtet und dadurch das Dovesche Winddrehungsgesetz erklärt, während bekanntlich die Dovesche Erklärung nach der eigenen Aussage des Autors ungenügend war. Natürlich musste hierbei auch die alte Erklärung der Ablenkung der Passate nach dem Gesetz der Trägheit aufgegeben werden und an die Stelle der-

---

*) Angezeigt XI, 222 u. f.

selben die Mohnsche Erklärung der Ablenkung aller Winde analog Foucaults Pendelversuch treten. Auch die Entstehung der Passatwinde ist weder durch das Aufsteigen warmer Luft noch durch das Luftströmungsgesetz bisher befriedigend erklärt worden, während die Hannsche Erklärung durch Erhebung der Flächen gleichen Drucks allen Ansprüchen genügt und daher ebenfalls in den „Elementen“ benutzt wurde.

Wir empfehlen das im Vorstehenden skizzirte Buch angelegentlich der Aufmerksamkeit unserer Herren Fachgenossen. Ueber dasselbe ging uns noch eine Recension zu, die wir im nächsten Hefte um so lieber mittheilen, als sie auch einige Wünsche für eine event. neue Auflage ausspricht. H.

Herwig, H., Dr. und Prof., Physikalische Begriffe und absolute Maasse. Leipzig, B. G. Teubner. 1880. V und 98 S. ℳ 2,40.

So klein auch dieses Schriftchen im Volumen auftritt, so ist es dennoch bedeutend und wichtig. Es ist zunächst dazu bestimmt, den Lehramtscandidaten der mathematisch-naturwissenschaftlichen Gruppe einen zwar gedrängten aber um so zusammenhängenderen Grundriss der heutigen kinetischen Physik zu bieten. In der That bringt das Buch (äusserlich Büchlein) ein einheitliches Bild der modernen Physik, welche alle wichtigen Begriffe aus den drei Grundbegriffen Masse, Länge und Zeit streng und folgerichtig ableitet und durchweg die absolute Messung im Auge behält. Es ist überdies dankend anzuerkennen, dass, mit Rücksicht auf die Praxis, wo es opportun erscheint, auch das conventionelle Maasssystem parallel berücksichtigt ist. Da ein derartiger Leitfaden der kinetischen Physik, mit consequenter Zugrundelegung des absoluten Maasssystems, in der deutschen (und vielleicht ganzen) Literatur noch nicht vorhanden ist, so dürfte das Werkchen nicht nur für den höheren Unterricht der kinetischen Physik an Hochschulen eine willkommene Gabe, sondern auch als Uebersichtsbehelf der heutigen wissenschaftlichen Physik jedem Fachmann willkommen sein.

Es wurde in jüngerer Zeit mannigfach über die Verwirrung mit Recht geklagt, welche bezüglich der Begriffe: Masse, Kraft, Gewicht, Arbeit und Energie (halbe lebendige Kraft) dadurch in der Mechanik und Physik entsteht, dass bald das absolute, bald das conventionelle Maasssystem in einem und demselben Werke, ohne strenge Auseinanderhaltung, angewendet wird. Das vorliegende Werkchen ist ganz dazu geeignet jenen gerügten Uebelstand aufzuheben, indem es zwar, wo es praktisch nothwendig erscheint, beiderlei Maasssysteme in Uebung bringt; aber es bleibt dabei die Trennung der beiden Systeme stets gehörig betont und, was das Wichtigste ist, das absolute Maasssystem durchweg die Grundlage.

Der Herr Verfasser konnte selbstverständlich bei dem systematischen und einheitlichen Gange, den er sich bei seiner Skizzirung der heutigen wissenschaftlichen Physik als Zweck vorgesetzt hatte, nur deductiv vorgehen, und es ist gut, dass er es that; denn es wirkt auch auf die inductiven Wissenschaften fördernd, wenn ihr Stand von Zeit zu Zeit in deductiver Form vorgeführt wird. Es werden dadurch nicht nur der zurückgelegte Weg und die erlangten Resultate der Forschung ersichtlich, sondern auch die ferneren Zielpunkte und Lücken treten dann übersichtlich und deutlich hervor. Und dies ist bei dem vorliegenden Werkchen von Herwig thatsächlich der Fall. Die Naturerscheinungen werden im modernen Sinne als Bewegungserscheinungen definirt, welch letztere die Physik zu bestimmen und zu erklären hat. Bei einer jeden Bewegung führt die Betrachtung auf die drei fundamentalen Begriffe: Masse, Länge und Zeit. Alle anderen Begriffe werden auf diese zurückgeführt, sind also abgeleitet. Die consequente Deduction dieser Begriffe aus jenen drei fundamentalen hat sich diese Schrift Herwigs zur Aufgabe gemacht; hier erhält der Candidat die Grundlage für eine strengere Auffassung der physikalischen Lehren sowie für die Anwendung der letzteren zu wissenschaftlichen Untersuchungen und Berechnungen. Einheitlich werden die Disciplinen der Mechanik, Akustik, Wärmelehre, Optik und Elektricitätslehre (Magnetismus eingeschlossen) aus den Grundbegriffen entwickelt, so, dass der Studirende ein Ganzes der Wissenschaft erhält. Wenn wir hiermit die Hoffnung und den Wunsch aussprechen, es möge dem Herrn Verfasser möglich werden, diese Grundzüge der strengen Physik zu einem ausführlichen Lehrgange der kinetischen Physik zu erweitern, so liegt darin auch die beste Empfehlung, welche man für das vorliegende Werkchen aussprechen kann. P.

Pisko (Prof. u. Dir. a. d. Realschule in Sechshaus b. Wien), Zwei Vorträge: 1) Ueber die Fortschritte der Akustik, Vortrag gehalten im Verein zur Verbreitung naturw. Kenntnisse in Wien (4. Decbr. 1878). Wien 1879. (35 S.), und 2) Die neuen Grundanschauungen in der Physik, Vortrag gehalten am 10. und 17. Decbr. 1879. Wien 1880, im Selbstverlage des Verf. (82 S.)

Im Anschluss an die vorstehende Recension verfehlen wir nicht, unsere Leser auf die genannten Broschüren unseres geehrten Hr. Referenten hinzuweisen. Während Herwigs Buch mehr den Physiker von Fach im Auge hat, sind dagegen die genannten Vorträge Piskos bestimmt, den gebildeten „Laien" in der Naturwissenschaft, vielleicht auch manchen Berufsgenossen anderer naturw. Zweige, in zusammenhängender Darstellung über die Fortschritte und den Wandel in den Anschauungen und Begriffen der neuern Physik in

leichter und verständlicher Weise zu orientiren. Wir empfehlen dieselben angelegentlich den Fachgenossen zur Anschaffung in die Schülerbibliotheken. H.

Zwei Leitfäden der Physik für Volksschulen.

SATTLER (Lehrer a. d. 1. mittl. Bürgerschule z. Braunschweig), Leitfaden der Physik und Chemie für die oberen Classen von Bürgerschulen in zwei Cursen. 2. Aufl. Mit 144 Holzschnitten. Braunschweig, Verlag von Vieweg & Sohn. 1879. Preis 80 Pf.

Dieses kleine, nur 88 Seiten enthaltende Büchelchen ist ein sehr hübscher Leitfaden für die genannten Schulen, es bietet reichlich das Nöthige der Versuche, Gesetze und Anwendungen, unterstützt durch viele Abbildungen. Das Buch bildet bei dem fast zu compressen Druck ein echtes Schulbuch von geringem Umfang. Aber der Inhalt ist vollständig hinreichend für eine Bürgerschule. Das weniger Wichtige ist klein gedruckt und nur das gross Gedruckte kommt zur Behandlung in der 2. Classe und wird in der 1. Classe ergänzt. In der Chemie ist die Technologie und (für Mädchenschulen) die Küchenchemie berücksichtigt.

BAENITZ, Dr. E. (Lehrer an der höheren Töchterschule in Königsberg)*), Physik für Volksschulen nach methodischen Grundsätzen bearbeitet. 10. vermehrte Aufl. Berlin, Stubenrauch. 1880. Preis 0,60 ℳ.

Ein im Ganzen recht zweckmässiges Büchelchen für Volksschulen. Seine Eigenschaften sind: weise Beschränkung, passende Auswahl des Stoffs und die für dieses Alter gehörige streng inductive Methode. Immer wird möglichst aus dem Experimente das Gesetz abgeleitet. Die deutlichen und grossen Abbildungen machen Alles recht anschaulich. Der Verfasser stellt den Grundsatz an die Spitze: „Lehre nur das, was zur Anschauung gebracht werden kann.“ „Schreite vom Einfachsten zum Zusammengesetzten fort und erweitere durch jede folgende Stufe die physikalische Erkenntniss.“ In zehn rasch aufeinander folgenden Auflagen (erste 1871) erweiterte und verbesserte der Verfasser sein Buch, in der 10. kamen sechs neue Abbildungen hinzu. Verfasser vertheilt den Lehrstoff auf vier Quartale in zwei Jahresstufen, so dass der Lehrstoff des einen Quartals im 2. Cursus wiederholt und erweitert wird.

1. Quartal: Schwerkraft, Wärme, Flächenanziehung, Wasserdruck (spec. Gew.).
2. „ Druck und Spannkraft der Luft (Aërostatik).
3. „ Schall, Magnetismus, Reibung und Reibungselectricität.
4. „ Licht und Wärme.

---

*) Man vergleiche über des sehr productiven Verfassers naturw. Lehrbücher die Ansicht des Berichterstatters im Central-Organ f. d. Int. des Realschulwesens Jahrg. 1878, S. 697 und 1880, S. 680. D. Ref.

An Manches liesse sich wohl noch eine scharfe Feile anlegen und der Herr Verfasser richtet vielleicht bei einer neuen Auflage auf folgende Punkte sein Augenmerk: Die Erklärung des Telephon, wie sie hier gegeben ist, dürfte doch manchem Schüler Schwierigkeiten beim Verständniss bereiten. Bei dem Versuche § 29 (S. 59) setzt der Herr Verfasser unter die Enden eines Metall- und eines Holzstabes, an denen Wachskugeln kleben, vier Spirituslampen, bedenkt aber nicht, dass dadurch das Holz verbrennen, wenigstens verkohlen muss. Der Verfasser sehe das in dieser Zeitschrift (XI, 218) besprochene, vorzügliche Lehrbuch der Physik von Krist (S. 13) nach, welcher denselben Versuch beschreibt, aber einen Eisen- und einen Kupferstab nimmt. Im Spectrum, Fig. 103 (S. 56) sind für grün und violett dieselben Buchstaben (v) gesezt und für dunkelblau setzt man besser I (Indigo). Ganze Maschinen mit allen Theilen (S. 61 bis 62) verwirren den Schüler, besser sind schematische Zeichnungen. Warum Electrisirmaschine und Luftverdünnungspumpe, zwei sehr wichtige Apparate, fehlen, ist uns nicht erfindlich. Jene, welche sogar noch auf Jahrmärkten figurirt, lässt sich durch den Electrophor kaum ersetzen und Verfasser sagt selbst (Vorrede zur 6. Aufl.), dass sie durch die Schlösserschen Ebonit-Electrophore „fast“ (also doch nicht ganz!) überflüssig gemacht würde. Die Luftpumpe aber ist ein zur Demonstration vieler wichtiger Erscheinungen so nöthiger Apparat, dass selbst Volksschulen mit einem blossen Stiefel einer „Verdichtungspumpe“ (Fig. 33, S. 24) nicht gedient sein kann*); hier finden wir daher schon weniger eine „weise“ als vielmehr eine „weite“ (zu weitgehende) „Beschränkung“. In § 19 (S. 38) erhält der Lernende durch den Versuch *a* sicher nicht eine Vorstellung vom „electrischen Strome“, — was wir an einem Schüler auch bewährt fanden — er muss sich vielmehr von der Entstehung und Existenz dieses „Stromes“ durch eine unzweideutige Erscheinung überzeugen können. Wenn aber dieser „Strom“ etwa nach des Verf. Meinung „nicht zur Anschauung gebracht werden kann“, so darf er nach seinem Princip (s. oben) ihn auch nicht „lehren“. Von der Zurückwerfung des Lichts (Katoptrik) auch nicht eine einzige Anwendung? Verfasser wolle lesen Pisko, Licht und Farbe (München 1876), wo S. 34 und f. schöne und viele Anwendungen stehen; wenigstens hätte er die von ihm selbst bei der Camera obscura benützte (den unter 45° geneigten Spiegel) § 26 (S. 52) anführen sollen.

Wir fühlen uns am Schlusse dieser beiden Anzeigen noch zu einer allgemeinen Bemerkung gedrängt: jeder, der für die Volksschule einen physikalischen Leitfaden schreiben will, sollte vorher unbedingt neben dem oben schon erwähnten Buche von Krist auch das von Müller („Schule der Physik“, Braunschweig 1874, bespr. in ds.

---

*) Man s. dagegen das oben mitangezeigte Buch von Sattler S. 25 und S. 56.

Z. IV, 422) aufmerksam lesen; jenes wegen der consequenten Durchführung der inductiven Methode und der musterhaften Form der Darstellung, dieses wegen der grossen auf die Versuche verwendeten Sorgfalt (s. unsere Bem. XI, 133). Ueberdies bieten in Bezug auf das Technische der Versuche die beiden Werke von Weinhold („Schule der Physik", bespr. II, 248 u. III, 294) und besonders das neueste „Physikalische Demonstrationen" (s. S. 136 u. diese S.) vorzüglichen, den neueren Fortschritten der Physik angepassten Lehrstoff. H.

WEINHOLD, Dr. AD. (Professor an der königl. höheren Gewerbschule zu Chemnitz), Physikalische Demonstrationen, Anleitung zum Experimentiren im Unterricht an Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen. Mit 4 lithogr. Tafeln und 500 Holzschnitten im Text. 2. Lief. S. 161—368*). Leipzig, Quandt & Händel. 1880—1881. Preis 6,50 ℳ (Preis d. 1. Lief. 6 ℳ)

Der von uns Heft 2, S. 136 u. f. angezeigten ersten Lieferung dieses Werkes ist nun die zweite gefolgt. Auf S. 161—190 wird zuvörderst die in der 1. Lieferung begonnene Aërostatik und Aërodynamik, die bei der Kolbenluftpumpe abbrach, ergänzt. Dieser Abschnitt enthält: Construction und Gebrauch der (einstiefeligen einfach wirkenden) Hahn-Luftpumpe mit liegendem Cylinder. Es werden der Reihe nach besprochen: die Compression der Luft mittelst derselben, Wägung der Luft mittelst Glaskugel, Dasymeter (Baroscop), Magdeburger Halbkugeln, Blasensprengen, Quecksilberregen (als ungeeignet für einen grösseren Zuhörerkreis verworfen), unterbrochener Fluss des Hebers, Versuche (7) über die Ausdehnung der Luft in einer verdünnten Atmosphäre (unter dem Recipienten), Fallversuch mit Glascylinder (Fallröhren verworfen), Flügelrad für Luftwiderstand, verlöschende Flamme im Vacuum. Andere Versuche werden für spätere Capitel, in die sie gehören, aufgespart. Hierauf folgen die Sprengelsche Quecksilber-Luftpumpe (analog der Bunsenschen Wasserluftpumpe und wegen ihrer Billigkeit empfohlen), die kostspieligere aber auch rascher wirkende Geisslersche Quecksilber-Luftpumpe (= Barometerpumpe) in einer dem Verf. zweckmässig erscheinenden Form. Weiter folgen: Reaction ausströmender Gase, Ausflussgeschwindigkeit abhängig vom specifischen Gewicht, Saugerscheinungen beim Ausströmen von Gasen, Zerstäubungsapparat, Arzberger-Zulkowskische Wasser-Luftpumpe, Schraubenflieger, Bumerang (australisches Wurfholz), Oberflächenverdichtung. Absorption durch poröse Körper, der Kohlen-

---

*) Im Buche selbst ist mitunter auf die verwandten Werke Frick, physikal. Technik. 5. Aufl. 1876, Müller-Pouillet-Pfaundler, Lehrb. d. Physik. 8. Aufl. 1878, und auf des Verfassers Vorschule d. Experimentalphysik. 2. Aufl. 1874, verwiesen.

säure durch Wasser, des Ammoniaks in Wasser. Ausscheidung gelöster Gase durch Druckverminderung und Erwärmung. Diffusion und Endosmose der Gase.

Abschnitt IV behandelt die **Schwingungs-Erscheinungen** (S. 190—364) und zerfällt in

A. Wellenlehre (190—199). Demonstrirt ist die pendelartige Schwingung eines Theilchens mittelst Spirale und Quecksilbersäule (Verification von Formeln). Graphische Darstellung der Schwingungen, Nachahmung der Wellenbewegung, Erzeugung sichtbarer Wellenbewegungen, Wellenmaschine.

B. Akustik (200—269). Schallfortpflanzung, Sprachrohr, Schallröhren, Reflexion des Schalles, Faden-Telephon, Zusammensetzung eines Klanges aus einzelnen Erschütterungen, Wippe (Trevelyan-Instrument), Sirene (Loch-S.), Schwingungszahl*). Blasetisch (akustischer), Flötenpfeifen, Knoten, Obertöne der Pfeifen, chronische Harmonika (Pyrophon), Glasrohr mit erhitztem Drahtnetz. Longitudinal- und Transversal-Schwingungen von Stäben, Stimmgabeln; Schwingungen von Saiten, von Platten (Chladnis Klangfiguren), Staubfiguren in Luftplatten, Schwingungen von Glasglocken, Zungenpfeifen mit stark elastischen und mit weichen Zungen. Kehlkopfmodell, Resonanz, Resonatoren zum Ansetzen ans Ohr, Resonanz von Saiten und Stimmgabeln, Schwingungsformen (einfache und zusammengesetzte) Superposition mehrerer Sinusoiden, Zusammensetzung auf einander rechtwinkliger Schwingungen (Stöhrers Apparat), Lissajousche Curven, Vibrationsmikroscop, Töplersches Vibroscop, Schreiben der Saitenschwingungscurven auf berusste Glastafel. Analyse zusammengesetzter Klänge (Flammenbilder), Vocalklänge, Anblasen der Mundhöhle, Vocalpfeife, Phonograph, Interferenzröhre, Schwebungen, Combinationstöne, Consonanz und Dissonanz, Dopplerscher Satz.

C. Optik (269—364). Geradlinige Fortpflanzung des Lichts. Intensität des Lichts. Rumfordsches und Bunsensches Photometer, Reflexion des Lichts. (Demonstrationsgoniometer), Heliostat, Winkelspiegel, Hohlspiegel, Convexspiegel (Bilder der Objecte). — Brechung des Lichts, Brechungsgesetz, Bestimmung des Brechungs-Index: Methode von Fraunhofer, Meyerstein, Listing-Abbe. Bewegliches Modell für das Brechungsgesetz (von Reusch). Totalreflexion, dieselbe in einem Wasserstrahle, Wegfall der Reflexion an der Grenze gleich-lichtbrechender Mittel, reelle und virtuelle Linsenbilder. Brennweite eines Linsensystems. Farbenzerstreuung, Spectrum. Objective Spectra glühender Dämpfe. Spectralapparat. Objective Darstellung der Fraunhoferschen Linien. Umkehrung der Spectrallinien. Achromatismus, Geradsichtprismen. Auge, blinder

---

*) Bekanntlich ist es nicht leicht den Ton mittelst Treten eines Blasebalgs auf constanter Höhe zu erhalten. Verf. empfiehlt daher das Wasserstrahlgebläse (oder hydraulische Gebläse), s. 1. Lief. S. 25—26, Fig. 22—23. D. Ref.

Fleck, Netzhautblutgefässe. Dauer des Lichteindrucks im Auge. Stroboscop, Dädaleum. Projections-Stroboscop. Mischung von Spectralfarben, Complementärfarben. Körperfarben. Farben von Pigmentgemischen. Ermüdung des Auges, successiver Contrast. Simultaner Contrast, farbige Schatten. Irradiation. Körperliches Sehen (Stereoskop). Optische Täuschungen. Optische Instrumente: Camera obscura und lucida (Zeichenprisma), einfaches Mikroskop (Lupe), zusammengesetztes Mikroskop, Fernröhre (Galileisches oder holländisches, Kepplersches oder astronomisches, terrestrisches). Spiegelteleskope (Reflectoren) von Herschel und Newton. Interferenz, Farben dünner Blättchen. Beugungs- (oder Diffractions-) Erscheinungen. Polarisation durch Spiegelung und Brechung. Doppelbrechung. Radiophonie (akustische Strahlenwirkung). Fluorescenz, dieselbe durch Bestrahlung. Phosphorescenz durch Erwärmung. Chemische Wirkung des Lichts.

Den Schluss dieser Lieferung bildet der Anfang des Abschnitts V. **Wärmelehre** (S. 365—368.....).

Hier ist nur behandelt die Ausdehnung durch die Wärme (Kugel mit Ring, Glaskugel mit Ansatzrohr voll von mit Alkannah gefärbtem Petroleum, Retorte in ein Wasserschälchen tauchend). Thermometer: Fundamentalpunkte, Bestimmung derselben.

Angehängt ist eine Tafel (IV) enthaltend Fig. 213, vergrösserte Sinuscurve, zu S. 239 (Superposition mehrerer Sinusoiden) und Fig. 178 Vorrichtung zur Wellenmaschine. H.

Gretschel-Wunder, Jahrbuch der Erfindungen. 16. Jahrg. Mit 36 Holzschnitten. Leipzig, Quandt-Händel 1880. Pr. 6 M.

Bei diesem bekannten encyclopädischen Werke dürfte es genügen, das Erscheinen des neuen Jahrgangs anzuzeigen und den Inhalt zu skizziren. Dieser Jahrgang enthält Astronomie (S. 1—42), Physik und Meteorologie (43—240), Chemie, anorg. und org., und chemische Technologie (241—394). Beschrieben ist das astrophysikalische Observatorium bei Potsdam. Dann folgt die Sonne (Parallaxe, Flecken, Temperatur), die Planeten (Venus, Mars, Jupiter) mit ihren Monden und die neuen Planetoiden; aus der kosmischen Physik: Meteorsteinfälle, Sternschnuppen, Fixsterne und Nebel. Hier finden wir auch eine geschichtliche Zusammenstellung der zahlreichen Theorieen über die Schwerkraft und ihre Ursachen mit besonderer Rücksicht auf die neuesten Arbeiten (z. B. Isenkrahe). Das Resultat ist, dass zur Zeit alle diese Untersuchungen „noch weit entfernt sind von einem endgültigen Abschlusse". Dann werden die Arbeiten über Energie und Kraft von Clifford-Moulton besprochen. Es folgt Akustik, Optik, Wärmelehre, Elektricität und Magnetismus, Meteorologie und Physik der Erde.

In der Chemie und chemischen Technologie finden wir die

Meyerschen Dampfdichtebestimmungen und ihre Consequenzen, Neues über die Elemente *H, N, C, B, Si, Na, K, Al, Cr, Zn, Fe, Hg, W*; auch erfahren wir von den angeblichen neuentdeckten Elementen Samarium, Holmium, Thulium, Vesbium, Barcenium, Norwegium, Uralium, Scandium, Mosandrum. Von organischen Verbindungen werden besprochen: Kohlenwasserstoffe, Nitrocellulose, Sprenggelatine, Vanille, Indigo und Fortschritte in der Reinigung des Steinkohlengases. — Die Nekrologie von 1879 bildet den Schluss. H.

BUSCHBAUM, H. (ord. Lehrer an der Realschule I. O. zu Osnabrück), Flora des Landdrosteibezirks Osnabrück und seiner nächsten Begrenzung. Zum Gebrauche in Schulen und auf Excursionen. Osnabrück. B. Wehberg. 1879.

Eine gute und vollständige Localflora dürfte immerhin für Schulzwecke einem grösseren floristischen Werke vorzuziehen sein und füllt in diesem Sinne das obige Buch eine Lücke der botanischen Schulliteratur aus. In Form und Inhalt weicht dasselbe von anderen gebräuchlichen und wirklich brauchbaren Floren nicht wesentlich ab.

Die ersten 14 Seiten enthalten einen schulgemässen Grundriss der Morphologie, dem eine Tabelle zum Bestimmen der Familien nach dem natürlichen und eine solche nach dem Linnéschen System folgt. Ist es so dem Geschmacke des Lehrers überlassen, welches System er dem ersten Unterrichte zu Grunde legen will, so merkt man doch, dass Verfasser das natürliche für das geeignetste hält. Uebrigens ist auch in den Linnéschen Tabellen ein guter Theil des Unnatürlichen dadurch möglichst vermieden, dass dieselben ohne weiteres auf die natürlichen Familien führen. Im speciellen Theil, dem das natürliche System zu Grunde gelegt ist, werden längere Diagnosen vermieden und wird das Hauptaugenmerk auf die möglichst sichere Bestimmung der Gattungen und Arten gerichtet. Auf die wichtigsten Varietäten hätte wohl mehr Rücksicht genommen werden müssen. Die Flora von Osnabrück hat manche anderwärts fehlende Arten, besonders seltenere Wasser- und Sumpfpflanzen aufzuweisen (z. B. Bulliarda aquatica, Isnardia palustris, Lobelia Dortmanna, Myriophyllum alternifolium, Heliosciadium inundatum und repens, Hypericum elodes, Drosera anglica, Utricularia minor, neglecta, intermedia u. s. w.), im Ganzen ist sie jedoch nicht allzu reich an Arten.

Um so erwünschter ist es, dass Verf. die Culturpflanzen und die wichtigsten Ziergewächse aufgenommen hat.

Die im übrigen Deutschland wildwachsenden „Gartenpflanzen", wie Hepatica tribola, Viscaria viscosa, Adonis vernalis, aestivalis, autumnalis u. s. w. sollten durch ein besonderes Zeichen von den exotischen getrennt sein.

Das Buch entspricht nach unserer Ansicht völlig seinem Zweck und kann für die Schulen des Landdrosteibezirks Osnabrück und

für Alle, welche sich für dieses floristische Gebiet inseressiren bestens empfohlen werden.

Greiz, im Juni 1879. Dr. F. Ludwig.

Kleiner Literatursaal.

Kurzer Leitfaden zur Orientirung in dem Gebiete der neuern Kartographie und Geographie, herausgegeben von der Buchhandlung von Schworella & Heick. Wien. 2. vermehrte Aufl. 1881.

Auf 106 Seiten finden die Lehrer der Geographie hier eine geordnete Zusammenstellung der hauptsächlichsten und besten Lehrmittel in XI Abtheilungen nebst einer alphabetisch geordneten Uebersichtstabelle (Register) mit Preisangaben. Beigegeben sind zwei kleine Karten: 1) Uebersichtsblatt zur Generalkarte von Central-Europa. 2) Handkarte der österr. Alpenprovinzen von V. v. Haardt.

Ursprünglich in seiner 1. Aufl. (1876) nur für Oesterreich bestimmt, hat doch dieser Catalog auch in Deutschland viel Anklang gefunden, was die Herausgeber (Vertreter der Firma Perthes in Gotha für Oesterreich) ermuntert hat, denselben zu erweitern durch Aufnahme eines allgemeinen Sachregisters, der Lehrmittel für Kartenzeichnen, Mittheilungen über die neuesten wissenschaftlichen Reisen, Generalstabskarten der grössern Culturländer. Der Lehrer der Geographie findet hier nicht etwa blos eine trockene Aufzählung von geogr. Büchertiteln, vielmehr ist dem betr. Titel immer eine Charakteristik oder genauere Inhaltsangabe beigegeben. Vollständigkeit darf man freilich auch hier nicht erwarten; so suchten wir z. B. unter den Schulatlanten (S. 82) vergebens den von Liechtenstern und Lange (1881. 53. Aufl.). Möge dieses literarische Hülfsmittel recht viele Benützung und dadurch auch Vervollkommnung finden.

Steigers Exportliste amerikanischer Zeitschriften wurde uns von Amerika aus zugesandt. Die um Verbreitung deutscher Literatur höchst verdiente Verlagshandlung von Steiger & Co. in New York (25 Park Place) bietet hier den Deutschen ein Mittel zur Orientirung über amerikanische Literatur, das sich über alle Wissenschaften verbreitet.

B) Programmschau.

Mathematische*) Programme der Provinz Hessen-Nassau. Ostern 1880.

Referent: Dr. Hartmann, Gymnasial-Oberlehrer zu Rinteln.

Hadamar, Königliches Gymnasium. Progr. Nr. 330. Dr. C. Müller, *Ueber barytrope und tautobaryde Curven.*

Wir begegnen hier einer Arbeit, welche dadurch besonders befriedigt, dass sie die behandelten Aufgaben in den innigsten Zusammenhang mit der Geschichte der Wissenschaft stellt und sie als einen Fortbau früher gestellter Probleme auffasst. Verfasser giebt zunächst eine historische Entwickelung des von Joh. Bernoulli im Jahre 1700 gestellten Problems: „Trouver dans un plan verticale une ligne courbe, telle qu'un corps qui la décriroit descendant librement, et par son propre poids, la pressât toujours dans chacun des ses points avec une force égale à sa pesanteur absolue.“ Er verfolgt die Behandlung dieser und ähnlicher Aufgaben durch die Mathematiker der Folgezeit, vor

*) Die naturwissenschaftlichen Programme s. XI, 392 u. f. D. Red.

allen durch Euler, bis auf den Engländer B. Peirce. Die nicht gerade wohlklingenden Bezeichnungen „barytrope und tautobaryde Curven“ sind aus einem Werke des genannten Engländers von dem Verfasser herübergenommen.

Im Anschluss an diese geschichtliche Uebersicht wird die Aufgabe in folgender Form specialisiert: Es sind diejenigen ebenen Curven zu bestimmen, auf denen sich ein materieller Punkt unter dem Einflusse einer treibenden Kraft derart bewegt, dass das Verhältnis zwischen dem durch die Kraftcomponente allein ausgeübten Druck und dem von der Centrifugalkraft herrührenden ein bestimmtes sei.

Das angegebene Verhältnis wird durch den Ausdruck

$$N : \frac{m v^2}{\varrho} = n$$

dargestellt.

Unter der Annahme der Schwerkraft als einziger treibender Kraft und eines rechtwinkeligen Coordinatensystems, welches dergestalt gelegt ist, dass die positive Y-Achse nach unten gerichtet ist, gelangt man zu der Differentialgleichung:

$$\frac{dy}{\sqrt{\left[k(v_0^2 + 2gy)\right]^{\frac{1}{n}} - 1}} = dx$$

und mit Einführung des Tangentenwinkels τ zu dem System:

$$\begin{cases} v_0^2 + 2gy = \dfrac{1}{k \cos^{2n} \tau}, \\ dx = \dfrac{n}{kg} \cdot \dfrac{d\tau}{\cos^{2n} \tau}. \end{cases}$$

k ist eine Integrationsconstante.

Diese Gleichungen lassen sich für eine Reihe bestimmter, für n anzunehmender Zahlen integrieren. Besonders wirksam erweist sich die Benutzung der Gleichungen, in welchen y und x als Functionen des Winkels τ erscheinen. Wir geben dem Verfasser Recht, wenn er mehrfach darauf aufmerksam macht.

Unter den speciellen Zahlenwerten erscheinen nun zunächst $n = 0$ und $n = \infty$. Die erstere Annahme führt auf die verticale, die letztere auf die horizontale Achse. Ist $n = +1$, so ergiebt sich die Parabel, die Bahn des freien Wurfes. Wird $n = -1$ angenommen, so findet sich als barytrope Curve die Cykloide. $n = +\frac{1}{2}$ liefert die Kettenlinie, $n = -\frac{1}{2}$ den Kreis. Die Annahme $n = -\frac{1}{4}$ führt die Gleichung auf die Differentialgleichung der elastischen Curve zurück. Auch für $n = +2$ und $n = -2$ hat Verfasser integrirbare Differentialgleichungen gefunden. Jedoch bieten die dargestellten Integrale kein besonderes Interesse.

Verfasser weist im Anschluss an Probleme, welche Euler aufgestellt hat, darauf hin, dass die Frage nach den barytropen Curven, wenn man einerseits bei gegebener Bahn nach dem Kraftgesetz fragt, andererseits die Untersuchung auf Curven doppelter Krümmung und auf Flächen ausdehnt, noch ein weites, fernerer Bearbeitung würdiges Feld eröffnet.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Rheinprovinz.

Ostern 1880.

Düsseldorf, Gymnasium. Progr. Nr. 372. Gilles, *Die Newtonsche Anziehungskraft ist auf Bewegung nicht zurückführbar.*

Die Rheinprovinz hat in den Programmen der höheren Lehranstalten für das Schuljahr 1879/80 nur eine Abhandlung aus dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Gebiete als wissenschaftliche Beigabe. Herr Gymnasiallehrer Gilles in Düsseldorf (jetzt in Essen), den Lesern dieser Zeitschrift durch seinen Aufsatz „Bedenkliche Richtungen in der Mathematik" wohl bekannt, hat in dem Programme des Gymnasiums, vermuthlich angeregt durch das Buch von Isenkrahe, einen Aufsatz über die Newtonsche Anziehungskraft veröffentlicht, um zu zeigen, dass dieselbe nicht auf Bewegung zurückführbar sei. Referent muss hier zunächst gestehen, dass für ihn die Beurtheilung der Schrift äusserst schwierig ist, weil er auf einem völlig verschiedenen Standpunkte steht. Für ihn ist „Kraft" nur ein abstracter Begriff, dem er eine sinnliche Vorstellung nicht unterzulegen vermag, sie ist namentlich für ihn von der Zeit völlig unabhängig; die Bewegung dagegen, als Veränderung der Lage im Raume, ist rein zeitlich und ist kein Begriff, sondern eine Erscheinung. Daher vermag er die beiden nicht zu identificiren, auch nicht als gleichwerthig zu betrachten. Doch hier ist nicht der Platz über diesen Gegenstand zu discutiren; Referent wird daher einfach referiren und keine das Wesen der entwickelten Grundanschauungen kritisiren. Nur gegen einen Satz möchte er sich verwahren: „Die Mathematik ist nur ein Werkzeug, wenn auch ein nicht zu ersetzendes, welches aus den Voraussetzungen das heraus liest, was in ihnen liegt oder was wir in sie hineingelegt haben. Wer daher bei der Naturbetrachtung Mathematik und Experiment allein vertraut, gleicht dem Herrscher, der von seinen Dienern beherrscht wird." Nicht aus den Voraussetzungen der Mathematik lesen wir, sondern aus deren Folgerungen, nicht, was wir hineingelegt haben, sondern was die naturgemässe mathematische Entwickelung ergiebt, lesen wir heraus. Hamilton hat nicht in die Gleichungen der Elasticitätsflächen der zweiaxigen Krystalle die konische Refraction hineingelegt, sondern umgekehrt sie aus jenen gefolgert. Für die Naturwissenschaften würde es aber vom grössten Uebel sein, wenn man den Boden des Experimentes und der mathematischen Behandlungsweise verlassen und sich der Speculation allein hingeben wollte; nicht die Philosophie hat uns im Mittelalter und in der Neuzeit vor Irrwegen bewahrt; dagegen wird nur eine auf Grund der Beobachtungen feste mathematische Entwickelung uns sichere Resultate liefern, auf welche die Philosophie ein System aufbauen kann. — Ausgehend von den Gesetzen des Stosses und von den Anschauungen Ulricis („Gott und die Natur") über Stoff und Kraft folgert der Verfasser, „dass die Welt aus einer allverbreiteten Kraft besteht, die zwar von allen Punkten des Universums aus nach dem Newtonschen Gesetze anziehend wirkt, aber mit ungleicher Intensität, so dass sie in Atome concentrirt ist. Diese Kraft heisst Materie, wenn von der Grösse der Wirksamkeit, insofern diese von der Entfernung abhängig ist, abgesehen wird. Masse ist eine begrenzte Quantität Materie. Die Kraft ist ein Thätiges, ein Wirkendes, also ein Seiendes, was Veränderungen des betreffenden Zustandes hervorruft oder verhindert, — was nichts enthält, was nicht thätig wäre" u. s. f. Die einschlägige Literatur (sowohl der in- und ausländischen Physiker als auch der Philosophen) ist sehr sorgfältig berücksichtigt und eingehend besprochen. Besonders ausführlich ist das Werk von Isenkrahe („Das Räthsel von der Schwerkraft") berücksichtigt, so dass die zweite Hälfte des Auf-

satzes fast nur als eine Kritik des genannten Werkes (der Aetherstosstheorie) erscheint. Wenn also — so folgert der Verfasser — wie es in dem Vorhergehenden dargethan worden ist, die bei jeder Aetherstosstheorie zu machenden Voraussetzungen der Undurchdringlichkeit und Starrheit der Atome nicht eine befriedigende Erklärung der Welterscheinungen ermöglichen können, vielmehr nach ihnen der Weltstillstand längst hätte eintreten müssen, wenn ferner die Hypothese eines ewig bewegten blitzschnellen Aethers, der nach allen Richtungen den unendlichen, zum grössten Theil leeren Raum durchfliegt, nur ein Hirngespinnst ist, das in seinen lockern Maschen sämmtliche Schwierigkeiten einer Welterklärung, die sich in dieselben versteckt haben, nur schlecht verbergen kann; auch die Annahme eines ausserweltlichen Agens, das die nach einer gewissen Zeit immer wieder stehen bleibende Uhr immerfort von Neuem anwerfe, als naturwissenschaftliche Erklärung nicht betrachtet werden kann: so folgt, dass die Newtonsche Anziehungskraft als Grundkraft der Natur angesehen werden muss, insofern man mit mir annimmt, dass die andern Naturkräfte auf jene zurückführbar sind.“ Die Abhandlung ist offenbar mit einer gewissen Begeisterung für die vertretenen Ideen geschrieben; Jedem, der über die tiefsten und letzten Probleme der Naturwissenschaften — sei es als Freund oder als Gegner der Anschauungen — gerne eine Zusammenstellung liest, kann die vorliegende Abhandlung zur Beachtung nur bestens empfohlen werden.

C) Bibliographie.

Februar.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Rappold, Gymn.-Prof., Unser Gymnasium. Erwägungen und Vorschläge zu Methode und Lehrplan. (91 S.) Wien. Pichler. 2,40.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Vacat.

2. Arithmetik.

Grosskurth und Godilo-Godlewsky, Factorentabelle oder Zergliederung aller Zahlen von 1 bis 10 000 in die Grundzahlen. (51 S.) Leipzig. Lenz. 1,10.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Sternfreund, P., Astronomischer Führer pro 1881. 6. Jahrg. 23 S. mit 12 Kärtchen. München. Liter.-art. Anstalt. 1.

Poselger, weil. Prof. Dr., Aristoteles' mechanische Probleme. (43 S.) Hannover. Schmorl. 0,80.

Physik.

Holtz, Dr. W., Ueber die Zunahme der Blitzgefahr und ihre vermuthlichen Ursachen. (159 S.) Leipzig. Barth. 2,50.

Chemie.

Wilbrand, Dr., Ueber Ziel und Methode des chemischen Unterrichts Ein Beitrag zur Methodik. (60 S.) Hildesheim. Lax. 1,20.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Pelzeln, v., Bericht über die Leistungen in der Naturgeschichte der Vögel. (96 S.) Berlin. Nicolai. 3.

2. Botanik.

3. Mineralogie.

Vacat.

Geographie.

Vacat.

Neue Auflagen.

Naturwissenschaften.

Pinner, Repetitorium der anorganischen Chemie. 4. Aufl. (408 S.) Berlin. Oppenheim. 8.

Neison, Der Mond und die Beschaffenheit und Gestaltung seiner Oberfläche. Deutsche Orig.-Ausg. 2. Aufl., verm. mit einem Anhang, enth. die Untersuchungen des Verf. über die Neubildung Hyginus *N* auf dem Monde. Mit Atlas v. 26 Karten u. 5 Taf. in Farbendruck. (446 S.) Braunschweig. Vieweg u. Sohn. 18.

Zippel und Bollmann, Ausländische Culturpflanzen in farbigen Wandtafeln. 2. Aufl. Braunschweig. Vieweg u. Sohn. 25.

Geographie.

Leitfaden, kurzer, zur Orientirung im Gebiete der neueren Kartographie und Geographie. 2. Aufl. (106 S.) Wien. Schworella. 1.

Peschel, O., Völkerkunde. 5. Aufl. bearb. v. A. Kirchhoff. Lpz. Duncker. In 5 Lfgn. à 2.

März.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Waldeck, Grundzüge der wissenschaftlichen Pädagogik und das akademische Seminar. (53 S.) Leipzig, Mutze. 1.

Jordan, Die körperliche Züchtigung. Ein Wort zur Zeit gegen ein Zuchtmittel, das nicht mehr in die Zeit passt. (24 S.) Wien, Sallmayer. 0,50.

Mushackes deutscher Schulkalender. 30. Jahrg. Osterausgabe 1881. (107 S.) Leipzig, Teubner. 1,20.

Kurz, Prof. Dr. A., Blätter für das bayerische Realschulwesen. Herausg. durch den Verein von Lehrern an techn. Unterrichtsanstalten Bayerns. 1. Bd. Jahrgang 1881. 5 Hefte. München, Rieger. 5.

Schatz, Dr., Allgemeinbildung und Sonderbildung in Deutschland. (26 S.) Rostock, Stiller. 0,60.

Vogel, Dr., Systematische Encyklopädie der Pädagogik. (240 S.) Eisenach, Bacmeister. 4.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Beyda, Das Unendliche, was es den Philosophen und was es den Mathematikern bisher gewesen und wie es sich mathematisch darstellt. Leipzig, Minde. 1,50.

Haas, Darstellung der Geschichte des Krümmungsmaasses. Tübingen, Fues. 3.

2. Arithmetik.

Weissenborn, Prof. Dr. H., Uebungsaufgaben zum Rechnen und zu den Anfangsgründen der Arithmetik. 2.—4. Heft. Halle, Schmidt. 2.

———, Resultate zum vor. à 0,20.

Schwarz, Oberl. Dr., Die Algebra, die Kettenbrüche und die Lehre von den einfachen Reihen. Für den Schulgebrauch bearbeitet. (116 S.) Siegen, Kogler. 2.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Remeis, Dr., Die Strahlung und die Temperatur der Sonne. Eine Darstellung und Erörterung der einschlägigen Messungen und der erlangten Resultate. (68 S.) Köln, Mayer. 1,60.

Röllinger, Studienlehrer, Leitfaden für den Unterricht in der Mechanik fester Körper. (66 S.) Augsburg, Kranzfelder. 0,70.

Grimms Atlas der Astrophysik. 1. Lfg. 13 Mondansichten nach photogr. Aufnahmen in Lichtdruck. Lahr, Schauenburg. In Mappe. 12.

Physik.

Weinhold, Prof. Dr., Physikalische Demonstrationen. Anleitung zum Experimentiren im Unterricht. 2. Lfg. (S. 161—368.) Leipzig, Quandt & Händel. 6,50.

Chemie.

Vacat.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Vacat.

2. Botanik.

Krass, Sem.-Dir. Dr., und Prof. Dr. Landois, Der Mensch und die drei Reiche der Natur. 2. Theil. Das Pflanzenreich in Wort und Bild für den Schulunterr. (188 S.) Freiburg, Herder. 2.

3. Mineralogie.

Penl, Prof., Leitfaden für die erste Stufe des mineralogischen Unterrichts. Zum Gebrauch an den unteren Classen der Mittelschulen. (72 S.) Wien, Klinkhardt. 1.

Geographie.

Geikie, Prof. A., Kurzes Lehrbuch der physikalischen Geographie. Autor. deutsche Ausg. von Dr. Weigand. Mit 79 Holzschn. u. 10 Karten. (356 S.) Strassburg, Trübner. 5.

Leitfaden, kurzer, zur Orientirung im Gebiete der neueren Kartographie und Geographie. 2. Aufl. (106 S.) Wien, Schworella. 1.

Bamberg, Schulwandkarte von Nordamerika. 1 : 5 300 000. 16 Blatt. Berlin, Chun. 12; auf Leinwand 16,50.

Schweiger-Lerchenfeld, Der Orient. Mit 200 Illustr. u. 32 Karten. In 30 Lfgn. Wien, Hartleben. à 0,60.

Berghaus, Dr. H., Physikalische Wandkarte von Afrika. 1 : 8 000 000. Gotha, Perthes. 6; auf Leinwand 10.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Haller v. Hallerstein, Lehrbuch der Elementarmathematik. Für die Portépéefähnrichsprüfung in der preuss. Armee u. Marine bearb. 1. Thl. Arithmetik. 8. Aufl. Herausg. v. Major Maier. (250 S.) Berlin, Nauck. 3,60.

Helmes, Prof. Gymn.-Oberl., Die Elementarmathematik. 3. Bd. Die ebene Trigonometrie. 2. Aufl. (249 S.) Hannover, Hahn. 2,40.

Heis, weil. Prof. Dr., Sammlung von Aufgaben aus der Arithm. u. Algebra. 57. Aufl. (403 S.) Köln, Du Mont-Schauberg. 3.

2. Naturwissenschaften.

Stöckhardt, Geh. Hofr. Prof. Dr., Die Schule der Chemie oder erster Unterricht in der Chemie, vers. durch einfache Experimente. 19. Aufl. (850 S.) Braunschweig, Vieweg. 7.

Richter, Prof. Dr. V., Lehrbuch der anorgan. Chemie. Mit 89 Holzschn. u. 1 Spectraltafel. 3. Aufl. (512 S.) Bonn, Cohen. 8.

Leunis, Dr., Analyt. Leitfaden für den ersten wissensch. Unterr. in der Naturgeschichte. 3. Thl. Oryktognosie u. Geognosie. 6. Aufl. v. Prof. Dr. Senft. (222 S.) Hannover, Hahn. 1,80.

Müllers Grundriss der Physik u. Meteorologie bearb. v. Prof. Reichert. 13. Aufl. Nebst Anh.: Physikalische Aufgaben u. deren Auflösungen. (713 S.) Braunschweig, Vieweg. 7.

Pädagogische Zeitung.

Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.

Eine Antrittsrede eines deutschen Universitätsrectors über das Verhältniss des Gymnasiums zur Realschule erster Ordnung.*)

In seiner (am 15. October 1880 gehaltenen) Antrittsrede als Rector der Berliner Hochschule (Friedrich-Wilhelms-Universität) über „die Frage der Theilung der philosophischen Facultät"**) kommt Dr. August Wilhelm Hofmann, der bekannte Chemiker, am Schlusse der zweiten Hälfte auf das oben bezeichnete Verhältniss zu sprechen. Mit Rücksicht auf den noch fortdauernden Kampf der Realschule um Gleichberechtigung mit dem Gymnasium und mit Beziehung auf unsere in der Vorrede zu ds. Jahrgange (S. 3) den Lesern gegebene Anregung (den Umwandlungsprocess beider Lehranstalten zu verfolgen), wollen wir diesen Theil der erwähnten Rede hier mittheilen. Nachdem der Redner im ersten Theil für die Zusammengehörigkeit der philosophischen Facultät gegenüber den „Secessionisten" entschieden eingetreten ist, fährt er fort:

„Ich könnte hier abbrechen. Allein die Frage: Erhaltung der Facultät in ihrer Ganzheit oder Theilung derselben? läuft eine zweite Frage, man könnte sagen, parallel, so zwar, dass mit der Lösung der einen auch ein Anhalt für die Lösung der anderen gewonnen ist. Diese zweite Frage lässt sich in zwei Worte fassen: Gymnasium oder Realschule erster Ordnung? Seit länger als einem Vierteljahrhundert Gegenstand einer lebhaften Erörterung, an welcher sich nach einander Stimmführer aus allen Kreisen betheiligt haben, und, weil von diesen je nach ihrer Parteistellung in verschiedenem Sinne beantwortet, noch vor kaum mehr als einem Jahrzehnt einer öffentlichen Besprechung unterzogen, bei welcher sämmtliche Facultäten der preussischen Universitäten gehört worden sind — ist diese heikle Frage nachgerade von allen Seiten in einer Weise beleuchtet worden, dass es fast als vermessenes Beginnen erschiene, wollte ich in elfter Stunde noch versuchen, sie unter einem neuen Gesichtspunkte darzustellen. Wohl aber sei es mir vergönnt, diese Frage, wenn auch nur im Fluge, zu berühren, um den Beweis zu liefern, dass sich die Wirkung einer Theilung der Facultät weit über die Grenzen der Universität hinaus erstrecken würde.

Die Ziele, welche die Gründer der Realschule im Auge hatten, wird Jeder als vollkommen berechtigte anerkennen. Wen könnte es befremden, dass in umfangreichen Berufskreisen, welche, bis fast in die Mitte des Jahrhunderts von kaum erheblicher Bedeutung, in unserer Zeit schnell zu einflussreicher Stellung im Staate und zum Bewusstsein dieser Stellung gelangt sind, der Wunsch, das Bedürfniss sich geltend gemacht hat, den besonderen Lebensaufgaben dieser Kreise schon in der Schule Rechnung zu tragen? Es entstand, der Universität entsprechend, das Polytechnicum, und als Vorstufe für letzteres, das Gymnasium vertretend, die Realschule. Neben der altbewährten Form des höheren Unterrichtes war, den Anforder-

---

*) Diese Rede hat bereits ihre Würdigung gefunden in der Delegirtenversammlung des d. Realschulmännervereins zu Berlin (11. April 1881), über welche wir erst im nächsten (4.) Hefte berichten können. D. Red.

**) Berlin 1880. Buchdruckerei der königl. Akademie der Wissenschaften (C. Vogt), Universitätsstrasse 8.

ungen neu gestalteter Existenzbedingungen unserer Zeit entsprossen, ein neues System der Ausbildung ins Leben getreten, welches sich, in Ziel und Mitteln verschieden, dem älteren als vollberechtigte Ergänzung zur Seite stellte.

So lange dieses complementare Unterrichtssystem den ihm genetisch vorgezeichneten Aufgaben getreu blieb, hatte es sich nur der glücklichsten Erfolge zu erfreuen. Aber bald wurde es von der Bewegung, welcher es Ursprung und Richtung verdankte, weit über das ihm ursprünglich gesteckte Ziel hinweggeführt. Es war zunächst die Realschule, für welche eine weitere Mission in Aussicht genommen wurde. Sollte eine Schule, welche ihre Schüler erfolgreich für das Polytechnicum vorbereitet, nicht auch im Stande sein, ihnen den Weg zur Universität zu bahnen? Die Mathematik, die Naturwissenschaften, die neueren Sprachen, deren Lehre die Realschule in erster Linie gewidmet war, sollten sie nicht dieselben Elemente der Geistesbildung enthalten, welche man bisher ausschliesslich den klassischen Sprachen zugeschrieben hatte, deren Pflege dem Gymnasium obliegt? War dem aber so, musste nicht die Ansicht, dass die Vorbildung für die Hochschule nur in den humanistischen Studien zu finden sei, als eine überwundene erscheinen?

Dass der ursprüngliche Lehrplan der Realschule als Vorbereitung für das Universitätsstudium nicht ausreiche, darüber konnten auch die eifrigsten Wortführer der neuen Bewegung nicht zweifelhaft sein; es war nur noch eine Frage, bis zu welchem Grade der klassischen Grundlage Anerkennung zu zollen sei. Die Nothwendigkeit, das Lateinische innerhalb gewisser Grenzen mit in den Lehrplan aufzunehmen, erschien Keinem zweifelhaft; es hat aber auch nicht an Stimmen gefehlt, welche einem wenigstens facultativen Unterrichte im Griechischen das Wort geredet haben*).

) [S. 81] Aehnliches gilt von der englischen Sprache (nämlich dass sie nicht entbehrt werden kann), auch sie würde ich in einem Realgymnasium nur dann vermissen können, wenn ein vollwichtigerer Ersatz von anderer Seite her dafür gewonnen würde. Und so sei es mir gestattet, hier noch einen Wunsch auszusprechen, der nicht unmöglich zu erfüllen wäre. Ich meine den Unterricht im Griechischen). Den Homer gelesen zu haben, ist eine Erquickung für das Leben. Das Gesicht ergrauter Beamten, in dem der Stichel der Zeit die unverkennbaren Spuren bureaukratischer Monotonie eingegraben hat, verklärt sich, wenn ihnen bei passender Gelegenheit der volltönende Hexameter der Ilias unerwartet an das Ohr schlägt. Es ist, wie wenn die Jugend plötzlich wieder in ihnen aufflackere. Was die Bibel für das gemeine Volk, das ist in vielfacher Beziehung Homer für die Gebildeten. Wenn es erlaubt würde, das Griechische in der oberen Abtheilung des Realgymnasiums einzuführen, so wäre dasselbe um einen grossen Schritt seinem Ideal näher gerückt. Es liesse sich in dem Maasse, als der lateinische Unterricht in seiner Bedeutung zurücktritt, durch das Griechische ein Aequivalent in die philologische Wagschaale des Realgymnasiums legen. Und um diesen Preis liesse ich gerne das Englische als obligates Unterrichtsfach fallen. In der That, wenn es gestattet würde, im Obergymnasium zweierlei Abtheilungen von Schülern zu haben, solche, die englisch lernen und solche, die griechisch lernen, so wäre geholfen**). Alle übrigen Unterrichtsfächer wären gleich. Dieser Gedanke liegt um so näher, also ohnehin schon die Classe VII***) in zwei parallele Cötus zerfällt. Würden aber dem Griechischen vier Jahre lang vier Wochenstunden ausgesetzt, so wäre es eine Leichtigkeit, die Schüler so weit zu fördern, dass sie in der IX. und X. Classe die Ilias oder Odyssee lesen könnten. Freilich in dem Sinne und nach der Methode, wie in den Gymnasien, dürfte das Griechische nicht betrieben werden; das würde sich von selbst auch schon durch das vorgerückte Alter der Schüler verbieten. Es müsste vor Allem die Exposition in das Auge gefasst werden, und die Composition müsste vornehmlich nur der Einübung der Formenlehre und der Elementarsyntax dienen. Allerdings würde für diejenigen, welche statt des Englischen das Griechische wählen, eine Erschwerung ihrer Aufgabe gegeben. Allein diese Uebernahme einer grösseren Last wäre eine freiwillige, und sie würden in reichlicher Weise durch die Freude entschädigt, welche ihnen Homer einst machte. Auch des praktischen Nutzens darf ich hier erwähnen, dass die künftigen Mediciner alsdann um so leichter durch das Realgymnasium ihren Weg machen könnten, und in der That giebt es ja keinen natürlicheren Wunsch, als dass sie diese Vorbereitung auf ihre Universitätsstudien geniessen möchten. Ist das Realgymnasium, so wie es im Vorstehenden beschrieben worden ist, nicht

*) Welche Ueberbürdung würde dann erst die Realschule, die jetzt schon (bei drei fremden Sprachen) daran leidet, belasten! Das Griechische, das weit schwieriger ist als das Latein, wird nicht einmal (bei sechs Stunden) im Gymnasium so gründlich gelernt wie dieses, wie viel weniger in der Realschule bei einem facultativen Unterricht. D. Red.

**) Man hätte dann eine Doppelschule: Gymnasium und Realschule verquickt. D. Red.

***) Verf. d. Anm. rechnet von unten herauf nach Cursen, also Cursus I = unterste Classe.

Nach mächtigen Schwankungen, die sich auch heute noch keineswegs völlig beruhigt haben, ging aus dieser Bewegung die Realschule erster Ordnung hervor. Und nun begann, nicht immer mit Glück, aber schliesslich doch mit nicht geringem Erfolge geführt, der Wettstreit der neuen Schule mit dem Gymnasium, dessen Wechselfälle wir mit erlebt haben. Das gesprochene wie das geschriebene Wort ist der neuen Bewegung dienstbar gewesen, in städtischen Communen wie im Hause der Abgeordneten hat sie ihre Vorkämpfer gefunden. In bestimmenden Kreisen hat man dem nachhaltig geübten Drucke nur langsam und mit grosser Zurückhaltung nachgegeben. Die Einforderung gutachtlicher Aeusserungen von sämmtlichen Facultäten der preussischen Universitäten über die Frage: Ob und wie weit die Realschul-Abiturienten zu den Facultätsstudien zugelassen werden können, wird stets ein glänzendes Zeugniss der ernsten Sorgfalt bleiben, welche dieser hochwichtigen Angelegenheit gewidmet worden ist. Wohl haben diese zahlreichen Körperschaften der ihnen vorgelegten Frage nicht alle dasselbe Interesse geschenkt, wohl sind die Antworten einzelner Facultäten zustimmend ausgefallen oder, wenn ablehnend, nicht mit Stimmeneinhelligkeit erfolgt*), nichtsdestoweniger kann das Ge-

geradezu eine Vorschule für das Studium der Medicin? Doch die weitere Ausführung des Gedankens dürfte nicht hierher gehören, und ich begnüge mich daher, denselben hier angedeutet zu haben. (Dillmann, Programm des königl. Realgymnasiums in Stuttgart zum Schlusse des Schuljahres 1871—72. S. 24.)

) [S. 31] Die Ergebnisse der Untersuchung sind in einer Druckschrift: „Akademische Gutachten über die Zulassung der Realschul-Abiturienten zu Facultäts-Studien, Berlin 1870", mitgetheilt). Die folgende Tabelle zeigt diese Ergebnisse in übersichtlicher Form:

	Theologische Facultät.		Juristische Facultät.	Medicinische Facultät.	Philosophische Facultät.
Berlin	Entschiedene Abweisung		Entschiedene Abweisung	Abweisung	Entschiedene Abweisung
Bonn	Evangel. Abweisung	Kathol. Entsch. Abweisg.	Abweisung	Abweisung	Entschiedene Abweisung
Breslau	Evangel. Abweisung	Kathol. Abweisung	Einstimmige Abweisung	Entschiedene Abweisung	Abweisung (mit schwacher Majorität)
Göttingen	Abweisung		Zulassung	Zulassung (mit schwacher Majorität)	Bedingte Zulassung
Greifswald	Abweisung		Einstimmige Abweisung	Zulassung	Bedingte Zulassung
Halle	Abweisung		Abweisung	Abweisung	Bedingte Zulassung
Kiel	Abweisung		Abweisung	Zulassung	Abweisung
Königsberg	Abweisung		Zulassung	Zulassung	Zulassung (Separatvotum einer Minorität)
Marburg	Abweisung		Abweisung	Abweisung (Separatvotum zweier Mitglieder)	Zulassung

*) S. unsere Zeitschrift I. 435 u. f. D. Red.

sammtergebniss dieser grossen Untersuchung nicht bezweifelt werden und lässt sich kurz dahin zusammenfassen, dass die Realschule erster Ordnung, wie volle Anerkennung man ihren Leistungen zolle, eine Vorbildung für das akademische Studium, welches der von dem Gymnasium gebotenen ebenbürtig wäre, zu geben gleichwohl nicht im Stande ist. Die Realschule entbehre — diese Ansicht vertritt z. B. die Berliner philosophische Facultät — des Mittelpunktes, um welchen sich alle übrigen Fächer gruppiren könnten, wie ihn in dem Studium der klassischen Sprachen das Gymnasium besitze*). Alle Anstrengungen, einen Ersatz für dieses Studium aufzufinden, ob in der Mathematik, ob in den neueren Sprachen oder in den Naturwissenschaften, seien bisher ohne Erfolg gewesen. Nachdem man lange und vergeblich gesucht habe, komme man schliesslich immer wieder auf die seit Jahrhunderten bewährte Erfahrung zurück, dass das sicherste Mittel der Bildung des jugendlichen Geistes in dem Studium der Sprachen, der Literatur und der Kunstschöpfungen des klassischen Alterthums gegeben sei. Nach dem übereinstimmenden Urtheil sachkundiger Lehrer auf den Gebieten der Mathematik und der Naturwissenschaften würden die auf der Realschule Reifbefundenen in den späteren Semestern fast ausnahmslos von den Gymnasial-Abiturienten überholt, wie sehr sie ihnen auch gerade in den genannten Fächern während des ersten Semesters überlegen gewesen wären**).

Von 38 Facultäten, von welchen Gutachten abgegeben worden sind, haben also 27 für Abweisung, 8 für Zulassung, 3 für bedingte Zulassung gestimmt.

Nach den verschiedenen Facultäten geordnet stellen sich die Abstimmungen wie folgt:

	Abweisung	Zulassung	Bedingte Zulassung
11 theologische Facultäten	11	0	0
9 juristische „	7	2	0
9 medicinische „	5	4	0
9 philosophische „	4	2	3

Vergleicht man die einzelnen Universitäten unter einander, so gelangt man zu folgenden Ergebnissen:

	Abweisung	Zulassung	Bedingte Zulassung
Berlin	4	0	0
Bonn	5	0	0
Breslau	5	0	0
Göttingen	1	2	1
Greifswald	2	1	1
Halle	3	0	1
Kiel	3	1	0
Königsberg	1	3	0
Marburg	3	1	0
	27	8	3

Anm. d. Verf.

*) In neuerer Zeit gewinnt dagegen die Ansicht immer mehr Anhänger, dass ein solcher „Mittelpunkt“ schädlich sei, indem er Einseitigkeit erzeuge und die „harmonische Ausbildung“, das Ziel des Unterrichts und der Erziehung, störe. Das hat auch die Geschichte der Gymnasialbildung hinreichend bewiesen. Auch ist die obige Behauptung an und für sich schon hinfällig, denn wie können die alten Sprachen Mittelpunkt sein für ihnen gänzlich heterogene Lehrgegenstände, wie Mathematik und Naturwissenschaften? D. Red.

**) [S. 31] Es könnte den Anschein haben, als wenn der niedrigere Bildungsstand eines Realschul-Abiturienten in einem Fache durch grössere Reife in einem anderen ausgeglichen werde. Die Realschule stellt in der Mathematik allerdings höhere Forderungen; doch ist das Ziel, welches sie erreicht, schliesslich immer von der Persönlichkeit des Lehrers abhängig; es giebt Gymnasien, welche das Gleiche leisten, und der Vorsprung, welchen durchschnittlich die Realschüler haben mögen, ist für die Fähigkeit, sich die höhere mathematische Bildung anzueignen, im Ganzen unerheblich. Was die Naturwissenschaften betrifft, so sind die namhaftesten Männer unter unseren Chemikern und Physikern, sowie die Vertreter der übrigen Fächer darin einverstanden, dass die vom Gymnasium kommenden im Durchschnitt mehr leisten; man macht die Erfahrung, dass der Vorgeschmack dieser Wissenschaften, welcher auf der Realschule gegeben wird, häufig den Wissenstrieb mehr abstumpfe als belebe. (Gutachten der Berliner philosophischen Facultät. Akademische Gutachten etc. S. 43.) Einstimmig haben sich die medicinische und in ihrem mathematisch-naturwissenschaftlichen Theile die philosophische Facultät dahin geäussert, dass eine auf Realschulen oder sonst erworbene naturwissenschaftliche Vorbildung sich für den Verfolg

Solche Wahrnehmungen bedürfen keines Commentars, noch weniger aber die von dem Director einer hochangesehenen Gewerbeschule in einem sehr bemerkenswerthen Schulprogramme unumwunden eingestandene Vorliebe ***) für Realschullehrer, welche ihre Vorbildung für die Universität dem Gymnasium verdanken! Ich möchte den zahlreichen Darlegungen zu Gunsten des Gymnasiums, welche das fast überreiche Material der akademischen Gutachten bietet, noch eine eigene Erfahrung hinzufügen. Niemals habe ich einen vom Gymnasium kommenden Studirenden den Wunsch äussern hören, er wäre lieber auf einer Realschule erzogen worden; wie oft bin ich dagegen mit jungen Männern zusammengetroffen, welche, auf der Realschule vorbereitet, es schmerzlich empfanden, der Gymnasialbildung nicht theilhaftig geworden zu sein!

Damit soll natürlich nicht behauptet werden, dass nicht auch die Realschule der Universität eine Anzahl trefflich vorgebildeter Abiturienten zuführe. Talentvolle Jünglinge werden sich in jedweder Schule für den akademischen Unterricht erspriesslich vorbereiten, und es würde nicht schwer sein, auf allen Gebieten der menschlichen Thätigkeit hervorragende Männer zu nennen, welche ohne irgend welchen Schulunterricht ihren Weg gemacht haben. Wenn man die relative Leistungsfähigkeit zweier Unterrichtssysteme vergleichen will, so muss man die durchschnittliche Begabung der auszubildenden Jugend ins Auge fassen, und ich brauche wohl kaum noch besonders zu betonen, dass den Erfahrungen, welche mich so entschieden für die Gymnasialbildung eingenommen haben, die Beobachtung einer grösseren Anzahl durchschnittlich begabter junger Männer zu Grunde liegt, welche ihre Vorbildung theils auf dem Gymnasium, theils auf der Realschule erhalten hatten.

Die in den akademischen Gutachten niedergelegten Ansichten haben auf die Erfolge der Realschule erster Ordnung keinerlei irgendwie beschränkenden Einfluss geübt; im Gegentheil, die ihr schon früher gemachten Zugeständnisse sind noch erweitert worden, und das von ihr ausgestellte Reifezeugniss berechtigt heute ihre Schüler, in den Kreis der bei der philosophischen Facultät Eingeschriebenen einzutreten, um sich in gewissen, dieser Facultät angehörigen Fächern auszubilden.

Diese Erfolge der Realschule erster Ordnung sind zum Theil gewiss der schwankenden oder gar zustimmenden Haltung einzelner Facultäten zuzuschreiben, aber vorzugsweise doch wohl der vielfach aufgeworfenen Behauptung, dass die in den Facultäts-Gutachten ausgesprochenen Meinungen mehr die Frucht theoretischer Befürchtung, als das Ergebniss an das Thatsächliche anknüpfender Erfahrung seien.

Allein mehr als ein Jahrzehnt ist seit Erstattung jener Gutachten verstrichen, und die Frage ist nun wohl an der Zeit, in wie weit die Praxis das bestätigt habe, was man der Theorie nicht glauben wollte?

Wir dürfen uns nicht länger täuschen: die Vorbildung für das akademische Studium auf deutschen Hochschulen ist in einer bedeutungsvollen Wandlung begriffen! Die Zahl der auf Realschulen Reifbefundenen unter unseren Studenten — es darf uns nicht befremden — mehrt sich von Jahr

---

entsprechender Studien auf der Universität so vortheilhaft nicht erweise, wie man erwarten sollte. Mangel an idealem Streben, handwerksmässige Beschränktheit, Ueberschätzen des schon erlangten Wissens, vor Allem Blasirtheit über den Reiz der Naturerscheinungen, heben leicht die Vortheile wieder auf, die aus der frühen Beschäftigung mit der Natur erwachsen könnten. (Bericht des Rectors und Senats der Berliner Universität. Akademische Gutachten S. 23.)

***) [S. 32] Die Realschullehrer gehören nicht darum, weil sie für die allgemeine Bildung der höheren gewerblichen Stände thätig sind, weil sie daher auch für die Ansprüche, welche die Lebensstellung der diesen Ständen Angehörigen macht, Sinn und Verständniss haben müssen, selbst diesen Ständen an. Sie sollen, wie der Gymnasiallehrer, die Wissenschaft als Mittel der Erziehung benutzen, und müssen deshalb, wie diese, eine gelehrte Bildung erhalten, d. h. durch Gymnasium und Universität für ihren Beruf vorbereitet werden. (H. Kern, vierter Jahresbericht über die Luisenstädtische Gewerbeschule zu Berlin 1869. S. 13.)

zu Jahr. Die Statistik unserer eigenen Hochschule lässt in dieser Hinsicht keinen Zweifel. Im Laufe der letzten fünf Jahre hat sich die Zahl der bei der hiesigen philosophischen Facultät eingeschriebenen Realschul-Abiturienten nahezu verdreifacht. In ganz ähnlicher Weise hat sich das Verhältniss auf anderen Universitäten gestaltet. Es fehlt also nicht mehr die an das Thatsächliche anknüpfende Erfahrung, und das Ergebniss derselben ist dieses, dass sich die schon früher gehegte Ueberzeugung befestigt hat. Die Idealität des akademischen Studiums, die selbstlose Hingabe an die Wissenschaft als solche, die freie Uebung des Denkens, zugleich Bedingung und Folge dieser Hingebung, treten in dem Maasse mehr und mehr zurück, als der Vorbildung für die Hochschule der klassische Boden unseres Geisteslebens entzogen wird, wie ihn das Gymnasium vorbereitet Es ist dies allerdings zunächst nur eine, aus persönlicher Erfahrung geschöpfte, persönliche Ueberzeugung, allein ich will nicht unerwähnt lassen, dass sich mir vielfach Gelegenheit geboten hat, diesen Gegenstand mit physikalischen und mathematischen Freunden zu besprechen, und dass ich fast ausnahmslos auch diese von derselben Ueberzeugung erfüllt gefunden habe.

Form und Inhalt des Universitätsunterrichts wird aber stets bedingt sein von dem Grade der Vorbildung, welchen der Studirende mit auf die Universität bringt. Ein Herabgehen in den Ansprüchen an diese Vorbildung wird — unausbleibliche Folge — den Universitätsunterricht selber herabdrücken; würde aber in diesem Falle die deutsche Hochschule, der glorreiche Mittelpunkt unseres Culturlebens und der Gegenstand eifersüchtiger Bewunderung anderer Nationen, noch länger bleiben, was sie so lange gewesen?

Es ist nicht meine heutige Aufgabe, in die Beantwortung dieser Frage einzutreten. Auch liegt es jenseits der Grenzen, welche dieser Rede gesteckt sind, die Mittel zu untersuchen, durch welche der Gefahr eines Herabgehens der Ansprüche an die Vorbildung für die Hochschule erfolgreich begegnet würde.

Viele will es bedünken, dass die beste Abhülfe von dem Gymnasium selber gebracht werden müsste. Das Gymnasium erfreut sich, es muss dankbar anerkannt werden, seit vielen Jahren der unablässigen Fürsorge der hervorragendsten Männer in massgebenden Kreisen, welche sich die Förderung dieser Pflanzstätte unserer Jugend mit Vorliebe angelegen sein lassen. Aber diese Männer erkennen es selber, und vielleicht besser wie viele andere, dass das heutige Gymnasium nach mancherlei Richtungen hin, zumal in der Methode des Unterrichts, noch einer Vervollkommnung fähig ist, ohne dass der bewährten Grundlage seiner Wirksamkeit irgendwie zu nahe getreten würde. Vielleicht ist es gerade die Realschulbewegung, welche solchen reformatorischen Bestrebungen in die Hände arbeitet, vielleicht erfüllt diese Bewegung in solcher Arbeit ihre eigentliche Mission. Hiermit ist unseren Schulmännern allerdings eine weit ausgreifende und schwierige Aufgabe gestellt, und es darf sie nicht entmuthigen, wenn ihre Lösung nicht alsbald gelingt; sie dürfen nicht vergessen, dass bei Umgestaltungen an einem Gebilde von sücularem Wachsthume das Schaffen selbst von Jahrzehnten nicht viel bedeuten will. Wenn in unserer Zeit die Ansicht vielfach verbreitet ist, dass, weil uns die Physik gelehrt hat, unsere Gedanken mit der Schnelligkeit des Blitzes von Hemisphäre zu Hemisphäre zu entsenden, auch der Process des Denkens selber schneller und leichter von statten gehe, so ist dies ein gründlicher Irrthum. Wir denken heute nicht schneller als früher — dies wird mir von den mit der Vorlage des Unterrichtsgesetzes Betrauten gewiss bezeugt werden —, auch sind die guten Gedanken nicht billiger geworden, als zu irgend welcher früheren Periode. Es darf uns deshalb auch nicht wundern, wenn unsere Bestrebungen, ein Gymnasium ins Leben zu rufen, welches allen Anforderungen entspräche, nicht heute und auch nicht morgen von durchschlagendem Erfolge gekrönt sein werden.

Viele von Ihnen, hochverehrte Anwesende, haben mir vielleicht schon längst den Vorwurf gemacht, dass ich das Thema meiner Ansprache ganz und gar aus dem Auge verloren. Habe ich es wirklich aus dem Auge verloren? Ich glaube nicht. Indem ich meine Stimme für das Gymnasium erhob, habe ich der ungetheilten Facultät das Wort geredet. Die Vorkämpfer der Secession arbeiten — vielleicht ohne sich dessen klar bewusst zu sein — für dasselbe Ziel wie die Parteigänger der Realschule: Anerkennung einer auf neuer Basis begründeten Vorbildung für die Universität oder, wie sie es gerne nennen, Brechen mit der mittelalterlichen Ansicht, dass diese Vorbildung nur in den humanistischen Studien zu finden sei. Mit jeder Spaltung einer philosophischen Facultät würde Wasser auf die Mühle der Realschule getragen. Die mächtigste Schutzmauer des Gymnasiums ist die geschlossene Phalanx der ungetheilten philosophischen Facultät!

Wenige Worte noch, und ich bin am Schlusse meiner Rede angelangt. Dem Einen oder dem Anderen in dieser hochansehnlichen Versammluug könnte es in den Sinn gekommen sein, dass ich im Hinblick auf einen in nächster Nähe drohenden Zwiespalt gesprochen habe. Und eine solche Vermuthung fände vielleicht einen Anhalt daran, dass die Mitgliederzahl unserer philosophischen Facultät so sehr gross ist, grösser als die irgend einer anderen deutschen Universität, ja grösser als die Gesammtzahl der Mitglieder aller Facultäten auf mancher deutschen Hochschule. Aber das wäre eine ganz irrige Vermuthung. Ich habe keinen Grund gehabt, mein akademisches Thema anders als rein akademisch zu behandeln. Im Laufe der fünfzehn Jahre, während welcher ich mich freue, der hiesigen philosophischen Facultät anzugehören, ist der Gedanke der Trennung niemals auch nur angeregt worden, und es würde wohl kaum eine Körperschaft zu finden sein, in welcher die Ueberzeugung von der Zusammengehörigkeit aller Mitglieder, das Bewusstsein der Stärke, welche gerade der Mannichfaltigkeit der Zusammensetzung entspringt, das Gefühl der Einheit und Untheilbarkeit lebendiger entwickelt wäre, als in unserer philosophischen Facultät. Dieses Bewusstsein unserer Zusammengehörigkeit, dieses Gefühl unserer Einheit ist aber wiederum von dem Geiste jener höheren Gemeinsamkeit getragen, in welchem die verschiedenen Facultäten sich als Schwestern, als gleichberechtigte Töchter der *alma mater* anerkennen, von dem Geiste, in welchem unsere Universitas begründet ist, dessen Hauch die Blüthe unserer Hochschule unverwelklich erhält.

Und in diesem Geiste wollen wir auch in das sich vor uns öffnende Studienjahr eintreten, *viribus unitis!*"

Zum Kampf der Realschule mit dem Gymnasium.

Aus der Illustr. Ztg. Nr. 1964 (19. Februar 1881).

Der Berliner Realschulmännerverein hielt am 3. Februar 1881 eine Versammlung ab, in welcher Director Dr. Bach das Wort ergriff, um eine kritische Betrachtung der drei Rectoratsreden von Hofmann-Berlin, Rühle-Bonn, Wislicenus-Würzburg über die Zulassung der Realschul-Abiturienten zu Universitätsstudien anzustellen, und insbesondere die von Hofmann gegebene Beweisführung gegen diese Zulassung zu widerlegen. Die eingehendste Widerlegung fand er in der Rede des Professor Wislicenus, welcher an der Hand wirklicher Thatsachen, eigener langjähriger Beobachtungen und officieller Prüfungsergebnisse den Beweis geliefert hat, dass die Realschul-Abiturienten sehr wohl für wissenschaftliche Studien qualificirt seien*). Am Schlusse des Bach'schen

*) Wir werden auch diese Rede (C.-O. IX, Heft 4) in unserer Zeitschrift mittheilen. D. Red.

Vortrages erhoben sich die Versammelten von ihren Sitzen, um in Wislicenus einen ebenso unerwarteten wie trefflich gerüsteten Vorkämpfer ihrer Sache zu ehren. Hierauf wurde eine Resolution gefasst, gemäss welcher die Versammlung den Behörden der Reichshauptstadt ihren besondern Dank für die unlängst vollzogene Eröffnung der Falk-Realschule ausdrückt, da sie in derselben die angemessenste Antwort auf alle die Angriffe erkennt, welche planmässig darauf ausgehen, Ansehen und Werth der Realschule an massgebender Stelle wie in den Augen des Publikums herabzusetzen.

Die Vorträge in der mathematischen Section der Naturforscher-Versammlung zu Danzig (September 1880).

(Abdruck.)

Nach dem Tageblatte der Naturforscher-Versammlung zu Danzig (S. 174 u. f.) wurden in der „Section für Mathematik, Astronomie, Geodäsie" (der ersten der 23 Sectionen) folgende Vorträge gehalten.

(2. Sitzung, Mittwoch den 22. Septbr.) Prof. Hoppe-Berlin: „Ueber Parallelen geschlossener Curven".

„Mir ist noch keine Untersuchung der Frage bekannt, ob ein, ursprünglich nicht tordirtes geschlossenes Band bei einer Formänderung im allgemeinen eine Torsion erleidet. Zur Definition der (körperlichen) Torsion kann man von der Lage ausgehen, wo die Elementarfäden, aus denen man das Band bestehend denken kann, parallele ebene Curven bilden, und diesen Zustand als den nicht tordirten bezeichnen. Einen solchen Faden wollen wir die Mittellinie nennen und beliebig verändern. Die übrigen sollen normal zu dieser einen constanten Abstand behalten, wobei jeder Punkt des betreffenden Fadens noch die Freiheit hat sich in der Normalebene der Mittellinie im Kreise zu bewegen. Sind in der neuen Lage die Parallelen der Mittellinie nicht geschlossen, so können die Fäden nicht parallel sein; ihre Punkte müssen vielmehr, wenigstens im letzten Intervall von der Parallele aus soweit auf dem Kreise fortrücken, dass der Endpunkt in den Anfangspunkt fällt. Die Centriwinkel des vom Endpunkte durchlaufenen Bogens dividirt durch die Länge der Mittellinie ist dann die Torsion des Bandes. Sowohl der Einfachheit der Betrachtung als auch dem Minimum der Elementartorsion entspricht es, die ganze Curve entlang die Verschiebung dem Bogen proportional anzunehmen, so dass die Torsion jedes Stückes gleich der des ganzen Bandes ist. Die anfängliche Frage reducirt sich jetzt auf die, ob eine Parallele einer geschlossenen Curve im allgemeinen geschlossen ist? — Eine Parallele s_1 einer Curve s hat die drei analogen Gleichungen:

$$x_1 = x + c\,(f' \cos d\vartheta - l \sin \vartheta);\ \text{etc.}$$

wo f', l Richtungscosinus der Haupt- und Binormale, ϑ Torsionswinkel (bestimmt durch $d\vartheta$ = Contingenzwinkel der Schmiegungsebene), und c constanter Normalabstand ist. Alle Grössen zur Rechten dieser drei Gleichungen ausser ϑ sind periodisch, wenn die Curve s geschlossen ist, und die Normal- und Schmiegungsebene stetig variiren, was wir voraussetzen. Bedingung also dafür, dass auch x, y, z periodisch sind, demnach die Curve s geschlossen ist, ist, dass auch ϑ entweder periodisch ist oder bei jedem Umlauf von s nur um Vielfache von $4R$ zu- oder abnimmt. — Die Bedeutung des letzteren Falles ergiebt sich, wenn man von einer ebenen Curve s für $\vartheta = 0$ ausgeht und sie stetig in eine solche für $\vartheta = 4R$ im Endpunkte überführt; denn dann durchläuft der Endpunkt der Parallele stetig den Kreis in der Normalebene, die Curve s_1 macht also eine Windung um s, so dass beide wie Kettenglieder an einander hangen, während

sie vorher gesondert waren. Da die eine Lage ohne Durchdringung der Curven nicht in die andere übergehen kann, eine Durchdringung aber wegen des constanten Abstandes unmöglich ist, so folgt, dass eine geschlossene Parallele einer geschlossenen Curve für $\vartheta = 0$ im Endpunkte bei keiner Deformation der Urcurve in eine solche für $\vartheta = 4R$ übergehen kann. — Hiernach müssen wir den obigen zweiten Fall ausschliessen und sagen: Bedingung der Deformation einer geschlossenen Curve, bei welcher die ursprünglich geschlossenen Parallelen geschlossen bleiben, ist, dass für die Urcurve ϑ periodisch ist. — Es mag genügen, an einem Beispiele zu zeigen, dass diese Bedingung nicht von allen Curven erfüllt wird. Die Gleichungen $x = (\mu a - b \cos \mu\varphi) \cos \varphi$; $y = (\mu a - b \cos \mu\varphi) \sin \varphi$; $z = b \sin \mu\varphi$, wo μ positive ganze Zahl, stellen eine geschlossene Curve dar, welche einen Kreis vom Radius μa, im constanten Abstand $= b$, μmal umwindet und aus μ congruenten Stücken besteht. Verlegt man den Anfang der x in einen Punkt jenes Kreises und nimmt $\mu = \infty$, so geht die Curve als Grenze in eine Schraubenlinie über, deren Torsion bekanntlich constant ist. Daraus folgt, dass ϑ im Intervall jeder Windung einen endlichen Werth a hat; daher kann es auch für endliche hinreichend grosse μ nicht Null sein, folglich ist es im Umfang der ganzen Curve, wo sich sein Werth mit μ multiplicirt, nicht nur nicht Null, sondern kann sogar jede Grenze übersteigen."

Hierauf spricht Prof. Durège-Prag „Ueber gewisse specielle Vorgänge innerhalb eines Gebietes von vier Dimensionen".

„Da es gegenwärtig für uns unmöglich ist, von einem vierdimensionalen Gebiete eine klare Vorstellung zu haben, so dürfte es von Interesse sein, wenigstens bei gewissen speciellen Vorgängen innerhalb eines solchen Gebietes einen genaueren Einblick in dieselben zu gewinnen. Dazu ist häufig die folgende Erwägung von Nutzen.

Aus einer Ebene E als einem Gebiete von zwei Dimensionen kann man einen in ihr liegenden Punkt a nur dann in eine neue Lage b ausserhalb dieser Ebene bringen, wenn eine dritte Dimension zu Gebote steht. Man kann dann aber durch b beliebig viele neue Ebenen legen, von denen jede mit E nur eine gerade Linie gemein hat. Diese Schnittlinie kann man beliebig in E wählen; durch sie und durch den Punkt b ist die neue Ebene bestimmt. Auch kann man, wenn mehrere Punkte b ausserhalb E vorhanden sind, Ebenen durch sie hindurch legen, welche alle die Ebene E in ein und derselben beliebig zu wählenden Geraden treffen.

Wenn*) nun eine vierte Dimension zu Gebote steht, so kann man in analoger Weise einen in einem Raume XYZ befindlichen Punkt a aus diesem Raume herausbewegen in eine neue Lage b ausserhalb dieses Raumes, und kann dann durch b beliebig viele andere Räume legen, die wir, wie auch XYZ selbst, alle als ebene Räume annehmen wollen. Dann hat jeder dieser neuen Räume mit dem ursprünglichen nur eine Ebene gemeinschaftlich; und diese Ebene kann man in XYZ beliebig wählen, durch sie und durch den Punkt b ist der neue Raum bestimmt; auch kann man durch mehrere ausserhalb XYZ befindliche Punkte b Räume hindurch legen, die alle mit XYZ dieselbe Ebene gemeinschaftlich haben.

Hierauf gestützt wurde zunächst erörtert, wie ein im Innern einer Kugel befindlicher Punkt in den äusseren Raum hinaus bewegt werden kann, ohne die Kugelfläche zu treffen. (Siehe den Aufsatz: Ueber die Hoppesche Knotencurve. Sitz.-Ber. d. Akad. zu Wien Bd. 82, Abth. II, Juni-Heft 1880.)

In ähnlicher Weise kann man auch den Vorgang genauer überblicken, durch den ein in einer geschlossenen Curve befindlicher Knoten in einem vierdimensionalen Gebiete aufgelöst wird. Wir wollen zu diesem Ende die Curve in einer für diesen Zweck passenden Gestalt annehmen, in folgender

*) Ja, wenn sie zu Gebote stünde! D. Red.

Art: Man ziehe aus einem auf der negativen x-Axe liegenden Punkte a ein in der xy-Ebene liegendes Curvenstück, welches die positive y-Axe in b treffe und, die positive x-Axe ebenfalls durchschneidend, in einem Punkte c der negativen y-Axe endige. Von c aus führe man die Curve in der yz-Ebene weiter; dieser zweite Curventheil treffe die positive z-Axe in d, die positive y-Axe in e, jedoch so, dass oe grösser als ob sei (o sei der Anfangspunkt der Coordinaten) und endige in einem Punkte f der negativen z-Axe. Hierauf lasse man die Curve von f aus parallel zur z-Axe weiter gehen, unendlich nahe an derselben, jedoch auf der positiven, rechten, Seite der yz-Ebene (so dass die Punkte dieses geradlinigen Stückes unendlich kleine positive x-Coordinaten haben), führe sie über d hinaus bis g, und schliesse endlich die Curve durch einen in der xz-Ebene liegenden Bogen ga.

Diese Curve besitzt, wie aus einer nach den gemachten Angaben leicht zu zeichnenden Figur sogleich zu ersehen ist, einen unauflösbaren Knoten. Wenn man aber den geradlinigen Theil fg auf der negativen, linken Seite der yz-Ebene parallel zur z-Axe verlaufen lässt (sodass die Punkte dieses Theiles unendlich kleine negative x-Coordinaten haben), so sieht man sofort, dass die Curve keinen Knoten mehr enthält, sondern durch blosses Umlegen in eine einfach geschlossene Curve verwandelt werden kann. Demnach ist zur Auflösung des Knotens nur nöthig, das geradlinige Stück fg oder og von der rechten Seite des Bogens edc auf dessen linke Seite zu bringen. Im dreidimensionalen Raume ist das natürlich nicht möglich. Steht aber eine vierte Dimension zu Gebote*), welcher eine vierte von o ausgehende Coordinatenaxe W angehöre, so kann man sich beliebig viele Räume denken, von denen jeder mit dem Raume XYZ nur die xy-Ebene gemeinschaftlich hat. In jedem dieser neuen Räume befindet sich dann von der ganzen Curve nur der horizontale Theil abc nebst den Punkten o und e, alle übrigen Theile der Curve liegen ausserhalb jener Räume.

Bewegt man nun das Curvenstück oga, etwa durch Drehung um die x-Axe, aus dem Raume XYZ heraus, und bringt es am einfachsten in die Lage, dass das geradlinige Stück og in die Axe W, der Bogen go in die xw-Ebene fällt, so kann man nun, da der Bogen cde in dem Raume XYZ sich nicht vorfindet, dem Stücke og, oder auch nur einem passenden Theile desselben eine kleine seitliche Ausbiegung geben, so dass die Punkte desselben kleine negative x-Coordinaten erhalten. Bewegt man dann das so abgeänderte Curvenstück in den Raum XYZ zurück, so erhält man die oben erwähnte zweite Curvengestalt, bei welcher der Knoten schon aufgelöst erscheint.

Ein sehr hübsches analytisches Beispiel für den vorliegenden Fall gab Herr Hoppe im 64. Bande des Archivs für Mathematik u. Physik S. 224.

Proben aus dem mathematischen Unterrichte an Lehrerseminaren und Volksschulen.

III.**)

A. Die Geometrie von Kehr.

Aus dem Buche von Kehr, das wir in unserm zweiten Artikel schon gewürdigt haben, heben wir noch Einiges hervor.

> S. 48. „Die Grösse dieser — von einer mit Kreide bestrichenen Linealkante erzeugten — Fläche hängt ab von der Grösse (besser „Länge“!) der Linie und von der Dauer ihrer Bewegung.“

---

*) Ja, wenn sie nur zu Gebote stünde! D. Red.

**) Man sehe I. und II. in Jahrgang XI, 411 und 479.

Abgesehen davon, dass die Kante des Lineals selbst eine schmale Fläche, nicht aber eine Linie ist, muss es doch zweifellos heissen: „gleichförmigen Bewegung“. Ein Renner möchte sonst eine grössere Fläche in einer Secunde erzeugen, als ein Faulthier in zehn Minuten. Ferner

> „Die Gestalt der Fläche hängt dagegen ab von der Gestalt der sie erzeugenden Linie (krumme Linien = krumme Flächen).“

Erstens: welcher Missbrauch des Zeichens =! Hr. K. wollte vermuthlich sagen: „jede krumme Linie erzeugt eine krumme Fläche“; das aber ist zweitens nicht einmal allgemein wahr. Rühren denn alle krummen Flächen von der Bewegung einer krummen Linie (Curve) her, oder mit anderen Worten: ist die Erzeugende der gekrümmten Fläche immer eine Curve? z. B. bei der Kegelfläche? Umgekehrt: wird durch jede Bewegung einer Curve eine gekrümmte Fläche erzeugt? Wie nun, wenn z. B. eine Ellipse sich in ihrer Ebene verschiebt? Weiter heisst es:

> „Der Lehrer sage nun den Kindern, dass man eine Fläche eine geometrische Figur nenne.“

Wer ist denn dieser „man“ Hr. K.? Doch wohl nur der Fremdling in der Geometrie! Nein Hr. K., die Figur ist nur die Form (figura) der Begrenzung einer Fläche, wobei man von der Fläche selbst abstrahirt; daher unterscheidet man ja Kreis, d. i. Kreislinie (dargestellt durch einen Drahtring) von Kreisfläche, Ellipse von Ellipsenfläche u. a. m.

Ein ähnlicher Fehler kommt S. 130 vor, wo es heisst:

> „Wenn man einen Kegel schief durchschneidet, so dass die Schnittfläche weder der Grund- noch der Seitenfläche (!) parallel ist, aber auch die Grundfläche nicht durchschneidet, so bildet ein solcher Querschnitt keinen Kreis, sondern eine von einer länglichrunden Linie eingeschlossene Fläche, die man Ellipse nennt.“

Also die Fläche nennt man nach Hr. K. Ellipse und nicht die Linie! Ferner soll man der Seitenfläche (nicht der Kante!) parallel schneiden. Ensteht da nicht wieder eine Kegelfläche, Hr. K.? Bei solchen Definitionen dürfte es in den Köpfen der Kinder sehr unklar werden! — Die Regel für die Flächenberechnung des Trapezes lautet:

> S. 64. „Man findet den Flächeninhalt eines Trapezes, wenn man die Masszahl*) beider parallelen Seiten addirt und mit der Masszahl der halben Höhe multiplicirt.“

Hiernach haben also die parallelen Seiten eine Masszahl! Kann man denn eine („die“) Masszahl addiren? Zum Addirtwerden gehören doch mindestens zwei! Es würde genauer heissen: „Die Masszahlen der parallelen Seiten“, denn „beider“ ist ein Pleonasmus! In einem (Parallel-)Trapez gibt es eben nur zwei Parallelen, nicht mehr und nicht weniger! Hinter „und“ ist aber noch weggelassen „ihre Summe“, denn sonst wäre der Sinn: man soll „die Masszahl“ mit etc. multipliciren.

Der Leser erkennt wohl auch hieraus wieder, mit welcher Flüchtigkeit und in welch salopper Weise dieses Buch abgefasst ist.

(Fortsetzung folgt.)

B. Aus der Praxis der Volks- und Bürgerschule.

1) In einer sächsischen Volksschule fanden wir folgende Bezeichnungen im Text: $\angle$ für „Winkel“, und zwei $\angle\angle$ übereinander für den Plural „die Winkel“; Dreieck wurde mit $\triangle$ und der Plural „die Dreiecke“ mit zwei $\triangle\triangle$ übereinander bezeichnet. Die sogenannten „Innenwinkel“ bei durchschnittenen Parallelen hiessen „Gegenwinkel“. Welche Verwirrung muss hierdurch entstehen, da bekanntlich dieser Name von Vielen auch für die correspondirenden Winkel gebraucht wird!

---

*) Soll es etwa ein „Druckfehler“ sein, welcher durch sechs Auflagen hindurch stehen geblieben wäre?! Ein Druckfehlerverzeichniss fehlt.

2) Die praktische Divisionsregel mit Brüchen wurde weder entwickelt noch eingeübt, sondern die Knaben mussten beispielsweise die Aufgabe $\frac{3}{4} : \frac{5}{6}$ bis zum Ueberdruss so rechnen: (lies d. Zeichen : „durch")

$$\left.\begin{aligned} \frac{3}{4} : 1 &= \frac{3}{4} \\ \frac{3}{4} : \frac{1}{6} &= \frac{3 \cdot 6}{4} \\ \frac{3}{4} : \frac{5}{6} &= \frac{3 \cdot 6}{1 \cdot 5} \end{aligned}\right\}$$

Das ist ja für den Anfang ganz gut*), aber das Ziel bleibt doch immer die praktische Regel; denn abgesehen davon, dass hierdurch eine Menge von Papier verschwendet wurde, so lernten die Knaben auch nicht schnell rechnen.

Die andere Divisionsregel aber, welche das Kopfrechnen so sehr erleichtert (s. ds. Z. IV, 223) wurde gar nicht erwähnt. Das Divisionszeichen (:) wurde bald „in", bald „durch" gelesen.

3) In dem „Rechenbuche für Volksschulen, herausgegeben vom pädagogischen Verein zu Chemnitz" (Chemnitz 1879) 6. Heft steht S. 19 unter den Wiederholungsaufgaben

$$4\frac{2}{3} + 7\frac{3}{4} - 9\frac{3}{4} \times 8\frac{5}{6}.$$

Dieses Beispiel wurde so gerechnet**), als wenn es hiesse:

$$\left(4\frac{2}{3} + 7\frac{3}{4} - 9\frac{3}{4}\right) \times 8\frac{5}{6},$$

und ähnlich: 18 Schock 3 Mdl. $12\frac{1}{2}$ Stck. $\times\ 8\frac{1}{5}$, wo ebenfalls die Klammer fehlt, was sich jedoch allenfalls dadurch vertheidigen lässt, dass der Multiplicand eine ungleichbenannte Zahl ist. Wir wollen das $\frac{1}{2}$ Stück $\left(\frac{1}{2}\text{ Ei?}\right)$ nicht urgiren, da auch „halbe Stücke" im Handel vorkommen (Butter, Leinwand), aber wer nimmt (kauft oder verkauft) das $\frac{1}{2}$ Stück $\frac{1}{5}$ mal? Man rechnet hier nicht mit im Verkehr vorkommenden, sondern mit eingebildeten Zahlen! (Vrgl. XI, 167—168.)

Ein Spiritus-Schnellkocher,

Apparat für Haushaltungen, physikalische Cabinete, Apotheken und Gewerbtreibende.

(Mit 1 Figur.)

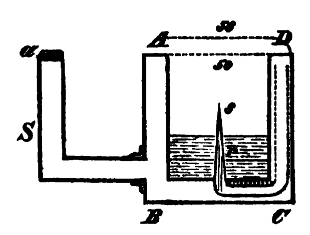
Der Klempnermeister Hr. Reinhard Balduin Zschocke in Freiberg (Sachsen) hat einen „Spiritus-Schnellkocher" nach dem Princip der Aeolipile erdacht, welcher für viele Zwecke sehr brauchbar und empfehlenswerth ist. Derselbe ist im deutschen Reiche und in Oesterreich-Ungarn patentirt (D. R.-Patent No. 12 598). Construction und Gebrauch des Apparats möge man aus Folgendem ersehen.

Ein doppelwandiger nur nach oben offener (messingener) Hohlcylinder

*) In Kreisen der Volksschullehrer nennt man das gern „Denkrechnen" im Gegensatz zum „mechanischen" R.) Vergl. IV, 222 u. f.

**) Es ist vermuthlich auch vom Verfasser so gemeint oder er ist der Ansicht, wie Dr. M. XI, 188 d. Z. Vrgl. jedoch dort S. 193.

ABCD (siehe beistehende Durchschnittsfigur) von der Form eines Napfes (die „Lampe") wird durch ein Seitenrohr *S* mit Spiritus gefüllt und bei *a* mittelst Schraube und Lederdichtung fest verschlossen. Die Weite zwischen der Doppelwand ist ca. 8 mm (im Lichten). Aus der Mitte des Napfes („Kessels") ragt ein conisches Röhrchen hervor, welches sich in ein (unsichtbares) U-förmiges Rohr in den rechten Schenkel *CD* hinein verlängert. Um das Röhrchen *r* wird nun Spiritus (ca. 6—8 mm hoch) gegossen und angezündet. Der hierdurch zwischen den Doppelwänden zum Kochen erhitzte Spiritus strömt alsbald durch das U-förmige Dampfrohr aus der Löthrohrspitze in einem heftigen Dampfstrahle aus, brennt bei seinem Durchgange durch die Spiritusflamme ebenfalls an und bringt das darüber befindliche Wasser (1 Liter) in fünf Minuten zum Sieden; hierauf erstickt (löscht) man die Flamme mittelst des beigegebenen Napfdeckels. Dieser Haupttheil des Apparats (die „Lampe") ist von einem durchbrochenen Mantel umgeben, bestimmt, theils Luftzug zu verhindern, theils die Verbrennungsproducte abzuführen, theils endlich zum Untersetzer für das (blecherne) Wassergefäss. Von dem im Innern des Behälters befindlichen Spiritus wird nur sehr wenig verbraucht, doch ist es rathsam, immer wieder Spiritus nachzufüllen; auch achte man beim Ankauf darauf, dass der Napf gut gelöthet sei, weil sonst der den Fugen entströmende Spiritusdampf ebenfalls anbrennt.



In erster Reihe ist dieser Apparat allerdings für Haushaltungen bestimmt und hier besonders bei plötzlichen Erkrankungen in der Nacht, bei früher Abreise und dergl. sehr brauchbar; doch scheint er uns auch verwendbar in Apotheken, bei manchen Gewerbtreibenden (z. B. Goldarbeitern) und in magern physikalischen Cabineten, die ohne Gaseinrichtung sind. Ob man zu einem Liter Wasser für nur 2 ₰ Spiritus braucht — wie angegeben wird — kommt auf den jeweiligen Preis dieses Brennmaterials an. Den Vertrieb des Apparates hat die Firma (Agenturgeschäft) von Weibezahl & Schneider in Dresden (Mathildenstrasse)*) übernommen. Der Preis eines einfachen Apparates ist 4 *M.*

Hr. Z. hat demselben später noch eine compendiöse Form gegeben, so dass er leicht aus einander genommen (zerlegt) und verpackt werden kann. Wir haben ihn angeregt zur Construction einer Kaffee- (oder Thee-) Maschine nach demselben Princip, von der Art, dass sie bei kleinstmöglicher und leicht transportirbarer Form dennoch alles zum Kochen Nothwendige (Kaffee oder Thee, Spiritusflasche, Tasse, Zucker etc.) enthält — ein für Reisende, bei den mannichfachen und gesundheitsschädlichen Kaffee-Surrogaten der Gasthäuser, gewiss nicht zu verachtendes Utensil.

Nachschrift. Zu bemerken ist noch, dass der Apparat auch Nachahmung gefunden hat, ob verbotene, bleibe dahingestellt. In der Leipziger illustr. Zeitung No. 1966 (5. III. 81) kündigt S. 192 Sigm. Weil, Wien II. Franzensbrückstr. 3, den etwas modificirten Apparat als „Dampf-Expresskocher" an (Preis 6,75 bis 7,50 fl.), der in 3 Minuten 2 Liter Wasser (?), in 10 Minuten Gulyas weich koche**). — In der Frauenzeitung „Bazar" No. 12 (21. III. 81) wird er als „Schnell-Kocher-Rechaud (!) mit Intensivbrenner" angekündigt von E. Cohn, Berlin C. Hausvogteiplatz. Preis 6 (sechs) *M.* Man sieht hieraus, wie

*) Dieselbe Firma hat auch den Vertrieb von: Kuntzes Schnellbrater. Witts Backofenlampe. Witts Tränkgefäss für Hunde. Fischlins stellbarem Schlüssellochverschluss.

**) In No. 1971 ders. Ztg. angekündigt von der „Hauptniederlage" („alleiniger Verkauf für ganz Deutschland"?) München, Färbergraben 4. Pr. 10—12 Mark.

die Herren Kaufleute ihren Vortheil zu wahren wissen. Der Erfinder liefert den Apparat en gros äusserst billig pro Stück, der Dresdener nimmt 4 M., der Berliner erhebt sich bis zu 6 M., und der Wiener und Münchner schliessen mit 10—12 M.!

Journalschau.

Nouvelles Annales des Mathématiques.

Deuxième série, tome XIX (Jahrgang 1880). (Forts. von XI_5, 416.)

Juli-Heft. D'Ocagne wendet die aus dem früheren Referate (XI. 416.) auf höhere Curven an (Cissoide, Strophoide, Conchoide, Spirale, Brennlinien, Anamorphosen oder Verzerrungscurven, Fusspunktlinien). — Derselbe Autor beweist einige im Jahrgange 1878 der „Nouv. Ann." vorgelegte Lehrsätze. — Candèze vergleicht die Laguerresche Regel zur Bestimmung oberer Wurzelgrenzen mit den Methoden von Budan und Fourier. — Biehler beginnt eine neue Reihe seiner bekannten Untersuchungen über lineare Gleichungssysteme, sei es, dass die Anzahl der Unbekannten jener der Gleichung gleich sei oder nicht. — Derselbe erläutert in einem Schreiben an die Redaction sein Eliminationsverfahren zwischen zwei willkürlichen algebraischen Gleichungen $f(x) = \varphi(x) = 0$.

August-Heft. Legoux bestimmt die Bahn eines Mobiles, auf welches eine centrale Kraft wirkt. — Laguerre entwickelt Theoreme über Kegelschnitte, welche durch drei Punkte gehen und einen gegebenen Kreis doppelt berühren. — A. de Saint-Germain betrachtet die mit mehreren Symmetrieaxen ausgestatteten Curven, denen eine Gleichung von der Form

$$P_m \cos mw + Q_m \sin mw + \ldots + P_r \cos rw$$
$$+ Q_r \sin rw + \ldots + P_0 = 0$$

zukommt. — Biehler fährt in seiner oben erwähnten Studie fort. — Dostor liefert eine Tabelle von (theilweise bekannten) trigonometrischen Reductionsformeln. — Weill giebt zwölf neue oder minder bekannte Sätze von der Parabel, auf einheitliche Weise hergeleitet, an. — Laurent macht brieflich einige Bemerkungen über Laguerres Grenzenbestimmung. — Recensirt (sehr günstig) wird die dritte Auflage von Mansions „Éléments de la théorie des déterminants".

September-Heft. Resal baut auf einer früheren Abhandlung vom Jahre 1877 eine elegante Theorie der Brachystochrone auf, welche von der Variationsrechnung gänzlich absieht. — Eduard Lucas beweist ein Chaslessches Theorem von homofocalen Kegelschnitten und giebt die Formulirung eines neuen Satzes über solche Gebilde. — Chéfik-Bay (Cairo) beweist Einiges vom Tetraëder. — Moret-Blanc discutirt Faures Lehrsätze über Flächen der zweiten Ordnung. — Govi bespricht die von Fürst Boncompagni besorgte Ausgabe Lagrangescher Briefe (aus dem Italienischen übersetzt). — Dewulf lehrt eine neue Tangentenconstruction für die Ovale des Cartesius.

October-Heft. Amigues setzt seine in Band XVIII, S. 548 begonnenen Darlegungen über die Transformation dreidimensionaler Gebilde fort. — Weill desgleichen mit seinen neuen Sätzen über die Parabel. — Moret-Blanc fügt zu Moreaus Enoncé gewisser algebraischer Wahrheiten die Beweise hinzu. — Henry macht auf Ed. Lucas frühere Arbeiten aufmerksam, betreffend die Summen von Potenzreihen. — Lionnet berechnet die Anzahl der Diagonalen-Schnittpunkte in einem Vieleck ohne einspringende Winkel.

November-Heft. Fortsetzung und Schluss der Abhandlung von Amigues. — Biehler bringt die Lehre von den besonderen Punkten algebraischer Curven unter neue Gesichtspunkte. — Lannes löst elementare Aufgaben, desgleichen Leinekugel. — Henry verwerthet zahlentheoretisch die Identität.

$$2a\,(2x+1)^2 = (2ax+x+a)\,(2ax+x+a+1) - (2ax-x+a-1)\,(2ax-x+a).$$

— Unter den literarischen Berichten ist eine eingehende Inhaltsanzeige des Tomo XII von Boncompagni's „Bullettino“ zu nennen.

Supplementheft. Dasselbe enthält die Weiterführung von Tissots uns bekanntem Mémoire über Kartenprojection. Besprochen werden: die Plattkarten, Cassinis Projection, Brauns stereographische Cylinderprojection, Brauns Abänderung der Methode von Mercator, die conischen und epiconischen Abbildungen, die „rechtwinklig-policonische“ und „gewöhnlich polyconische“ Manier der Amerikaner, die Projectionen von Apian, Lowitz, Nicolosi, Fournier (I und II), Schmidt, Postel, De la Hire und mehrere „centrale Projectionen“ (Lambert, Postel, Airy u. s. w.). Des Weiteren werden die einzelnen Verfahrungsweisen numerisch bestimmt, um so herauszufinden, welche Abbildungsmethode sich in einem gegebenen Falle als die zweckmässigste erweist. Die trefflichen Untersuchungen Eisenlohrs über den „Fehler einer Karte“ sind nicht berücksichtigt worden.

Anmerkung. Die „Questions“ werden, als in den Bereich des Aufgaben-Repertoriums fallend, in unseren Referaten fortan nicht mehr ausdrücklich erwähnt.

Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens, Jahrg. VIII.

(Fortsetzung von Heft 2, Seite 174.)

Heft 11. In „Pädagogische Erfahrungen, Vorschläge und Wünsche eines alten Schulmannes“ II. setzt Friederici-Königsberg seinen früheren ersten Artikel in Jahrg. VIII, Heft 1 (s. unsere Journalschau XI, 167) fort, und bespricht die öffentlichen Unterrichtsanstalten mit Ausschluss der Fachschulen im Anschluss an einen Vortrag des früheren Berliner Stadtschulraths Hofmann (1877), indem er, besonders im Gegensatze zu Steinbart, die „Vorschulen“ der höheren Lehranstalten verwirft, vielmehr die Vorbereitung der Schüler für die höheren Lehranstalten (Secundär-Sch.) der Volksschule (Primär-Sch.) überwiesen haben will. Die Redaction macht hierzu häufig Anmerkungen. — Recensirt sind von Strack: Raubein, „Die Rechtswissenschaft und die Realschulfrage“ im Allgemeinen günstig; dagegen erhält Hedlers Schrift „Die Stellung des praktischen Arztes zur Realschulfrage“ nur bedingtes Lob. Bänitz, Lehrbuch der Chemie und Mineralogie in populärer Darstellung, 2. Th. Mineralogie, wird als ein Buch bezeichnet, das sich für höhere Lehranstalten nicht eigne und mit Vorsicht zu gebrauchen sei. Fraas, „Vier Tafeln der Geologie und Prähistorie“, von Engelhardt empfohlen. — Unter den Schul- und Vereinsnachrichten ist der erste Theil des Berichts über die Stettiner Philologen-Versammlung.

Heft 12. Fortsetzung des Aufsatzes von Friederici (s. o.) III. „Hemmnisse, die den günstigen Erfolg des Schulunterrichts beeinträchtigen und Vorschläge zu deren Beseitigung“. Verfasser bespricht nacheinander die zweckmässigere (klimatische Verhältnisse berücksichtigende) Vertheilung der Ferien, grössere Berücksichtigung des Pubertätsalters und daraus folgende Entlastung der Mittelclasse (Tertia), Aenderung der Bestimmungen für den einjährigen Militärdienst, Confirmandenunterricht und grössere Berücksichtigung der Confessionen bei allen Lehrgegenständen. Der Aufsatz entwickelt viele neue Gesichtspunkte und ist sehr lesenswerth. —

Gladstones Antrittsrede als Lord Rector der Universität Glasgow (d. 5. XII. 1879) über die Studien und Berufsarten (Jurisprudenz, Medicin, Theologie), unter denen er am Schlusse auch den Beruf des Lehrers hervorhebt. — Recensirt sind: Schmid, Pädagogisches Handbuch für Schule und Haus (von Poske) und die mathematischen Lehrbücher von Brockmann, Boymann, Gerlach, Joh. und Hubert Müller, Deter, Mehler, Junghänel, Frey. — In dem Schlusse des Berichts über die Stettiner Philologen-Versammlung ist ein Vorschlag (Antrag) des bekannten Provinzial-Schulraths Schrader bemerkenswerth, betr. die Wiedervereinigung der pädagogischen mit der philologischen Section. Die Redaction giebt ihrer Meinungsverschiedenheit hierüber in ein paar Anmerkungen energischen Ausdruck (S. 763—764). [Auch wir möchten diese Wiedervereinigung als ein Unglück für die Pädagogik höherer Schulen ansehen, da dann die Gefahr der Einseitigkeit der Verhandlungen, welche man offenbar durch die Trennung hat beseitigen wollen, wieder hervorkäme. Mit demselben Rechte könnte man verlangen, dass die pädagogische Section mit der mathematisch-naturwissenschaftlichen vereinigt werde. Welches Interesse übrigens die Schulmänner gerade an der pädagogischen Section haben, das zeigt die, die anderen Sectionen weitaus überragende, Frequenz derselben; denn in Stettin zählte die philologische Section 58, die mathematisch-naturwissenschaftliche 50 (roman. 40, archäol. 21), die pädagogische aber 157 Mitglieder!] —

Pädagogisches Archiv, Jahrg. XXIII.

(Fortsetzung von Heft 2, Seite 175.)

Heft 2 und 3. Kohlrausch-Hannover bietet als eine Rarität eine physikalische Skizze „Mechanik des Turnens". Hinter der Vorführung einer Anzahl von Hülfsmitteln für den deutschen Unterricht folgen die sehr interessanten Verhandlungen des preussischen Abgeordnetenhauses (December 1880) über gewisse Gebrechen der Universitäten und höheren Schulen. — Mehr für unsere Specialfächer bietet Heft 3, worin Funcke-Osterode diophantische Gleichungen auf die Chemie und (ein wenig) Akustik anwendet. Reproducirt wird sodann ein Artikel der Kölnischen Zeitung „Die Naturwissenschaften auf dem Gymnasium", worin besonders der Chemie das Wort geredet wird. Dann folgt der Schluss der erw. Abgeordneten-Verhandlungen (Ueberbürdungsfrage, Abgeordneter Perger bringt haarsträubende Beispiele, auch die Mathematiklehrer erhalten Winke! Berechtigungsfrage der Realschulen).*)

Zeitschrift für Realschulwesen, Jahrg. V.

(Fortsetzung von Heft 2, Seite 176.)

Heft 11. Gruber-Bielitz will in „Quotient und Bruch" zeigen, in welch innigem Zusammenhange und mit welch einfachen Beweisen diese Zahlenformen beim ersten gründlichen Unterricht in der allgemeinen Arithmetik behandelt werden können. — Maiss-Prag macht Bemerkungen zu Schellers Aufsatze (V, 449) „Behandlung der Linsentheorie an der Mittelschule" mit Rücksicht auf die Lehrbücher von Wallentin und Handl. Hervorgerufen ist diese Discussion durch die in der „Instruction für den Unterricht an Realschulen gethane Aufforderung, die Linsentheorie „correcter" zu behandeln und durch das Verlangen der Redaction nach einer „objectiven Discussion". — Rogner-Graz giebt Unterweisung in

*) Referent muss hier seine grosse Verwunderung aussprechen, dass unter den vorgebrachten mannichfachen Ursachen der Ueberbürdung immer eine übersehen wird: der Mangel einer gesunden theoretisch-praktischen Ausbildung der Lehrer während der (oder nach den) Universitätsstudien und die dadurch erzeugte Methodenpfuscherei (analog der Kurpfuscherei).

der „Kunst", aus allen vollständigen Kubikzahlen von Eins bis tausend Millionen die Kubikwurzel sofort aus dem Kopf zu nennen" mit Beziehung auf unseren Artikel „Ein grosser und ein kleiner Rechner" (XI, 332 u. f.) und die angebliche „Entlarvung des kleinen Moritz Frankl" durch Dr. Ihlenburg-Leipzig, und macht weitere Mittheilungen über Dase, unter denen besonders die Aeusserungen von Gauss über diesen Mann interessant sind. Ministerial-Verordnung über Einführung von Lehrtexten. Ausweise über Maturitätsprüfungen an preussischen Realschulen. — Recensirt sind: Klöden, Geographischer Leitfaden, Lorscheidt, Anorganische Chemie, Löw, Decimalbruch-Aufgaben, drei mathematische Werke von Wallentin, unter denen eine Neubearbeitung von Gernerths Grundlehren der ebenen Geometrie und eine der Martusschen Aufgabensammlung ähnliche Sammlung von „Maturitätsfragen", Reidts Elemente der Mathematik, Bartls Uebungsaufgaben, Andel, Perspectivisches Freihandzeichnen.

Heft 12. Schuster-Pola theilt in „Zum propädeutischen Unterrichte in der allgemeinen Arithmetik" einen Versuch mit, die Selbstthätigkeit der Schüler beim ersten allgemein-arithmetischen Unterrichte zu heben. Wir empfehlen diesen Versuch der Kenntnissnahme und Kritik der mathematischen Fachgenossen. — Hierauf folgt ein interessanter Aufsatz über die österreichische Schulorthographie von Prosch-Weidenau nebst Bemerkungen der Redaction. Daran schliesst sich eine statistische Uebersicht der Lehrbücher für die h. Lehranstalten Preussens in XII Abtheilungen, in denen auch unsere Fächer vertreten sind. In der Mathematik dominiren: Kambly, Schellen, Heis, Vega; in Physik: Koppe (das Buch von Trappe ist als mangelhaft in Oesterreich gestrichen*); in Geographie: Daniel und Sydow; in Naturgeschichte: Schilling; in Chemie: Rüdorff. — Es folgt Statistisches über höhere Lehramts-Prüfungen in Preussen 1878—1879. Von 401 Prüfungen waren 85 für mathematisch-naturwissenschaftliche Fächer, unter den Geprüften 19 Realschul-Abiturienten (Geprüfte überhaupt 695). Recensionen, Journal- und Programmschau. Inhaltsverzeichniss zu Jahrg. V.

Blätter für das Bayerische Gymnasial- und Realschulwesen. Band XVI.

(Fortsetzung von Heft 1, Seite 90.)

Heft 9. Lederer-München giebt „einige neue" und recht interessante „Beziehungen im regulären Zwölfeck", ein Seitenstück zu dem ähnlichen, das reguläre „Zehneck" behandelnden Artikel von Miller S. 269. Aus der höheren Mathematik hat sich hierher verirrt ein Aufsatz von Braun-Augsburg „Zur Integration gewisser gemischt-goniometrischer Differentiale". — Lengauer-Augsburg giebt eine Vereinfachung des früher (S. 310) von Günther gegebenen elementaren Beweises des Cayleyschen Satzes von den symmetralen Determinanten. — Recensirt sind Burbachs physikalische Aufgaben, Gersters Geographische Anschauungslehre, Rohmeder-Winz, Methodischer Atlas für bayerische Schulen.

Heft 10. Kurz constatirt eine Aenderung in den Lehramtsprüfungen in Bayern. — Braun-Augsburg beglückt die Leser wieder mit einem Artikel aus der höheren Mathematik (Algebra) „Zur Berechnung der Doppelwurzel einer binären Form". — Lederer-München spricht „über eine Auflösung einer biquadratischen Gleichung", Beweis eines von Aronhold in Crelles Journal (Bd. 52) aufgestellten Satzes. Endlich greift Kurz-Augsburg aus seiner Schulmappe die letzten fünf Miscellen des vollen Hunderts heraus (Verdampfungswärme des Wassers, Fallgesetze, Fallbeschleunigung,

---

*) Der Referent bemerkt — nach unserer Ansicht richtig — es müsse verwundern, dass dieses Buch noch an so vielen (74) Anstalten in Preussen im Gebrauch sei.

Pendelgeschwindigkeit, Pendel mit Widerstand, Luftwiderstand und Luftreibung). Der übrige Inhalt des Heftes ist sprachlicher Natur.

Mit diesem Hefte und Jahrgange schliesst die Zeitschrift in ihrer bisherigen Form und tritt uns umgetauft im XVII. Bande unter neuer Firma und mit neuem Führer entgegen als

Blätter für das Bayerische Gymnasialschulwesen, redigirt von Dr. R. Deuerling.

Im 1. Hefte dieser neuen Zeitschrift ist ein pietätvoller Nekrolog Bauers, des verstorbenen Redacteurs, und im 2. Hefte ein Artikel „Randglossen zu den Klagen über unsere Gymnasien (Ueberbürdung)" zu lesen.

Leider konnten wir aber trotz mikroskopischen Suchens unter den vielen kleinen Artikeln und Artikelchen — von einigen kleinen Recensionen abgesehen — auch nicht eine Spur der Berücksichtigung unserer Fächer finden und es scheint sonach, als sei die Besprechung derselben künftig von diesem Blatte ausgeschlossen, was man im Interesse der bayerischen Gymnasien sehr bedauern müsste. Oder ist etwa plötzlich — man verzeihe diesen Gedanken, da heut zu Tage Alles möglich ist — der mathematische und naturwissenschaftliche Unterricht von den bayerischen Gymnasien verschwunden? Wenn dem so wäre, so würden wir genöthigt sein, von dieser Zeitschrift feierlichst Abschied zu nehmen, um so mehr, als der Redacteur Kurz, dessen Theilnahme an der Leitung leider so „kurz" war, uns durch einen gedruckten Schreibebrief, in Form eines Druckbogens, den nicht misszuverstehenden Wink gegeben hat, zu ihm zu kommen und in der von ihm redigirten, „in zwanglosen Heften erscheinenden Zeitschrift" das fernere Gedeihen des bayerischen technischen Schulwesens zu verfolgen. In seinem „Offenen Briefe an eine Schwester", in dem er über die Redactionen von Schulzeitschriften sich ausspricht und unsere an den bayerischen Gymnasial- und Realschulblättern gemachten Ausstellungen (s. z. B. X, 236, XI, 503) kritisirt, hat er freilich keine unserer Behauptungen widerlegt. Sie waren auch nur aufzunehmen als ein collegialischer Rath, und wir möchten fast glauben, dass die (übrigens freundschaftliche) Trennung von den Gymnasialblättern der neuen Realschulzeitung nur zum Segen gereichen werde. Es wird nun eher möglich sein, mehr Ordnung und System in das Ganze zu bringen (man vergleiche doch die anderen Zeitschriften!), Gleichartiges und Verwandtes zusammenzustellen nach den beiden grossen Abtheilungen, des Philologisch-Geschichtlichen und des Mathematisch-Naturwissenschaftlichen, das bunte Durcheinanderwürfeln zu vermeiden und so die Uebersicht über den Inhalt zu erleichtern. Und so rufen wir denn der „Schwester" ein fröhliches „Glück auf!" zu.

Zeitschrift für Schulgeographie, Jahrg. II.

(Fortsetzung von Seite 176.)

Heft 2. Nicolei-Chemnitz, „Die Bedeutung der Geographie in der Volksschule". Wolkenhauer-Bremen, „Die geographischen Eigennamen im Unterrichte" mit literarischen Notizen (sehr lesenswerth). Die Seen der Schweiz; die industriellen Verhältnisse der Herzegowina (Reproductionen). — Notizen (Relief des Atl. Oceans, Höhen in Indien und Hochasien, Zählungen, Erdbevölkerung u. a.). — Recensirte Bücher (Nordamerika von Hesse-Wartegg; Im fernen Osten von Kreitner; Schulgeographie von Crüger; Geographische Bilder von Mauer; Erzherzogthum unter des Enns von Umlauft, Geographischer Leitfaden von Zwitzer). — Bibliographische Rundschau (Bücher, Zeitschriften, Karten).

Heft 3. Mädge-Elberfeld, „Zum geographischen Cabinet". Knaus-Leitomischl, ein Wort über geographische Zahlen (sind auf ein Minimum zu beschränken und durch die Graphik zu erläutern und zu befestigen;

Steinhauser empfohlen). Wolkenhauer-Bremen, Wichtige Orientirungslinien (Meridiane und Parallelkreise) durch mnemotechnische Hülfsmittel unterstützt). Steinhauser-Wien, Ueber die Sehweite von erhabenen Punkten, Ergänzung zum I. Jahrg. Heft 5 und mit Rücksicht auf Wagner-Guthe. Jarz-Znaim, Ueber Erdbeben und deren Ursachen. — Wüsten, Reproductionen aus Kleins phys. Geographie. — Notizen: Liukiu-Inseln, Flächenberechnung nach Karten, Zeit- und Kostenschätzung einer Reise u. a. — Literatur: Recensionen (allgemeine Erdkunde von Hann-Hochstetter-Pokorny; Holl, Erdbeschreibung, ein Buch in achter Auflage, das über die gangbare Methode im geographischen Unterricht schreckbare Enthüllungen macht; Klein, Anleitung zur Durchmusterung des Himmels und Physische Geographie; Kerioth, Geographie von Palästina; Kutzen-Koner, Das deutsche Land (3. Aufl.). — Bibliographische Rundschau: Bücher, Karten, Zeitschriften.

Kosmos, Jahrg. IV.

(Fortsetzung von Heft 1. S. 92.)

Heft 7. Abhandlungen und grössere Aufsätze: Schultze giebt in der „Umbildung der menschlichen Grundvorstellungen an der Schwelle der neuen Zeit" einen höchst interessanten und lesenswerthen Beitrag zur Entwickelungslehre im geistigen Leben, an der Hand der Geschichte des Mittelalters bis zu Giordano Bruno. — Hörnes behandelt die Trilobitengattungen *Phacops* und *Dalmanites* und ihren vermuthlichen genetischen Zusammenhang (mit Illustr.). — Potonié schreibt über die Verbreitung der Steinkörper im Fruchtfleische der Birnen und der Pomaceen überhaupt. — F. Müller, *Paltostoma torrentium*, eine Mücke mit zwiegestaltigem Weibchen (mit Illustr.).

Kleinere Mittheilungen und Journalschau. Spectrum der Nebelflecken. Die Befruchtung der Schlingpflanze *Cobaea penduliflora* (H. f.). — Gehört *Peperomia arifolia* Miq. unter die insectenfressenden Pflanzen? Das Hervortreten von Protoplasmafäden bei den Drüsenhaaren von *Silphium perfoliatum*. Ueber die Organisation und Classification der Discomedusen (Häckel). Die XI. Versammlung der Anthropologischen Gesellschaft zu Berlin (5.—12. August 1880). — Neuentdeckte prähistorische Wohnstätte der Menschen in Syrien. Linné als Darwinist.

Literatur und Kritik. Dellingshausen, Das Räthsel der Gravitation. Bilharz und Dannegger, Metaphysische Anfangsgründe der mathematischen Wissenschaften auf Grundlage der heliocentrischen Philosophie (beide von Günther besprochen). Semper, Die natürlichen Existenzbedingungen der Thiere (K.). Espinas-Schlösser, Die thierischen Gesellschaften (K.).

NB. Die Hefte 8—11 gingen uns leider nicht zu.

Kettler, Zeitschrift für wissenschaftliche Geographie.*)

Band I. 1880.

1. Heft. a) Abhandlungen: Dr. Pietschmann-Breslau, Beiträge zur Guanahanifrage. Kohn-Posen, Sjewjerzoffs Ferghana-Expedition. Kettler-Lahr, Ueber die geogr. Lage der Stadt Braunschweig. b) Besprechungen: Behms Jahrbuch und Petrino, Ueber die Entstehung der Gebirge von Kirchhoff-Halle. Cartas de Indias von R. Pietschmann-Breslau. c) Notizen: Darunter Recensionennachweis.

2. Heft. a) Abhandlungen: Witte-Pless, Zur Theorie der Meeres-

---

*) Lahr, Druck und Verlag von M. Schauenburg. Preis pro Jahrg. (= 6 Hefte) 6 M.

strömungen. Egli-Zürich, Onomatologische Streifzüge. Steinhauser-Wien, Eine in Vergessenheit gerathene Projectionsart. Abichs Bemerkungen zur Orographie Kaukasiens, mitgetheilt von Liebert-Hannover. b) Besprechungen: Martus astron. Geographie von Zöppritz-Giessen. Finschs Reise nach Westsibirien von Liebert-Hannover. Kleins Lehrbuch der Erdkunde von Delitsch-Leipzig. Eglis Etymol.-geogr. Lexicon. c) Notizen. Wie Heft 1.

Band. II. (1881.)

1. Heft. Dr. Löffler, Die Geographie und ihre Hülfswissenschaften. Jarz, Dr., wo sind die Homerischen Inseln Trinakie, Scherie, Ogygie, Aiaie zu suchen? Kohn, Historische Angaben über die Veränderungen, die in den Niederungen des Amu vorgegangen sind. Es folgen dann Besprechungen geographischer Werke, die im laufenden Wintersemester auf deutschen Hochschulen gehaltenen geographischen Vorlesungen, ferner unter Notizen: eine Abh. von Nicolai über die Möglichkeit, dass vom Venediger Venedig gesehen werden könnte (Frage wird bejaht unter Voraus., dass die meteorol. Verh. günstig sind); die Pflege der geogr. Studien in fremden Ländern: Geogr. in Persien und Geogr. in Finnland; über die Karten des hydrographischen Amtes der deutschen Admiralität. Den Schluss des Heftes bilden drei Uebersichten: a) über geographische Aufsätze in nicht-geographischen Zeitschriften, b) Vorträge in den geogr. Gesellschaften, c) geographische Recensionen.

Von dem folgenden Hefte an soll eine fortlaufende Reihe von eingehenden und streng sachlichen Besprechungen der neueren grösseren Atlanten beginnen.

Bei der Redaction eingelaufen.

(Weihnachten 1880. Verspätet.)

Neu.

Weinhold, Physikalische Demonstrationen. 1. Lief. Leipzig. Quandt u. Händel. 1880.

Verhandlungen der XIV. allgem. schleswig-holst. Lehrer-Versammlung in Hadersleben. Kiel, Jensen. 1880.

Fortsetzungen.

Teubners Mittheilungen u. s. w. No. 5. 1880.

Nouv. Annal. d. Math. XIX, October und November-Heft und Supplément 1880. (December-Heft fehlt noch.)

(17. I. 1881.)

Mathematische Werke.

Neu erschienen:

Günther, Die Lehre von den gewöhnlichen und verallgemeinerten Hyperbelfunctionen. Halle, Nebert. 1881.

Cantor, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik. 1. Bd. Leipzig, Teubner. 1880.

Dirichlet-Dedekind, Vorlesungen über Zahlentheorie. 3. Aufl. 2. Abth. (Schluss.) Braunschweig, Vieweg. 1881.

Houzeau et Lancaster, Bibliographie générale de l'Astronomie t. II. (Mémoires et Notices, ou Catalogue méthodique des Ouvrages, des Mémoires et des Observations astronomiques publiés depuis l'origine de l'imprimerie jusqu'en 1880). Bruxelles, Havermans. 1880.

Gauss, Fünfstellige vollständige logarithm. und trigonometr. Tafeln

zum Gebrauch für Schule und Praxis. (Stereotypdruck.) **14.** Aufl. Halle, Striem. 1881.

Petersen, Lehrbuch der elementaren Planimetrie. Aus dem Dänischen ins Deutsche übersetzt von Fischer-Benzon. Kopenhagen, Höst und S. 1881.

Mahler, Die Fundamentalsätze der allgemeinen Flächentheorie. Wien, Seidel und S. 1880.

Hiervon sind neue Auflagen: Nr. 3. und 5.

Naturwissenschaften.

Neu:

Kreussler, Lehrbuch der Chemie nebst einem Abriss der Mineralogie. Berlin, Hempel und Parey. 1880.

Gretschel-Wunder, Jahrbuch der Erfindungen. Jahrg. XVI. Leipzig, Quandt u. Händel. 1880.

Salcher, Elemente der theoretischen Mechanik. Wien, Gerold. 1880.

Falb, Von den Umwälzungen im Weltall. Wien (Pest, Leipzig), Hartleben. 1881.

Herwig, Physikalische Begriffe und absolute Maasse. Leipzig, Teubner. 1880.

Riemann, Rathgeber für Schwerhörige und Ertaubte.

Schubring, Gleichgewicht einer Kette in einem besondern Falle. Progr. d. Realschule I. O. zu Erfurt. Ostern 1880.

Zu den Lehrmitteln: Catalog des „Museum Ludwig Salvator" (Oberblasewitz-Dresden, Schaufussstr. 41).

Zeitschriften.

Central-Organ f. d. I. d. R.-W. VIII, 12 und IX, 1.
Pädagog. Archiv von Langbein-Krumme. XXII, 10 und XXIII, 1.
Zeitschr. f. Realschulwesen. V, 11—12.
Blätter f. d. Bayerische Gymnasial- und R.-Wesen. XVI, 9—10.
Zeitschr. f. Schulgeographie. II, 2.
Zeitschr. f. Mathematik und Physik. XVI, 1.

(12. II. 1881.)

Heller, Die Schmarotzer, mit besonderer Berücksichtigung der für den Menschen wichtigen. (XXX. Bd. der „Naturkräfte" naturw. Volksbibliothek.) München-Leipzig, Oldenbourg. 1880.
Herabgesetzt: 30 Bände statt für 96 für 60 ℳ von nun ab zu haben.

Kolbe, Kurzes Lehrbuch der organischen Chemie. 2. Heft. Braunschweig, Vieweg & Sohn. 1881.

Schwirkus, Zeitschrift für Instrumentenkunde. Organ für Mittheilungen aus dem Gebiete der wissenschaftlichen Technik (unter Mitwirkung von 21 auf dem Titel verzeichneten Gelehrten und Mechanikern), neu. 1. Jahrg., 1. Heft.

Petersen, Lehrbuch der elementaren Planimetrie, deutsch von v. Fischer-Benzon. Kopenhagen, Höst & S. 1881.

Simony, Gemeinfassliche und leicht controlirbare Lösung der Aufgabe: „In ein ringförmig geschlossenes Band einen Knoten zu machen" und verwandter merkwürdiger Probleme. 2. verm. Aufl. Wien, Gerold & Sohn. 1881.

Schulkalender: 1) Statistisches Jahrbuch der höheren Schulen Deutschlands und der Schweiz. 1. Jahrg. Leipzig, Teubner. 1880. 2) Schematismus der österreichischen Mittelschulen.

Selling, Bericht über eine Untersuchung der Leistungsfähigkeit des allgemeinen Unterstützungsvereins für die Hinterlassenen der königl. bayerischen Staatsdiener und der mit demselben verbundenen Töchtercassen (Vereinseigenthum).

Zeitschriften: Zeitschrift für Realschulwesen VI, 1; Pädag. Archiv XXIII, 2; Revue de l'instruction publique en Belgique XXIII, 6; Nouv. Ann. de Mathém. 1880 December-Heft. 1881 Januar-Heft.

(5. III. 81.)

Geikie, Kurzes Lehrbuch der physikalischen Geographie. Autorisirte deutsche Ausgabe v. Weigand. Strassburg, Trübner 1881.
Bericht über die wissenschaftlichen Apparate auf der Londoner internationalen Ausstellung i. J. 1876, herausgeg. v. Hoffmann. II. Abth. (Schluss.) Braunschweig, Vieweg 1881.
Zeitschriften: Blätter f. d. Bayer. Gymnasialschulwesen redig. v. Dr. A. Deuterling. XVII, 1. — Zeitschr. f. Realschulwesen VI, 2. — Zeitschr. f. Schul-Geographie II, 3. — Steigers Exportliste amerikan. Zeitschriften Jan. 1881.

(1. IV. 81.)

Mathematik.

Bardey, Arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik. Leipzig, Teubner 1881.
Gallenkamp, Synthetische Geometrie II. Abth. (Die Linien und Flächen 2. Ordn. nach den Methoden der Geometrie der Lage.) Iserlohn, Bädeker 1880.
Schuberth, Illustrirtes Hand- und Hülfsbuch der Flächen- und Körperberechnung. Berlin, Horrwitz. 81.
Bussler, Elemente der ebenen u. sphär. Trigonometrie. Berlin, Enslin. 81.
Milinowski, Die Geometrie für Gymnasien u. Realschulen. I. Thl. Planimetrie. Leipzig, Teubner. 1881.
Houzeau u. Lancaster, Bibliographie générale de l'Astronomie. Tome II. Bruxelles, Havermans. 81.

Neue Auflagen.

Joachimsthal, Anwendung der Diff.- u. Int.-Rechnung. 2. Aufl. bearb. v. Natani. Leipzig, Teubner. 81.
Schlömilch, Compendium d. höhern Analysis. 1. Bd. 5. verb. Aufl. Braunschweig, Vieweg. 81.

Naturwissenschaften.

Weinhold, Physikalische Demonstrationen. 2. Lfg. Leipzig, Quandt & Händel. 81.
Krass-Landois, Das Pflanzenreich. Freiburg i. B. 81.
Kaltbrunner, Der Beobachter (allgem. Anleitung zu Beobachtungen über Land und Leute für Touristen, Excursionisten u. Forschungsreisende). Zürich, Wurster & Co. 81.

Neue Auflagen.

Stöckhardt, Die Schule der Chemie. 19. verb. Aufl. Braunschweig, Vieweg. 1881.
Peschel, Völkerkunde. 5. Aufl., bearb. von Kirchhoff. 1. u. 2. Lfg. Leipzig, Duncker & Humblot. 81.
Bresina, Ueber die Schwingungen der Luft in d. chemischen Harmonika. Progr. des Archigymnasiums zu Soest 1880/1.
Zeitschriften: Päd. Archiv XXIII, 3. — Blätter f. bayr. Gymn.-Wesen XVII, 2. — Zeitschr. f. Realschulwesen VI, 3. — Central-Organ IX, 2—3. — Kosmos IV, 12.

(14. IV. 81.)

Neue Auflagen.

Spitz, Lehrbuch der ebenen Geometrie. 8. Aufl. nebst Anhang (Resultate und Andeutungen). Leipzig-Heidelberg, Dinter'sche V.-B. 81.
— Lehrbuch d. allgemeinen Arithmetik, II. Th. 3. Aufl. 16. 81.
Heilermann-Diekmann, Lehr- und Uebungsbuch für d. Unterricht in d. Algebra etc. I. Th. 2. Aufl. Essen, Bädeker. 1881.
Kayser, Leitfaden der Raum- u. Formenlehre f. Volksschulen. 2. Aufl. Hannover, C. Meyer (Prior). 79.

Neue Schriften.

Ernst, Kampf u. Vorurtheile gegen die höhere Gewerbeschule. Berlin, Springer. 81.
Steck, Sammlung von stereometrischen Aufgaben. Kempten, Kösel. 81.

Briefkasten.*)

Den Herren G. Lemoyne i. Genua. Lös. der Aufg. 144. — G. R. S. i. D. Aufg. üb. Ellipse, concentrische Kegelschnitte. — Dr. V. i. B. Lös. zu 136. 138. 142. — M. i. Ch. Benennungen der Winkel bei durchschnittenen Parallelen. — Steiger, Buchh. i. New York. Exportliste erh. — Dr. L. i. G. Anzeige v. Knauer, Bary, Leuckart, bot. Centralbl. — S. i. N. a/O. Lös. d. Gl. XII, 37. — F. i. D. Lös. u. neue Aufg. schon aufgen. — G. i. S. Afl. v. 110. 130. 131. 140—142. 152. — H. i. L. Afl. v. 145. — S. i. F. i/S. Afl. zu 144, Bew. zu 152 u. John Harris Herausforderung. — H. i. Br. Die Wärme- u. Regenverhältnisse Br's.

Berichtigungen.

Auf dem hinteren Blatt des Umschlages des zweiten Heftes im Inhaltsverzeichniss lies Zeile 25 v. o. Holland statt Belgien.

Von Kettler, Ztschr. f. w. Geogr. S. 246 fehlt der Inhalt der übrigen Hefte des 1. Bds.

*) Damit der Briefkasten künftig nicht mehr ungebührlich Raum wegnehme, soll er so eng als möglich gesetzt und alles Unnöthige weggelassen werden. Wir können daher auch die Bezeichnung „Herr" nur einmal (an den Anfang) setzen.

Constructionen von Ellipsentangenten und Bestimmung ihrer Berührungspunkte mit Hülfe des Lineals, wenn die conjugirten Durchmesser der Curve bekannt sind.

Von Adolf Ernst.

II.

(Fortsetzung und Schluss.*)

Mit 2 Fig. im Text.

C. Verallgemeinerung des Constructionsverfahrens für die Anwendung auf die Centralperspective von Kreisen und Ellipsen.

Die linearen Constructionen, welche für die Tangenten von Ellipsen und die Bestimmung der zugehörigen Berührungspunkte unter der Voraussetzung entwickelt sind, dass man conjugirte Durchmesser der Curve kennt, behalten auch noch Gültigkeit für die centralperspectivischen Gebilde, welche sich aus Kreisen und Ellipsen entwickeln lassen. Wie bei der orthographischen Projection, so bleiben auch in der Perspective alle ursprünglich geraden Linien gerade, ihren Schnittpunkten entsprechen die Schnittpunkte ihrer Perspectiven, und Tangirungen erscheinen im perspectivischen Bilde wieder als Tangirungen. Im übrigen geht freilich in der Perspective die Parallelität aller Linien verloren, welche nicht zur Bildebene parallel liegen, und eine gleich getheilte Gerade erscheint nur dann auch in der Perspective gleich getheilt, wenn sie der Bildebene parallel ist. Daraus folgt, dass das einen Kreis umhüllende Quadrat, ebenso wie das einer Ellipse umschriebene Parallelogramm, sich in perspectivischer Darstellung in ein Paralleltrapez oder in ein beliebiges Vierseit verwandelt, und dass die ursprünglichen Mittellinien des Quadrats, beziehentlich

*) Art. I. s. in Heft 3. S. 179 u. f. D. Red.

Parallelogramms, centralperspectivisch im allgemeinen nicht wieder als Mittellinien der zugehörigen Figuren erscheinen.

Diese Linien verlieren daher auch in der Centralperspective den Charakter conjugirter Durchmesser, aber ihre Bedeutung für die lineare Tangentenconstruction bleibt unberührt und die Schnittpunkte mit anderen Constructionstrahlen können durch die perspectivischen Verkürzungen und Verschiebungen nicht aus diesen Linien verschwinden. Die einzige Aenderung, welche unsere allgemeine Constructionsregel erleidet, besteht darin, dass die Strecke, welche der nach dem Tangirungspunkte gezogene Constructionstrahl auf der Perspective der Mittellinie des Quadrats oder Rechtecks abschneidet, nur noch in dem Fall durch den Kreuzungspunkt der Tangentenconstructionsstrahlen gehälftet wird, wenn die betreffende Mittellinie der Bildebene parallel ist. Ist dieses nicht der Fall, so tritt durch die verschiedene Tiefenverkürzung in der Perspective ein anderes Theilungsverhältniss ein.

Durch diese Abweichung geht aber die Bestimmung des Tangirungspunktes nicht verloren, da wir bereits in unseren früheren Entwickelungen festgestellt haben, dass der Schnittpunkt des Constructionsstrahls nach dem Tangentenberührungspunkte auf der Mittellinie im übrigen auch durch den Schnitt dieser Mittellinie mit dem Verbindungsstrahl zwischen dem einen Tangentenendpunkte und dem fernsten Eckpunkte des Quadrats, beziehentlich Parallelogramms, festgelegt ist, und diese rein lineare Bestimmung behält daher auch in der centralperspectivischen Bestimmung volle Gültigkeit.

Die ganze Construction bietet bei ihrer ausserordentlichen Einfachheit gerade durch ihre Verallgemeinerung für die Centralperspective wesentliche Vortheile für das praktische Verzeichnen der Perspectiven von Kreisen und Ellipsen, wofür die Architektur in Fensterbögen, Gewölbe- und Gratbögen u. s. w. eine Fülle von Anwendungen liefert.

Es ist in allen diesen Fällen nur nothwendig, zunächst die leicht construirbare Perspective eines dem Kreis umschriebenen Quadrats oder der Ellipse umschriebenen Parallelogramms sammt den zugehörigen Mittellinien zu entwerfen, und dann in der perspectivischen Figur von den correspondirenden Punkten die Constructionsstrahlen für die Umhüllungstangenten und die Be-

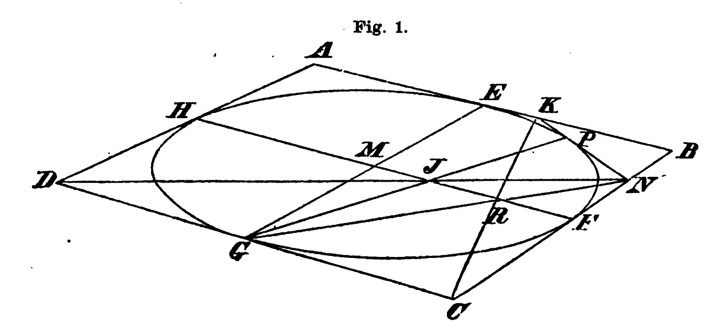
stimmung der Tangirungspunkte ganz in derselben Weise zu ziehen, wie wir dies früher für die entsprechenden Constructionen in Quadraten und Parallelogrammen angegeben haben.

⊙
Augenpunkt zu Fig. 1.

Die beigegebenen Figuren erläutern die Anwendung des Verfahrens für zwei wichtige Hauptfälle der Praxis und geben den erforderlichen Anhalt, um auch jeden andern Fall durchführen zu können.

In Fig. 1 ist das unregelmässige Vierseit *ABCD* die Perspective eines Quadrats, welches in einer horizontalen Ebene schräg zur Grundlinie liegt, gezeichnet für den Augenpunkt *O* und eine Sehdistanz von 30 cm. *HF* und *GE* sind die Per-

Fig. 1.

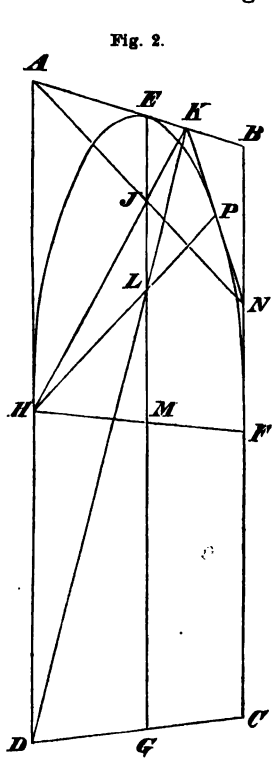


spectiven der Mittellinien dieses Quadrats. Um eine der Umhüllungstangenten der Ellipse, welche das perspectivische Bild des dem Quadrat eingeschriebenen Kreises liefert, zu construiren, sind in der Perspective von dem Eckpunkte *C* des Quadrats und dem Mittelpunkte *G* der Quadratseite durch einen beliebigen Punkt *R* der Quadratmittellinie *HF* zwei Strahlen gezogen, welche die Quadratseite *AB* in *K*, und *CB* in *N* schneiden; dann muss nach unseren vorangegangenen Auseinandersetzungen *KN* die gesuchte Tangente sein. Um den Berührungspunkt derselben zu bestimmen, ist zunächst der Verbindungsstrahl *ND* vom Tangentenendpunkte *N* nach dem fernsten Eckpunkte *D* gezogen, und dadurch auf der Quadratmittellinie *HF* der Schnittpunkt *J* bestimmt, durch welchen von der obigen Mitte *G* der Quadratseite ein Strahl zu ziehen ist, der wie im Quadrat, so auch hier in der Perspective des Quadrats, die Tangente in dem gesuchten Tangirungspunkte *P* trifft.

Zu bemerken ist, dass hier die Strecke RF nicht $= RJ$ ist, weil die Quadratmittellinie zur Bildebene nicht parallel ist, und dadurch, wie bereits oben angedeutet, ursprünglich gleiche Strecken dieser Linie in der Perspective verschiedene Verkürzung erleiden.

Durch Wiederholung des Constructionsverfahrens ist der geschlossene Curvenzug der Ellipse durch eine weitere Zahl von Umhüllungstangenten mit ihren Berührungspunkten bestimmt und dann durch Kreisbögen ersetzt und ausgezeichnet.

Fig. 2.



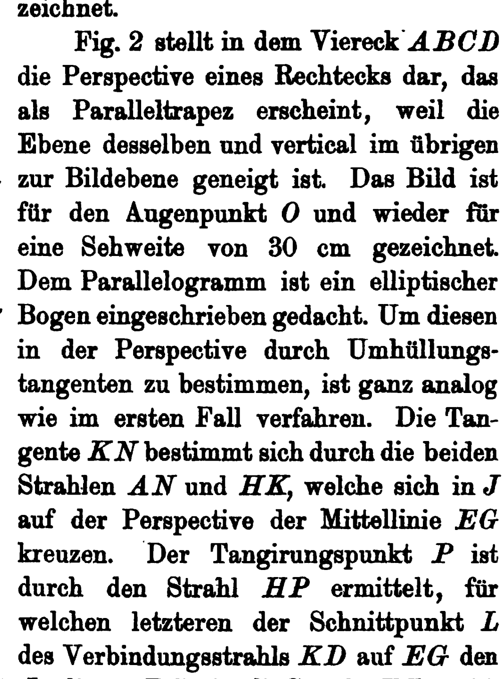


Fig. 2 stellt in dem Viereck $ABCD$ die Perspective eines Rechtecks dar, das als Paralleltrapez erscheint, weil die Ebene desselben und vertical im übrigen zur Bildebene geneigt ist. Das Bild ist für den Augenpunkt O und wieder für eine Sehweite von 30 cm gezeichnet. Dem Parallelogramm ist ein elliptischer Bogen eingeschrieben gedacht. Um diesen in der Perspective durch Umhüllungstangenten zu bestimmen, ist ganz analog wie im ersten Fall verfahren. Die Tangente KN bestimmt sich durch die beiden Strahlen AN und HK, welche sich in J auf der Perspective der Mittellinie EG kreuzen. Der Tangirungspunkt P ist durch den Strahl HP ermittelt, für welchen letzteren der Schnittpunkt L des Verbindungsstrahls KD auf EG den Richtungspunkt abgiebt. In diesem Falle ist die Strecke $EJ = JL$, und der Richtungspunkt L also auch wie in früheren Aufgaben durch diese Beziehung bestimmbar, da die Strecken EJ und JL auf der Perspective der Mittellinie EG liegen, welche zur Bildebene parallel läuft.

Kleinere Mittheilungen.

Zu den physikalischen Schulversuchen.

Das hydrostatische Paradoxon.

Von Dr. O. Kleinstück in Zwätzen bei Jena.

Dieser bekannte Satz lässt sich leicht und anschaulich folgendermassen nachweisen:

Man nimmt einen beiderseits offenen Glascylinder und verschliesst das eine, womöglich mit einem Rande versehene Ende mit einer papierdünnen Platte von elastischem Gummi (nicht Guttaperchapapier), so dass diese straff gespannt ist. Ausserdem verfertigt man sich eine Walze aus Holz, die in den Cylinder passt, aber etwas kürzer ist, und schneidet sich durch zwei, der Längsachse parallele Schnitte zwei gleiche Segmente ab, deren Querschnitt beistehende Figur 1 zeigt.

Fig. 1.

Giesst man nun Wasser in den Cylinder, so baucht sich das Gummi aus und zwar um so mehr, je höher die Wassersäule steht. Die Grösse der Ausbauchung lässt sich demnach als Maass des Druckes benutzen. Will man die Ausbauchung messen, so geschieht dies leicht auf die Weise, wie es die Figur 2 zeigt. K ist ein durchbohrter, an dem Cylinder befestigter Kork, WZ ein verschiebbarer Draht.

Fig. 2.

Der Versuch beginnt damit, dass man den Cylinder bis zum Rande mit Wasser füllt und die Ausbauchung markirt. Führt man nun die beiden Cylindersegmente ein, so wie es die Figur veranschaulicht, so läuft ein grosser Theil des Wassers oben ab, aber die Ausbauchung ändert sich nicht, ein Zeichen, dass der Druck auf die Bodenfläche constant bleibt. Die auf der Gummimembran lastende Wassersäule hat jetzt die Gestalt $EFGBCHJN$, während sie vorher cylindrisch war ($ABCD$). Beide Säulen haben aber gleiche Grundfläche und gleiche Höhe.

Der Versuch ist hiermit beendet. Ich entferne aber nun gewöhnlich noch die Cylindersegmente, um recht deutlich zu zeigen, wie jetzt die Ausbauchung und mit ihr der Druck auf die Bodenfläche abnimmt, obgleich doch die Wassermenge dieselbe bleibt.

Zu Dr. Stammers Aufsatz „Ueber den Unterricht in der Combinationslehre“. Heft 3, S. 190 u. f.

Hr. Dr. St. schreibt dort, „dass alle unsere Lehrbücher die Behandlung der Combinationen der der Variationen vorhergehen lassen“. Wahrscheinlich meinte Hr. Dr. St. mit dem „alle unsere“ die Lehrbücher des deutschen Reichs. Denn Hr. Prof. Dr Studnička in Prag schreibt uns, dass er in seinem von uns bereits (XI_5, 347) gebührend gewürdigten „Lehrbuche der Algebra“ *) den von Dr. St. gewünschten Lehrgang „in einer ganz einfachen“ und wie er hoffen dürfe „entsprechenden Weise“ eingehalten habe. Wir constatiren dies gern mit dem Wunsche, dass recht viele Fachgenossen das vortreffliche (und nur nicht ganz in den Rahmen des österr. Lehrplanes passende) Lehrbuch von Studnička kennen lernen möchten.

Sprech- und Discussions-Saal.

Zur mathematischen Orthographie.

Zwei weitere Gutachten zu XI, S. 187—196.

I. Drei Fragen.

Von Dr. O. Strack, Professor am Gymnasium in Karlsruhe.

1. Existirt ein allgemein anerkanntes Uebereinkommen über die Schreibweise in der Arithmetik und wie ist dasselbe zu Stande gekommen?

2. Sollen wir den ein solches Uebereinkommen formulirenden Satz „Regel“ oder „Convention“ nennen?

3. Wie ist dieses Uebereinkommen (welches sich stillschweigend gebildet hat) zu formuliren?

Ad 1. Wenn ich darin Recht habe, dass eine beliebige in Zeichen geschriebene arithmetische Aufgabe aus Bardey oder Heis einem des Gegenstandes mächtigen Schüler irgend einer Schule ohne erklärende Worte vorgelegt, von diesem richtig aufgefasst wird, so muss ohne Zweifel eine allgemein (d. h. von den meisten Mathematikern) anerkannte Schreibweise, ein Einverständniss, eine Convention über die Bedeutung der arithmetischen Zeichen, wenigstens für die Mehrzahl der Fälle, existiren. Absolut Niemand ist im Unklaren über die Bedeutung der Ausdrücke:

$$(7a + 7b) : 7; \qquad 2 \cdot 3^5; \qquad \log 5 \sqrt[3]{12} \quad \text{u. s. w.}$$

*) In 2. Aufl. erschienen 1879. Calve'sche Hof- und Universitätsbuchdruckerei Prag (s. XI, 359).

Offenbar ist dieses Einverständniss stillschweigend und doch in ähnlicher Weise zu Stande gekommen, wie dies auf Versammlungen zu geschehen pflegt. Es wird abgestimmt und die Majorität entscheidet. Bei der fraglichen Uebereinkunft sind die Stimmen nicht gezählt worden; man könnte aber jeden Augenblick eine Zählung (der Bücher in welchen die Schreibweise gebraucht ist) vornehmen, wenn man es nicht vorzöge, nur solche Majoritäten gelten zu lassen, welche sich durch blosse Schätzung als weit überwiegend erweisen. Solche Majoritäten finden sich aber hinsichtlich des Gebrauches der arithmetischen Zeichen, jedoch nur für die Mehrzahl der Fälle, nicht immer.

Ad 2. Aus dem Vorhergehenden ist ersichtlich, dass ich einen Satz, welcher das aussagt, was über die Bedeutung der Zeichen Gebrauch ist, ein „Uebereinkommen", „Convention", „Bestimmung", nicht „Regel" genannt wissen möchte. In den Sprachen wird eine Aussage dessen, was Gebrauch ist, eine Regel genannt, in der Arithmetik aber ist dieses Wort gleichbedeutend mit „Lehrsatz". Der Schüler hat sich zu merken: das in der Convention Ausgesagte könnte jederzeit (durch einen Mathematiker-Congress, ein bahnbrechendes Lehrbuch) verändert werden, die Convention kann allgemein oder nur in einzelnen Ländern Giltigkeit haben; die Regel gilt allüberall und ist unveränderlich. Durch die Regel wird angegeben, wie das in einem Ausdrucke durch die Bedeutung der Zeichen verlangte Resultat auf anderem Wege erreicht werden könne, und zwar entweder dadurch, dass die Reihenfolge der durch die Zeichen vorgeschriebenen Operationen verändert wird, oder dadurch, dass diese Operationen selbst durch andere z. B. die inversen durch directe ersetzt werden. Wir erhalten z. B. bei der Berechnung des Ausdruckes $28^2 - 12^2$ folgende beiden Verfahrungsweisen:

nach der Bedeutung der Zeichen		nach der Regel $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	
1. Operation	$28^2 = 784$	1. Operation	$28 + 12 = 40$
2. „	$12^2 = 144$	2. „	$28 - 12 = 16$
3. „	$784 - 144 = 640$	3. „	$40 \times 16 = 640$

Nur wenn die Regel zu dem durch die Bedeutung der Zeichen verlangten Resultate führt, ist sie richtig. Zu empfehlen (zulässig) ist ihre Anwendung nur dann, wenn sie auf kürzerem Wege zum Resultate führt. Wenn wir in einer algebraischen Summe die positiven und die negativen Glieder trennen, so wenden wir eine Regel an, welche eine Abkürzung der Rechnung lehrt.

Ad 3. Was nun die Formulirung des in der arithmetischen Schreibweise allgemein (von der Mehrzahl der Mathematiker) Anerkannten betrifft, so machen sich meines Erachtens die meisten Lehrbücher einer Unterlassungssünde schuldig. Ein Lehrbuch sollte den Gebrauch, der doch dem Schüler nicht von vornherein bekannt sein kann, nicht nur consequent durchführen, sondern auch erklären.

Herr Professor Schröder (vergl. XI, 194) thut dies und er thut gut daran. Auch treffen seine sogenannten Uebereinkünfte im Allgemeinen das Richtige. Nicht immer. In dem Ausdrucke $\log ab$ kommt doch zuerst die Multiplication ab und dann das Logarithmiren; also die Rechnungsart niederer Stufe zuerst. Soll denn in dem Ausdrucke $a + b - c^n$ die Potenzirung der Addition nothwendig vorausgehen müssen? In $\sqrt[n]{a^m}$ stehen bei a zwei Operationszeichen der gleichen Stufe; liest man hier von links nach rechts?

Bevor ich eine Formulirung der Conventionen vorschlage, mache ich darauf aufmerksam, dass nach der gegenwärtigen*) Beschaffenheit der arithmetischen Zeichen bei derselben Zahl im Allgemeinen nur zwei Zeichen sich finden können: vor der Zahl und nach der Zahl. Als drittes Zeichen kann nur rechts oben der Exponent hinzutreten. Z. B. in $a \cdot b^n \cdot c$. Dieser Fall ist jedoch deshalb ohne Bedeutung, weil die Potenzirung der höchsten Stufe angehört**). In anderen Ansdrücken, wie ${}_c\log {}_b\log a$, oder $c \cdot \sqrt[b]{a}$ sind auf die Zahl a scheinbar zwei vor derselben stehende Operationszeichen zu beziehen. Bedenkt man aber, dass jedes Operationszeichen zwei Zahlen mit einander verbinden muss, so sieht man, dass in diesen Ausdrücken die mit c verbundene Zahl nicht a sondern ${}_b\log a$ oder $\sqrt[b]{a}$ ist.

Folgende Sätze seien ein Versuch, das seither Anerkannte über die Reihenfolge der Operationen bei Verknüpfung von mehreren derselben auszusprechen. Ich ordne dieselben so, dass der frühere Satz der allgemeinere ist, also ohne besondere Bemerkung für alle Fälle gilt, in denen nicht durch einen folgenden Satz etwas Anderes bestimmt wird.

I. Convention: Bei einer Verknüpfung von Zahlen durch mehrere Operationszeichen***) wird die Reihenfolge durch die Aufeinanderfolge der Zeichen von links nach rechts (wie man liest) bestimmt. Als veränderte (passive) Zahl (Augend,

---

*) Man hat als Zeichen $\log a$, weil das Logarithmiren eine zweite Umkehrung des Potenzirens ist, ein dem Wurzelzeichen ähnliches Zeichen $\bigwedge\underline{a}$ vorgeschlagen (man s. ds. Z. VIII, 87 u. 265 u. f. Red.). Mit Benutzung desselben fänden sich in dem Ausdrucke $\bigvee\!\!\!\!\bigwedge\overline{a^n} = \log \sqrt{a^n}$ oder $\sqrt{\log a^n}$ drei Zeichen derselben Stufe.

**) Der Umstand, dass man häufig auf verschiedenen Wegen zu demselben Resultate kommt, ist wohl die Ursache, dass man das, was die Bedeutung der Zeichen vorschreibt und das was wirklich ausgeführt wird, oft nicht scharf genug auseinander hält.

***) Auf ganz allgemeine Anerkennung dieser Convention darf man wohl nur dann rechnen, wenn sie auf Operationen derselben Stufe und zwar nur der vier Species beschränkt wird. Doch scheint mir dieselbe so sehr eine logische Folge unserer Wortschreibweise zu sein, dass ich dieselbe als oberste und allgemeinste bestehen lassen und Abweichungen davon durch nachfolgende Bestimmungen festsetzen möchte.

Minuend, Multiplicand, Dividend) gilt dabei das Resultat aller vorausgegangenen Operationen, als verändernde (active) Zahl nur die dem Operationszeichen direct folgende Zahl.

Beispiel:

1) $a + b - c + d$. Zweite Operation ist die Subtraction mit dem Minuend $a + b$ und dem Subtrahend c.

2) a^{b^c} ist gleichbedeutend mit $(a^b)^c$

II. Convention ist die bekannte Bestimmung über die Bedeutung der Klammern.

III. Convention: Stehen bei einer Zahl Operationszeichen verschiedener Stufen, so ist zuerst die Operation höherer Stufe auf diese Zahl anzuwenden.

IV. Ausnahmen:

A. durch das Fehlen eines besonderen Zeichens begründet:

$$a \cdot bc \text{ für } a \cdot (bc) \quad (1)$$

B. durch die Form des Zeichens begründet:

$$a : \frac{b}{c} \text{ für } a : (b : c) \quad (2)$$

$$\frac{a}{b \cdot c} \text{ für } a : (bc) \quad (3)$$

$$\sqrt[n]{a^x} \text{ für } \sqrt[n]{(a^x)} \text{ und nicht } \left(\sqrt[n]{a}\right)^x \quad (4)$$

$$\sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} \text{ für } \sqrt[n]{\left(\sqrt[m]{a}\right)} \quad (5)$$

$$c^{x+y} \text{ für } c^{(x+y)} \quad (6)$$

C. Missverständniss ist leicht zu vermeiden, wenn man statt

$$\log ab \text{ schreibt } \log(ab) \quad (7)$$

und statt

$$a + b : c + d = e : f$$

die unzweideutige Form

$$(a + b) : (c + d) = e : f. \quad (8)$$

In diesen acht Ausnahmen dürfte die Forderung, dass „von Seiten des Lesers jedes Missverständniss absolut ausgeschlossen sei*), erfüllt sein. Dass man jedoch in zweifelhaften Fällen lieber eine Klammer zu viel als zu wenig brauche, das ist sicher eine weise Vorsicht.

---

*) s. XI, S. 193. D. Red.

Eine Schreibweise, welche an sich richtig ist, aber einen dem Auge unangenehmen, unübersichtlichen, monströsen Ausdruck liefert, ist tadelnswerth, so lange durch andere Zeichen (Bruchstrich) eine einfachere Form sich erreichen lässt. Dies gilt auch von dem Ausdrucke, welcher die Discussion über diesen Punkt veranlasst hat*).

Antwort auf die Bemerkungen des Herrn Realschuldirectors Müller zu Neustrelitz in ds. Z. XII, S. 40 und 41.

Die Bemerkungen des Herrn Müller könnten durch Schweigen meinerseits leicht als zutreffend aufgefasst werden. Um dem zu begegnen, bemerke ich vorweg, dass die in Rede stehenden Bemerkungen den Schwerpunkt meines Artikels (ds. Z. XI. 253 u. ff.) gar nicht treffen. „Zum vieraxigen Coordinatensystem" lautet die Ueberschrift des Artikels, und darauf weist klar und deutlich der Eingang und ebenso entschieden der Schluss desselben hin. Was dazwischen liegt, soll den Gedankengang angeben, welcher mich auf eine — wie ich überzeugt bin — für die Krystallogenie wichtige Ansicht hingeführt hat, nämlich dass eine in vier Dimensionen wirksame Kraft, die man bisher nicht hinreichend — wohl überhaupt noch nicht — beachtet hat, bei der Krystallbildung thätig ist.

Die vier Axen am Hexaëder, von denen eine jede zwei entgegengesetzte Ecken verbindet, bezeichnen Erstreckungen nach bestimmten Richtungen und dafür ist das Wort Dimension dem gewohnten Sprachgebrauche gemäss von mir gebraucht worden. Spricht man jetzt doch sogar von n Dimensionen. Ich werde mich auch nicht abhalten lassen mit Bezug auf das in der Krystallographie vorkommende sechsaxige System von sechs Dimensionen zu sprechen.

Wenn nun Hr. Müller sagt, dass er überhaupt ein Gegner einer vierten Dimension des Raumes sei, so kann ich nichts dagegen haben. Fühlt er sich indessen gedrungen, sich noch insbesondere gegen die Ableitung der vierten Dimension aus einer vierten Rechnungsstufe erklären zu müssen, so hat er einfach meine Worte nicht verstanden, denn ich habe nicht gesagt, dass ich einen Fortgang über drei Dimensionen — also auf geometrischem Gebiete — aus einer vierten Rechnungsstufe ableiten wolle. Auf S. 257 meines Artikels steht ausdrücklich, „dass eigentlich eine Nothwendigkeit auf den organischen Zusammenhang der arithmetischen Rechnungsstufen einzugehen, für mich gar nicht vorlag, sondern dass mir nur der erste Anstoss zu einem analogen Versuche auf dem geometrischen Gebiete durch Pauggers Arbeit gegeben sei".

Wie könnte ich aus dem Elemente der Arithmetik — also aus der

*) Das zweite Gutachten von Hrn. Schmitz-Neuburg a/D. s. im nächsten Hefte.

Einheit — und durch Zählen geometrische Gebilde ableiten wollen, bei denen man vom Punkte ausgeht und durch Bewegung fortschreitet! Freilich Hr. Müller wundert sich, dass ich durch Drehung oder gar durch Schwenkung, wodurch die Sache vielmehr verschlimmert sei, den Weg zu meinem Ziele genommen habe. Einem solchen Gegner gegenüber sollte man in der That schweigen!

Wie entsteht denn ein Winkel? — Weg eines um seinen Anfangspunkt in einer Ebene geschwenkten Strahles. — Was ist die Peripherie eines Kreises anders, als der Weg des Endpunktes einer um ihren Anfangspunkt in einer Ebene geschwenkten Strecke? — Ist die Kreisfläche nicht der Weg einer ganzen um ihren Anfangspunkt in einer Ebene geschwenkten Strecke?. u. s. w. Warum ist die gewöhnliche Zeichnung eines Winkels zweideutig und stellt ebensowohl einen concaven, als auch einen convexen Winkel vor?

Es dürfte kaum nöthig sein, für das Drehen oder Schwenken Autoritäten anzuführen; ich führe indessen eine alte an: Grundriss der ebenen und sphärischen Trigonometrie von v. Münchow (weil. Prof. in Bonn) Bonn 1826. S. 12 u. 13, und eine neue, das vortreffliche (erst nach Einsendung meines Artikels an die Redaction ds. Z. erschienene) Werk: Entwickelung einer Theorie der Krystallstructur von L. Sohncke (Prof. in Karlsruhe) Leipzig 1879. S. 36. Ausserdem freue ich mich, auf die Recension von Dr. S. Günther über „Lehrbuch der elementaren Mathematik von Schlegel“ in demselben Hefte ds. Z. S. 44 u. 45, in welchem sich Hrn. Müllers Bemerkungen finden, hinweisen zu können.

Hr. Müller lässt sich noch über die drei Rechnungsstufen aus, um die vierte zu bekämpfen.

Da war es doch vor allen Dingen nothwendig, die von mir angeführte Quelle nachzusehen. Dies ist offenbar nicht geschehen. Ich meinerseits bedarf Hrn. Müllers Belehrung (?) nicht, und gewiss würde auch Hr. Paugger dafür danken.

Hrn. Müllers Entwickelung kann ich durchaus nicht als richtig anerkennen. Bereits 1858 habe ich mich ausgesprochen in einem Artikel „Die arithmetischen Grundoperationen“ in Magers pädag. Revue Bd. XLVIII. S. 214—223. Ich befinde mich in Uebereinstimmung — namentlich in Bezug auf $ab = ba$ und was daraus folgt — mit L. Ballauf (ebenda Bd. XXIII. S. 200—213, besonders 205 ff.; ferner dessen „Lehrbuch der Arithmetik etc.“ 1870), mit Helmes in Celle („Die Elemente der Mathematik“ Hannover 1862), mit F. Reidt in Hamm (Die Elemente der Math. I. Berlin 1879), mit Prof. Wittstein (Lehrbuch der Elementar-Math. Hannover) u. a.

Dass Hr. Müller schliesslich Kants Ausspruche eine ihm eigenthümliche Auslegung giebt, nehme ich mit seinen Schlussworten „als Thatsache“ an.

Dr. H. Emsmann,
Professor an der Realsch. I. Ord. zu Stettin.

* * *

Die Redaction der „Zeitschrift für Realschulwesen“ bemerkt zu dem Aufsatze von Emsmann in ihrer Journalschau (Jahrg. V, Heft 10, S. 634) Folgendes:

„Der Verfasser (Emsmann) übersieht, dass dies (die krystallographischen Achsen) nichts weiter als Symmetrieachsen sind, während die drei Dimensionen des Raumes die geometrische Existenzbedingung desselben bilden. Zu Gunsten der Idee des Verfassers können wir ihn aufmerksam machen auf die sehr schöne Arbeit, welche Schwendener im April (1880) der Akademie der Wissenschaften zu Berlin über die durch Wachsthum bedingte Verschiebung kleinster Theilchen in trajectorischen Curven vorgelegt hat, mit deren Hülfe auch an organischen Gebilden mehrfache Symmetrieachsen leicht nachzuweisen sind. Die vom Verf. vorgeführten Raumgebilde von vier Dimensionen vermögen wir nur als dreidimensionale Gebilde mit concaven Ecken zu erkennen.“

Wir stimmen diesen Worten vollkommen bei und bemerken nur noch, dass die vorstehende Controverse ein eclatantes Beispiel giebt, wie zwischen Männern der Wissenschaft Streit entstehen kann (und wirklich nicht selten entstanden ist), wenn beide bei ihren Discussionen nicht auf identischen Begriffen fussen. Denn offenbar versteht Hr. Dir. Müller unter „Dimension“ etwas Anderes als Hr. Prof. Emsmann. D. Red.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A. Auflösungen.

88. (Gestellt von v. Lühmann X_5, 352, Lösungen XI_3, 198.) Ein Strahlenbüschel (Scheitel O) von vier Strahlen durch eine Gerade so zu schneiden, dass die äusseren Abschnitte der Geraden einander gleich werden.

4. Analysis. Eine Parallele durch A zu OD gezogen treffe OB in B', OC in C'. Dann ist $AC : CD = AC' : OD$ und $BD : AB = OD : AB'$. Da nun $AB = CD, AC = BD,$ so folgt $AC' : OD = OD : AB'$. Nimmt man nun A auf dem ersten Strahle willkürlich an, so liefert das zugehörige OD die Richtung von AD'.

Dr. Stammer (Düsseldorf).

125. (Gestellt von Fleischhauer XI_6, 432.) Ein Darlehn von 700 000 ℳ ($4^1/_2$ %) ist erst dann kündbar, wenn dasselbe mittelst regelmässiger Amortisation wenigstens bis zur Hälfte ge-

tilgt ist. An welchem Annuitäten-Termin (1. Januar) tritt das ein, wenn 1866 35 263,68 ℳ und 1880 164 699,97 ℳ zu gute gerechnet worden sind? Und wieviel beträgt alsdann noch der Schuldrest?

Auflösung. Bis zur $x$ten Amortisationsperiode sind 35 263,68 ℳ (T_x) und bis zur $(x+14)$ten 164 699,47 ℳ (T_{x+14}) getilgt; ist N die in der Annuität (Jahresleistung) ausser den Jahreszinsen enthaltene Amortisationsquote, so ist $T_x = \frac{1,045^x - 1}{0,045} N$ und $T_{x+14} = \frac{1,045^{x+14} - 1}{0,045} N$; durch Elimination von N ergiebt sich $x = 6$ (mithin 1. Termin, der 1. Januar 1860); ferner $N = 5250$. Die Kündbarkeit des Darlehns soll nach y Perioden beginnen; dann ist y zu berechnen aus $350\,000 = \frac{1,045^y - 1}{0,045} \cdot 5250$, woraus $y = 31 +$ Bruch; also Eintritt der Kündbarkeit nach 32 Jahren d. i. 1. Januar 1892. Alsdann bleibt noch als Schuldrest $c - T_{32} = 339\,502,21$ ℳ

Fleischhauer (Gotha). Schmitz (Neuburg a. Donau). Stoll (Bensheim).

132. (Gestellt von Schlömilch XI_6, 434.) Auf einer Ellipse mit den Brennpunkten F und G ist Punkt P willkürlich und daraus ein zweiter Punkt Q (x_o, y_o) abgeleitet, dessen excentrische Anomalie der wahren Anomalie von P gleich kommt; das geometrische Mittel aus FP und GQ hat dann einen constanten Werth und der Durchschnitt derselben liegt auf einer mit der ursprünglichen confocalen Ellipse.

Beweis. Ist φ der Winkel, welchen FP mit der x-Achse bildet, so ist $FP = \frac{b^2}{a + e \cos \varphi}$; dann ergiebt sich $x_o = a \cos \varphi$ und $y_o = b \sin \varphi$; daher $GQ^2 = (e + a \cos \varphi)^2 + b^2 \sin \varphi^2 = (a + e \cos \varphi)^2$ und $FP \,.\, GQ = b^2$. Die Gleichungen von FP und GQ sind nun auf die Hauptachse der Ellipse bezogen $(x - e) \sin \varphi = y \cos \varphi$ (1) und $(x + e)\, b \sin \varphi - y\,(e + a \cos \varphi) = 0$ (2). Aus (1) folgt: $\sin \varphi = \frac{y}{\sqrt{(x-e)^2 + y^2}}$, $\cos \varphi = \frac{x - e}{\sqrt{(x-e)^2 + y^2}}$. Dies in (2) eingesetzt, so ist $\frac{x^2}{(a+b)^2} + \frac{y^2}{2b\,(a+b)} - 1 = 0$. Dies ist die Gleichung einer Ellipse mit den Achsen $a + b$ und $\sqrt{2b\,(a+b)}$ Da $(a+b)^2 - 2b\,(a+b) = a^2 - b^2$, so ist dieselbe der ersten confocal.

Bermann (Liegnitz). Capelle (Oberhausen). Fuhrmann (Königsberg i. Pr.). Stoll (Bensheim).

133. (Gestellt von Brocard XI_6, 434.) Folgende sieben Punkte eines Dreiecks liegen auf einem Kreise: 1) Die beiden

Segmentärpunkte O und O', die so bestimmt sind, dass $\angle COA = 2R - \alpha$, $AOB = 2R - \beta$, $BOC = 2R - \gamma$, $AO'B = 2R - \alpha$, $BO'C = 2R - \beta$, $CO'A = 2R - \gamma$ ist. (Vergl. XII_2, 107 und 108.) 2) Die drei Punkte A', B', C', in denen sich bezüglich BO und CO', CO und AO', AO und BO' schneiden. 3) Der Mittelpunkt H des um $\triangle ABC$ beschriebenen Kreises. 4) Der Punkt K, in welchem sich die drei durch A', B', C' bezüglich zu BC, CA, AB gezogenen Parallelen schneiden. — Ferner ist $\angle OHO' = 2\vartheta$ ($\vartheta = OAB = OBC$ u. s. w.) und OHO' gleichschenklig.

Beweis. Dass O, O', A', B', C' auf einem Kreise liegen, ist bereits XII_2, 108 bewiesen. Die Dreiecke ABH und ABC' sind gleichschenklig, daher $HC' \perp AB$, ebenso $HA' \perp BC$, $HB' \perp CA$. Folglich ist $\angle B'HA' = 2R - \gamma$, $B'C'A' + B'HA' = 2R$, also liegt H auf dem durch A', B', C' gehenden Kreise. — Zieht man zunächst $A'K \parallel BC$ und $B'K \parallel AC$, so ist $\angle A'KB' = \gamma$, also $\angle A'KB' = A'C'B'$, so dass auch K auf dem um $\triangle A'B'C'$ beschriebenen Kreise liegt. Da nun $\angle A'KC' = A'B'C' = \beta$ und $A'K \parallel CB$ ist, so muss auch $C'K \parallel AB$ sein. — $\angle OHO' = OB'O' = B'AC + B'CA = 2\vartheta$. Ferner $\angle O'OH = O'B'H = R - B'AC$ (da $B'H \perp AC$) $= R - \vartheta$, ebenso $\angle OO'H = R - \vartheta$, daher $OH = O'H$. Stoll (Bensheim). Capelle (Oberhausen).

Herr Dr. Stoll bemerkt noch, dass $OK = O'K$, HK ein Durchmesser und $KH \perp OO'$ ist. Es ist nämlich $\angle KOO' = KB'O' = O'AC = \vartheta$, ebenso auch $\angle KO'O = \vartheta$, daher $KO = KO'$. Ferner ist $HC' \perp AB$, also auch $HC' \perp C'K$, daher KH ein Durchmesser.

134. (Gestellt von Schlömilch XI_6, 434.) Jeder Kreiskegel, dessen Achse gleich dem Radius der Basis ist, wird von allen auf der Basis senkrechten Ebenen in gleichseitigen Hyperbeln geschnitten.

1. Beweis. Die auf rechtwinklige Coordinaten bezogene Gleichung der Kegelfläche (Scheitel als Anfangspunkt, Höhe als Z-Achse, Grundfläche also parallel der XY-Ebene, die Projection der Kegelachse auf die XY-Ebene als X-Achse, α der Winkel zwischen Höhe und Achse) ist $x^2 + y^2 - z^2 - 2xz \operatorname{tg}\alpha = 0$ (1). Die gegen die Grundfläche senkrechte schneidende Ebene sei $y = x \operatorname{tg}\omega + b$ (2). Eine der Coordinatentransformation $x = x' \cos\omega$, $y = y' + x' \sin\omega$ entsprechende Drehung der XZ-Ebene um die Z-Achse bis zur Parallelität mit der schneidenden Ebene lässt (2) in $y = b$ und (1) in $2x'z \cos\omega \operatorname{tg}\alpha + 2x'y' \sin\omega = 0$ übergehen. Als Gleichung der Schnittcurve haben wir also $z^2 + 2x'z \cos\omega \operatorname{tg}\alpha - x'^2 - 2bx' \sin\omega + b^2 = 0$ (3). Dieselbe ist also eine gleichseitige Hyperbel. Als Gleichung des Asymptotenpaares findet man aus (3) $z^2 + 2x'z \cos\omega \operatorname{tg}\alpha - x'^2 = 0$; als Gleichung der beiden Hauptachsen, da dieselben die Winkel der Asymptoten halbiren, $z^2 - \dfrac{2zx'}{\cos\omega \operatorname{tg}\alpha} - x'^2 = 0$.

Als Coordinaten des Mittelpunktes findet man aus den Coefficienten von (3) $x_0' = \frac{-b \sin \omega}{1 + \cos \omega^2 \operatorname{tg} \alpha^2}$, $z' = \frac{b \sin \omega \cos \omega \operatorname{tg} \alpha}{1 + \cos \omega^2 \operatorname{tg} \alpha^2}$.

Dr. Bermann (Liegnitz). Aehnlich Dr. Stoll (Bensheim).

2. Beweis. Es sei S die Spitze, SF die Höhe, AB der Durchmesser durch F, XY eine beliebige Sehne durch F. Da $\angle ASB = 90^0$, so ist $SF^2 = AF . FB = XF . YF$, und daher auch $\angle XSY = 90^0$. Es schneidet also jede durch die Spitze senkrecht zur Grundebene gelegte Ebene den Kegelmantel in zwei auf einander senkrechten Seitenlinien. Legt man nun einer solchen Ebene eine andere Ebene parallel, also auch senkrecht zur Grundfläche, so schneidet dieselbe aus dem Kegelmantel eine Hyperbel aus. Schneiden sich die in X und Y gelegten Tangenten in G, so sind SXG und SYG Tangentialebenen des Kegels. Ihre Durchschnittslinien mit der zweiten senkrechten Ebene sind die Asymptoten der Hyperbel. Der Asymptotenwinkel ist gleich $\angle XSY$, also ein rechter, die Hyperbel also gleichseitig. Der Mittelpunkt liegt auf SG. — Ist DE ein beliebiger Durchmesser, so ist auch $\angle DSE = 90^0$, also auch ein parallel zur Achse gelegter Schnitt eine gleichseitige Hyperbel.

Dr. Weinmeister I. (Leipzig). Cardinaal (Tilburg). Dr. Bermann (Liegnitz).

Herr Dr. Weinmeister bemerkt hierzu: Sind zwei sich schneidende Ebenen und in der einen ein Kreis gegeben, so lässt sich dieser auf die zweite als gleichseitige Hyperbel projiciren. Man braucht nur das Projectionscentrum auf einem Kreise anzunehmen, der dem ersteren gleich und concentrisch ist, und dessen Ebene der zweiten Ebene parallel ist.

Nachträglich sind noch Lösungen eingetroffen zu 121—124 (XII_2, 109 und 110) von Dr. Bermann (Liegnitz) uud zu 130 von Cardinaal (Tilburg).

Zu **135** bemerkt Dr. Stoll (Bensheim), dass er diese Aufgabe auf einem leichteren und mehr anschaulichen Wege unter Benutzung der bei Reis Physik 3. Aufl. § 300 S. 324 angegebenen Construction von Radau löse.

B. Neue Aufgaben.

163.*) Die umgeschriebene regelmässige Fünfeckseite ist gleich der doppelten eingeschriebenen regelmässigen Zehneckseite eines Kreises, welcher die dem ersten Kreise eingeschriebene regelmässige Fünfeckseite zum Radius hat.

Julius Hoch (Lübeck).

---

*) Die Beweise resp. Lösungen sind so einfach, dass von einer Mittheilung derselben abgesehen wird.

164.*) Ein Rechteck in ein flächengleiches Quadrat zu verwandeln ohne Anwendung der Lehrsätze über Proportionalität der Linien. Julius Hoch (Lübeck).

Leicht nach der Formel $ab = \left(\frac{a+b}{2}\right)^2 - \left(\frac{a-b}{2}\right)^2$ auszuführen.

165.*) d_1, d_2, d_3 seien die Segmenthöhen des um ein Dreieck beschriebenen Kreises (Radius r); ϱ, ϱ_1, ϱ_2, ϱ_3 seien die Radien der Berührungskreise. Dann ist 1) $d_1 = \frac{\varrho_1 - \varrho}{2}$ etc., 2) $\varrho_1 - \varrho_2 = 2(d_1 - d_2)$ etc., 3) $d_1 + d_2 + d_3 = 2r - \varrho$, 4) $-d_1 + d_2 + d_3 = 2r - \varrho_1$ etc. Dr. G. P. Holzmüller (Hagen).

166. Wenn die Fusspunkte α', β', γ' der von einem Punkte O auf die Seiten eines Dreiecks $\alpha\beta\gamma$ gefällten Perpendikel in gerader Linie liegen, so ist der Ort dieses Punktes der dem Dreieck umgeschriebene Kreis. Dr. Stoll (Bensheim).

167. (Synthetisch zu beweisen). In jedem Viereck liegt der Schwerpunkt, der Schnittpunkt der Verbindungslinien der Mittelpunkte je zweier gegenüberliegenden Seiten und der Schnittpunkt der Diagonalen in gerader Linie, und zwar verhält sich die Entfernung des 1. Punktes vom 2. zu der des 2. vom 3. wie 1 zu 3. Dr. Stoll (Bensheim).

NB. Einen analytischen Beweis hat Herr Stoll in Grunerts Archiv Theil 65, Seite 445 gegeben.

168. Theilt man irgend einen der drei Winkel eines ebenen Dreiecks so in zwei Theile, dass sich die Sinusse der Theile wie die $n$ten Potenzen der anliegenden Dreiecksseiten verhalten, so wird dadurch die gegenüberliegende Dreiecksseite in zwei Abschnitte getheilt, welche sich wie die $(n+1)$ten Potenzen der anliegenden Dreiecksseiten verhalten.
Friedr. Anschütz (Aschaffenburg).

169. Theilt man jeden der drei Winkel eines Dreiecks wie in 168, so schneiden sich die drei Transversalen in einem Punkte und es verhält sich der untere Abschnitt einer jeden Transversale zur ganzen Transversale, wie die $(n+1)$te Potenz der geschnittenen Seite zur Summe der $(n+1)$ten Potenzen aller Seiten.
Friedr. Anschütz (Aschaffenburg).

170. Der Scheitel einer gegebenen Parabel sei O, ihr Brennpunkt F und M ein Punkt der Achse; aus M als Mittelpunkt ist ein Kreis beschrieben, welcher die Parabel in den vier Punkten P_1, P_2, Q_1, Q_2 schneidet, von denen P_1 und P_2 auf der einen, Q_1

*) Die Beweise resp. Lösungen sind so einfach, dass von einer Mittheilung derselben abgesehen wird.

und Q_2 symmetrisch entgegengesetzt auf der anderen Seite der Parabelachse liegen. Man soll nun den Kreishalbmesser so wählen, dass die Gerade P_1P_2 (selbstverständlich auch Q_1Q_2) durch denselben Punkt E geht, in welchem die Parabelachse von der Directrix geschnitten wird. SCHLÖMILCH.

171. Zwei Parabeln sind so construirt, dass sie sowohl dieselbe Achse als dieselbe Directrix besitzen, wobei a und $b > a$ die Abstände ihrer Brennpunkte von der Directrix bezeichnen mögen. Diese Parabeln schneiden sich in zwei Punkten, deren Abscisse das arithmetische Mittel aus a und b ist, und deren Ordinaten das positiv bez. negativ genommene geometrische Mittel aus a und b sind. Die mondförmige Fläche zwischen beiden Parabeln beträgt $^1/_3$ des Rechtecks aus $b - a$ und der gemeinschaftlichen Sehne der Parabeln. SCHLÖMILCH.

172. Eine Parabel ist gegeben durch die Leitlinie und zwei Tangenten. Errichtet man im Schnittpunkte der Tangenten die Senkrechte auf die eine, und fällt vom Schnittpunkte der Senkrechten mit der Leitlinie das Loth auf die zweite, so schneidet dieses die erste Tangente im zugehörigen Berührungspunkte.
RÖLLNER (Znaim).

173. Zwei gleichalterige Personen treten gleichzeitig in eine Lebensversicherungsgesellschaft ein; für a Mark zahlbar im Todesfalle leistet die erste Person eine jährliche Einzahlung von b Mark, die zweite eine einmalige von c Mark; welche wahrscheinliche Lebensdauer und welchen Zinsfuss berechnet die Gesellschaft?
SCHMITZ (Neuburg a. Donau).

174. In einem Concurs wird als Forderung eines Concursgläubigers eine 20mal anfällige Jahresrente, welche 3 Jahre nach Eröffnung des Concurses zum ersten Mal fällig geworden sein würde, angemeldet. Um wieviel Procent ist der nach der Concursordnung für das deutsche Reich zu liquidirende Werth dieser Rente höher als derjenige, welcher nach Maassgabe der gemeinen Zinsrechnung in Ansatz zu bringen sein würde?*)
O. FLEISCHHAUER (Gotha).

*) Die einschlägigen Bestimmungen lauten wörtlich: § 58. Eine betagte unverzinsliche Forderung vermindert sich auf den Betrag, welcher mit Hinzurechung der gesetzlichen Zinsen (sc. 5% pro Jahr) desselben für die Zeit von der Eröffnung des Verfahrens bis zur Fälligkeit dem vollen Betrage der Forderung gleich kommt. — § 63. Wiederkehrende Hebungen zu einem bestimmten Betrage und von einer bestimmten Zeitdauer werden unter Abrechnung der Zwischenzinsen (§ 58) durch Zusammenzählung der einzelnen Hebungen capitalisirt. Der Gesammtbetrag darf den zum gesetzlichen Zinsfusse capitalisirten Betrag derselben nicht übersteigen.

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Arithmetische Aufgaben.

75. Gegeben die Reihe 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... so dass $u_{n+2} = u_{n+1} + u_n$ ist; die Summe der n ersten Glieder der Reihe $\frac{1}{1\cdot 2} + \frac{2}{1\cdot 3} + \frac{3}{2\cdot 5} + \frac{5}{3\cdot 8} + \cdots\cdots + \frac{u_{n+2}}{u_{n+1}\, u_{n+3}}$ zu finden.

Auflösung. Da $u_{n+1} = u_{n+2} - u_n$ ist, so kann die Reihe auch so geschrieben werden: $\frac{2-1}{1\cdot 2} + \frac{3-1}{1\cdot 3} + \frac{5-2}{2\cdot 5} + \frac{8-3}{3\cdot 8} + \cdots\cdot + \frac{u_{n+3} - u_{n+1}}{u_{n+1}\cdot u_{n+3}} = \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{5}\right) + \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{8}\right) + \cdots\cdot + \left(\frac{1}{u_{n+1}} - \frac{1}{u_{n+3}}\right) = \frac{1}{1} + \frac{1}{1} - \frac{1}{u_{n+2}} - \frac{1}{u_{n+3}} = 2 - \frac{u_{n+4}}{u_{n+2}\, u_{n+3}}$.

Nouv. Ann.

76. Eine Zahl zu finden, so dass sowohl sie selbst, wie auch ihre vierte Potenz gleich der Summe der Quadrate von zwei aufeinander folgenden ganzen Zahlen ist.

Auflösung. Es sei $x = a^2 + b^2 = (a + bi)(a - bi)$, also $x^4 = (a + bi)^4 (a - bi)^4$ und $x^4 = A^2 + B^2 = (A + Bi)(A - Bi)$. Setzen wir nun $(a + bi)^4 = A + Bi$ und $(a - bi)^4 = A - Bi$, so erhalten wir $A = a^4 - 6a^2b^2 + b^4$ (1) und $B = 4a^3b - 4ab^3$ (2). Da nun a und b zwei aufeinander folgende Zahlen sein sollen, so setzen wir $a + 1$ für b in (1) und (2) und erhalten $A = -4a^4 - 8a^3 + 4a + 1$ und $B = -8a^3 - 12a^2 - 4a$. Ferner soll auch $A - B = 1$ sein, also $4a^4 - 12a^2 - 8a = 0$. Die Wurzeln dieser Gleichung sind 0, 2, -1; nur $a = 2$ genügt der Aufgabe. Man erhält daher $a = 2$, $b = 3$, $A = -119$, $B = -120$. Es ist $x = 4 + 9 = 13$; $x^4 = 119^2 + 120^2 = 28\,561 = 13^4$.

Nouv. Ann.

77. Eine Zahl zu finden, so dass sie gleich ist der Summe der Quadrate von zwei aufeinander folgenden ganzen Zahlen und gleich der Summe der Quadrate von drei aufeinander folgenden ganzen Zahlen.

Auflösung. Die gesuchte Zahl sei u; dann ist $u = x^2 + (x + 1)^2 = (y - 1)^2 + y^2 + (y + 1)^2$; mithin $2x^2 + 2x + 1 = 3y^2 + 2$; also $4x^2 + 4x + 2 = 6y^2 + 4$ und $(2x + 1)^2 = 6y^2 + 3$. Setzt man $2x + 1 = 3z$, so ist $2y^2 - 3z^2 = -1$. Entwickelt man $\sqrt{\frac{3}{2}}$ in einen Kettenbruch, so erhält man die Näherungswerthe $\frac{1}{0}, \frac{1}{1}, \frac{5}{4}, \frac{11}{9}, \frac{49}{40}, \frac{109}{89}, \frac{485}{396}, \frac{1079}{881}, \ldots.$ Die Zähler

der Näherungswerthe von gerader Ordnung sind die Werthe von y und die entsprechenden Nenner die Werthe von z, so dass also

$$y = 1,\ 11,\ 109,\ 1079, \ldots\ldots$$
$$z = 1,\ 9,\ 89,\ 881, \ldots\ldots$$
$$\text{und } x = 1,\ 13,\ 133,\ 1321. \ldots\ldots$$

Man erhält also

$$\begin{aligned} u &= 1^2 + 2^2 = 0^2 + 1^2 + 2^2 = 5 \\ &= 13^2 + 14^2 = 10^2 + 11^2 + 12^2 = 365 \\ &= 133^2 + 134^2 = 108^2 + 109^2 + 110^2 = 35\,645. \end{aligned}$$

Nouv. Ann.

78. $2n + 1$ aufeinander folgende ganze Zahlen zu finden, so dass die Summe der Quadrate der $n + 1$ ersten dieser Zahlen gleich ist der Summe der Quadrate der n folgenden Zahlen.

Auflösung. Es sei x die mittlere Zahl, so hat man $(x - n)^2 + (x - (n - 1))^2 + \cdots\cdots + (x - 1)^2 + x^2 = (x + 1)^2 + (x + 2)^2 + \cdots\cdot + (x + n)^2$; also $x^2 - 2x(2 + 4 + 6 + \cdots + 2n) = 0$, $x(x - 2n(n + 1)) = 0$, also entweder $x = 0$ oder $x = 2n(n + 1)$. Die gesuchten Zahlen sind daher: entweder $-n, -(n - 1), \cdots\cdots -2, -1, 0, +1, +2, \cdots\cdots +n$, oder $2n(n + 1) - n, 2n(n + 1) - (n - 1), \cdots\cdots 2n(n + 1) - 1, 2n(n + 1), 2n(n + 1) + 1, \cdots\cdots 2n(n + 1) + n$.

Z. B. Für $n = 2$ genügen fünf Zahlen der Aufgabe

$$-2,\ -1,\ 0,\ +1,\ +2,$$
$$10,\ 11,\ 12,\ 13,\ 14.$$

Journ. élém.

79.
$$x + y + z = (a + b + c)(a + b - c)$$
$$xy + xz - yz = b\{(a^2 - c^2)(2a - b) + 2ab^2\}$$
$$x^2 + y^2 + z^2 = (a^2 + b^2 - c^2)^2 + 2b^2(a^2 + c^2).$$

Auflösung. Setzen wir $x + y + z = m, xy + xz - yz = p$, $x^2 + y^2 + z^2 = q$, so ist $xy + xz + yz = \frac{m^2 - q}{2}$; $yz = \frac{m^2 - q - 2p}{4} = b^2(a^2 - c^2)$. Ferner $x(y + z) - yz = p$, also $x(m - x) = \frac{m^2 - q + 2p}{4}$ und hieraus $x = \frac{1}{2}(m \pm \sqrt{q - 2p}) = \frac{1}{2}(a^2 + b^2 - c^2 + 2ab \pm (a^2 + b^2 - c^2 - 2ab))$; also $x_1 = a^2 + b^2 - c^2$ und $x_2 = 2ab$. Mithin

$$1)\ \begin{aligned} y + z &= 2ab \\ yz &= b^2(a^2 - c^2) \end{aligned} \quad \text{also} \quad \begin{aligned} y_1 &= b(a + c) \\ z_1 &= b(a - c) \end{aligned}$$

$$2)\ \begin{aligned} y + z &= a^2 + b^2 - c^2 \\ yz &= b^2(a^2 - c^2) \end{aligned} \quad \text{also} \quad \begin{aligned} y_2 &= b^2 \\ z_2 &= a^2 - c^2. \end{aligned}$$

Journ. élém.

80.
$$xyz + x - y - z = a(1 + yz - zx - xy) \quad (1)$$
$$xyz + y - z - x = b(1 + zx - xy - yz) \quad (2)$$
$$xyz + z - x - y = c(1 + xy - yz - zx). \quad (3)$$

Auflösung. (2) kann leicht auf folgende Form gebracht werden:

$$\frac{(1+x)(1+z)}{(1-x)(1-z)} = \frac{(1+y)(1-b)}{(1-y)(1+b)}$$

und (3)
$$\frac{(1+x)(1+y)}{(1-x)(1-y)} = \frac{(1+z)(1-c)}{(1-z)(1+c)}.$$

Durch Multiplication von (2) und (3) erhält man

$$\left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 = \frac{(1-b)(1-c)}{(1+b)(1+c)} \text{ und } x = \frac{\sqrt{(1-b)(1-c)} - \sqrt{(1+b)(1+c)}}{\sqrt{(1-b)(1-c)} + \sqrt{(1+b)(1+c)}}.$$

Educat. Times.

81. $x^2 + 4xy + 6y^2 = 28$ (1); $x^2 + 4xz + 14z^2 = 60$ (2); $3y^2 + 2yz + 7z^2 = 0$ (3).

Aufl. Setzt man $x = uz$ und $y = vz$, so findet man v aus (3); die Elimination von z aus (1) und (2) giebt eine Gleichung für u und v, aus welcher nun u zu finden ist. Aus (1) oder (2) wird dann z^2, also z gefunden. Educat. Times.

82. Wenn $3cz^2 = bx^2 + 2axy$, $3c^2z = a^2y + 2abx$, $c^3 = a^2b$, zu beweisen, das $z^3 = x^2y$ ist.

Aufl. Es ist $z^2 = \frac{bx^2 + 2axy}{3c}$ (1) und $z = \frac{a^2y + 2abx}{3c^2}$ (2). Aus (1) und (2) folgt $3bx(bx + ay + ay) = (ay + bx + bx)^2$, also $3bx(ay + bx) + 3abxy = (ay + bx)^2 + 2bx(ay + bx) + b^2x^2$, $3abxy - b^2x^2 = (ay + bx)ay$, mithin $a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2 = 0$, also $ay = bx$. Durch Multiplication von (1) und (2) erhält man $z^3 = \frac{ax(bx + 2ay)(ay + 2bx)}{9c^3} = \frac{ax \,.\, 3ay \,.\, 3bx}{9a^2b} = x^2y$.

Educat. Times.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

Buys, Lucien (Capitaine du génie, Répetiteur à l'école militaire de Belgique), La Science de la Quantité précédée d'une étude analytique sur les objects fondamentaux de la science. Bruxelles-Leipzig. Libraire européenne C. Muquardt. 1880. 563 S.

Wir haben hier ein voluminöses und verschwenderisch gedrucktes Lehrbuch des rechnenden Theiles der Mathematik vor uns, aufgebaut auf philosophischer Grundlage. In einer 32 Seiten langen Einleitung, welche er selbst „eine analytische Studie über die Grundobjecte der Wissenschaft" nennt, macht uns der Verf. mit seinem Glaubensbekenntniss bekannt, in welchem er sich zwar als philosophischer Eklektiker, doch aber auch als Anhänger der Lehre unseres Landsmannes Krause darstellt; dieselbe hat sich bekanntlich in den romanischen Ländern ein weit grösseres Publikum erworben, als in ihrem eigenen Vaterlande, und ist in Belgien namentlich durch den verdienten Brüsseler Professor Tiberghien eingeführt worden, auf welchen sich Herr Buys mehrfach beruft. Einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen diesen allgemeinen Reflexionen der „Introduction" und zwischen dem eigentlich mathematischen Theile des Buches waren wir freilich nicht in der Lage zu constatiren, obwohl wir gerne zugeben, dass der Verf. bei seinem Bestreben, auch die analytischen Entwickelungen möglichst klar und rationell zu gestalten, gerade von seinen philosophischen Anschauungen sich leiten liess. Denn dass ein solches Bestreben obgewaltet hat, tritt allenthalben in dem Buche zu Tage, und wenn mit diesem Streben nach Deutlichkeit und lichtvoller Darstellung hie und da eine etwas grosse Breite Hand in Hand geht, so kann man sich das schon gefallen lassen. Wollten wir eine genaue Inhaltsanalyse des Werkes geben, so müssten wir die Titel sämmtlicher analytischer und algebraischer Disciplinen zwischen der Rechnung mit ganzen Zahlen einerseits und der Integralrechnung andererseits aufzählen. Mit den vier Species beginnend, beschäftigt sich der Verf. besonders eingehend mit den Decimalbrüchen, erörtert dann, wofür ihm wissenschaftlich

gesinnte Leser nur dankbar sein können, ausführlich die Theorie der verschiedenen Numerationssysteme, indem er die Umwandlung aus dem einen ins andere lehrt, und giebt sodann einen höchst ausführlichen Ueberblick über die Buchstabenrechnung. Das fünfte Capitel ist den Elementen der Zahlentheorie (Primzahlen, gemeinschaftlicher Theiler, Entwickelung in periodische Decimalbrüche) gewidmet. Es folgt die Lehre von den Gleichungen, in allen wesentlichen Punkten erschöpfend. Nur der Behandlung des Imaginären, welches auf S. 260 ziemlich wie ein Deus ex machina erscheint, hätten wir eine andere Berücksichtigung gewünscht, und ebenso scheint uns S. 263 das System simultaner quadratischer Gleichungen und S. 266 die Lehre von der Auflösbarkeit höherer algebraischer Gleichungen sehr stiefmütterlich bedacht worden zu sein. Der Verf. begründet nämlich die Thatsache, dass die Wurzeln einer den vierten Grad übersteigenden algebraischen Gleichung nicht mehr in expliciter Form dargestellt werden können, mit folgenden Worten: „Ce résultat offre, du reste, rien d'étonnant: des doctrines aussi subjectives ne peuvent être fécondes dans leurs développements.“ Wir vermögen den Sinn dieses Satzes nicht zu verstehen. — Im zweiten Buche begegnen wir zuerst den Progressionen, dann den Kettenbrüchen, bei welch letzteren mit Recht ein besonderes Gewicht auf die Bestimmung der Genauigkeitsgrenzen gelegt wird, und endlich den Logarithmen. Es folgt die Lehre von den Functionen und ihren Grenzverhältnissen, sowie eine Darstellung der Lehre von den höheren Gleichungen, welche sich namentlich durch ihre hübschen graphischen Illustrationen auszeichnet. Den Schluss des ganzen Werkes bildet die eigentliche Differentialrechnung und speciell die offenbar mit besonderer Vorliebe behandelte Theorie der Maxima und Minima.

Angesichts der klaren Darstellung und der überall eingestreuten Beispiele würde sich das vorliegende Werk zum Selbststudium gut eignen. Abgesehen davon erregt es unser Interesse aber durch einen andern Umstand. In diesem Journal hatten wir unlängst das im nämlichen Verlage erschienene Werk eines anderen belgischen Officiers, Girard, zu besprechen*); aus beiden, in ihrer Tendenz vielfach übereinstimmenden Schriften geht hervor, wie das Bestreben nach philosophischer Durchdringung der Mathematik in unserem Nachbarlande Belgien selbst bei militärischen Schriftstellern in prägnantester Weise hervortritt.

Ansbach. Dr. S. Günther.

*) S. Heft 1, S. 68. D. Red.

BUNKOFER, Wilh. (Professor am Progymnasium zu Bruchsal), Die Geometrie des Progymnasiums. In zwei Theilen. I. Theil: Geometrie der Tertia, II. Theil: Geometrie der Secunda. Mit 11 und 5 lithographirten Figurentafeln. Freiburg im Breisgau. Herdersche Verlagshandlung. 1879. Preis jedes Theiles 2 *M.*

Das Buch ist in gross Quart-Format mit sehr breitem Rande erschienen. Es enthält ausser 2 Seiten Vorwort, 4 Seiten Inhaltsangabe, 149 Seiten Text und 470 sehr gute Figuren auf XVI Steindrucktafeln. Die Ausstattung sowohl des Textes wie der Figuren ist prachtvoll. Der breite Rand neben dem Texte ist bestimmt zur Einzeichnung der Figuren, die auf den Tafeln nur in schematischer Form enthalten sind und zum Theil mit vom Lehrer anzugebenden Einzelheiten und Zusätzen von den Schülern anzufertigen sind; derselbe dürfte sich auch zu sachlichen Zusätzen und Erweiterungen eignen. Für diesen Zweck ist gutes, starkes Schreibpapier zum Druck gewählt. So viel über das Aeussere des Buches. Hieraus aber kann man schon entnehmen, dass vorzugsweise pädagogische und praktische Rücksichten bei der Abfassung des Werkes massgebend gewesen sind. Dabei hat der Verfasser, wie wir von vornherein gleich bemerken wollen, an der wissenschaftlichen Behandlung des Lehrobjects festgehalten, aber „die Anschauung als vollberechtigte Erkenntnissquelle und als ebenbürtiges Ueberzeugungsmittel neben dem logischen Schluss anerkannt und benutzt". Ob indess der Verfasser Tertianern und Secundanern nicht schon zu viel zumuthet, namentlich den letzteren, das mögen die Leser dieser Anzeige selbst beurtheilen, wenn wir nunmehr auf den Inhalt des Buches übergehen.

Das Buch zerfällt in zwei Abschnitte, von denen der erste „die Grundlehren", der zweite die „Ausführung einzelner Theorien" enthält. Das Pensum der Tertia enthält im I. Kapitel die Grundgebilde der Ebene: Punkt, Linie, Richtung, Gerade (Strahl, Strecke), gebrochene Linie, Curve, Fläche. Der Begriff der Ebene wird als an sich klar vorausgesetzt. Die Richtung wird definirt als der Weg, den der bewegte Punkt an Ort und Stelle gerade einhält. „Aendert sich die Richtung des geradlinig bewegten Punktes plötzlich, so entsteht die gebrochene Linie, ändert sich die Richtung des bewegten Punktes beharrlich (stetig), so entsteht die Curve." Hier wird zugleich erklärt, was ein Wendepunkt und Verzweigungspunkt sei, was man unter einer Secante, Tangente und einem Curvenelement verstehe. — Im II. Kapitel werden die Begriffe: Winkel, Convergenz und Divergenz, Parallelismus erläutert. Der Winkel ist dem Verfasser zunächst „Unterschied der Lage" zweier Geraden mit Rücksicht auf die Gesammtheit aller Zwischenlagen des entsprechenden Feldes, also die Gesammtheit aller Zwischenlagen zwischen den Geraden als Grenzlagen. Treten an die Stelle

der zwei Geraden zwei Strahlen, so tritt an die Stelle des Lagenunterschieds der Richtungsunterschied. Durch Fortrückung des Convergenzpunktes zweier Geraden in immer grössere Entfernung, bis ins Unendliche, lässt der Verfasser den Richtungsunterschied verschwinden und gelangt so zum Parallelismus. Das III. Kapitel enthält Sätze über Senkrechte, Parallelen und Winkel. Hierzu wollen wir nur bemerken, dass der Verfasser die Winkelsummen der ebenen Figuren herleitet aus dem allgemeinen Satze, dass die Gesammtablenkung eines wiederholt convex gebrochenen Linienzugs gleich der Summe der Einzelablenkungen ist. Das IV. Kapitel erläutert Punkt- und Liniensysteme. Das V. Kapitel handelt von der Ordinate und ihrem Längenverhalten. Warum der Verfasser es verschmäht hat, hier zugleich den Begriff der Abscisse mit einzuführen, ist uns unklar. Den Winkel, welchen eine Ordinate an verschiedenen Stellen mit der Geraden resp. mit der örtlichen Tangente der Curve bildet, in der Richtung des Curvenverlaufs genommen, nennt der Verfasser Streifwinkel (σ), welcher in späteren Betrachtungen eine wichtige Rolle spielt, z. B. die Linie constanter Ordinaten (Parallele) ist kenntlich an dem constanten Streifwinkel $\sigma = 90^0$ u. s. w. Beim Kreise heisst es: der Kreis streift überall senkrecht am Endpunkte des Radius vorüber u. s. w. In der Bezeichnung der Ordinate bleibt sich der Verfasser nicht gleich, und wir müssen es geradezu als falsch erklären, wenn er z. B. sagt: der Mittelwerth aller denkbaren Ordinaten nach (?) einer schiefen Geraden zwischen zwei Grenzordinaten ist die Ordinate des Mittelpunkts ihrer Axenstrecke. Bei diesem Kapitel ist uns überdies zum ersten Male das Bedenken aufgestiegen, ob die Darstellungen des Verfassers nicht für Tertianer zu schwierig seien? Es wird hier schon, allerdings nur in einer Anmerkung, Gebrauch von symbolischen Bezeichnungen gemacht. Das VI. Kapitel betrachtet den Vector und sein Längenverhalten. Der Winkel, den ein nach einem Punkte eines stetigen Gebildes gezogener Vector mit der Richtung der dortigen Tangente bildet, wird ebenfalls Streifwinkel genannt, der nun bei der Betrachtung der Curven und Geraden die Hauptrolle spielt, wobei wir wiederum das Bedenken mangelnden klaren Verständnisses von Seiten der Tertianer nicht unterdrücken können, so geistreich auch die Entwickelungen sind. Das VII. Kapitel behandelt das rechtwinklige Dreieck. Ist nicht der Anfang dieses Kapitels: „Minimum, gerade Abweichung und Vector bilden zusammen ein rechtwinkliges Dreieck" recht gesucht? Und ist diese Ausdrucksweise wirklich dem doch noch recht engen Ideenkreise eines Tertianers angemessen? — In der Angabe der hierher gehörigen Figur ist ein Versehen passirt: nicht die Figur 97, sondern 101 war zu citiren, und demgemäss sind die folgenden Angaben 89 bis 101 um 1 zu vermindern. Uebrigens ist dieses Kapitel, welches das Bestimmtsein des rechtwinkligen Dreiecks, die Abhängigkeit der Stücke bei constanter Hypotenuse und die Mittel-

linie zur Hypotenuse behandelt, sehr gut ausgeführt. Ebenso das VIII. Kapitel, in welchem das gleichschenklige, gleichseitige Dreieck und das Deltoid betrachtet werden. Nur auf zwei Ungenauigkeiten müssen wir aufmerksam machen. Unter Nr. 4 des § 36 muss es heissen: die Verbindungslinien der nicht benachbarten Schnittpunkte, die nicht durch den Kreismittelpunkt gehen, bilden ebenfalls ein gleichseitiges Dreieck. Sodann heisst es in § 37: „Das Deltoid ist ein Viereck mit je zwei gleichen Nachbarseiten" anstatt „mit zwei Paaren gleicher Nachbarseiten". Das IX. Kapitel enthält eine Reihe von Constructionen, deren Lösungen den schematischen Figuren Nr. 108 bis 126 entnommen werden sollen, nämlich Constructionen von Senkrechten, Parallelen und Winkeln, von Punkten und Linien. Die drei folgenden Kapitel handeln von Entfernungen: der Punkt vom Punkte, woran sich allgemeine Perimeterbeziehungen schliessen; sodann: der Punkt von zwei Punkten, und von drei Punkten; der Punkt von einer Geraden, von zwei Geraden, von drei Geraden; Punktentfernungen bei parallelen Geraden; der Punkt von einem Kreise, die Gerade vom Kreise, der Kreis vom Kreise. In diesen Kapiteln sind die wichtigsten geometrischen Oerter enthalten; die Behandlung ist recht ansprechend. Das XIII. Kapitel enthält die Eigenschaften des ungleichseitigen Dreiecks: das Bestimmtsein aus den Bildungselementen, Congruenz, Paralleltransversalen im Dreieck, Mittellinien, die vier merkwürdigen Punkte. Das XIV. Kapitel enthält Constructionsaufgaben, deren Lösungen, wie im IX. Kapitel, den schematischen Figuren Nr. 175 bis 201 zu entnehmen sind. Im XV. Kapitel werden die Grundzüge der centrischen und axialen Symmetrie, wofür der Verfasser Punkt- und Axensymmetrie sagt, niedergelegt. Hierfür hat er die Zeichen)·(und)|(eingeführt, was nicht unzweckmässig erscheint. Nun folgen im XVI. Kapitel Winkel und Linien im Kreise. Es scheint uns durchaus unzweckmässig, einen Peripheriewinkel, dessen einer Schenkel eine Tangente ist, mit dem Namen Berührungswinkel zu bezeichnen: er ist durchaus nichts anderes, als ein gewöhnlicher Peripheriewinkel, der einen gewissen Bogen von doppelter Gradzahl zwischen seinen Schenkeln hat. Ebenso bleibt ein Secantenwinkel auch dann noch Secantenwinkel, wenn der eine Schenkel eine Tangente wird, selbst wenn beide Schenkel Tangenten werden, insofern in allen drei Fällen die Grösse eines solchen gleich der halben Differenz der dazwischen liegenden Bogen ist; wenn man aber im letzten Falle den Namen Tangentenwinkel wählt, so hat das seine Berechtigung, weil dieser ausserdem noch besondere Eigenschaften hat. Demgemäss giebt es nicht zwei, sondern nur einen Satz über die Beziehung des Peripheriewinkels zum dazwischen liegenden Bogen. Zweckmässig bezeichnet der Verfasser den Ort für die Scheitel aller spitzen Winkel von gegebener Grösse als eine (symmetrische) achterförmige, den Ort aller stumpfen Winkel dagegen als eine linsenförmige Figur.

Ebenso zweckmässig finden wir die Einführung der Tangente im engsten Sinne, als einer durch die Grösse des von dem Berührungsradius und einer Centrale gebildeten Winkels bestimmten Länge. Im XVII. Kapitel finden wir die Eigenschaften und Merkmale des Parallelogramms, des Paralleltrapezes, des allgemeinen, des Sehnen- und Tangentenvierecks und des regelmässigen Vielecks. Das XVIII. Kapitel enthält die Flächenverwandlungen, das XIX. die Theilungen durch Strahlen und Vectoren, sowie Addition, Subtraction, Multiplication und Division von Flächen. Den Nutzen des XX. Kapitels vermögen wir nicht einzusehen, um so weniger, als uns die Bezeichnung „gebrochene Wellenlinie“ statt „wellenförmig gebrochene Linie“ unrichtig zu sein scheint und derartige in der Natur gar nicht vorkommen. Das XXI. Kapitel behandelt die Zerlegung des rechtwinkligen Parallelogramms durch Parallelen mit den Seiten. Hierbei bedient sich der Verfasser einer, wie uns scheint, unnöthigen, schwerfälligen Bezeichnung, wie $\text{R}\ a + b \mid c + d = \text{R}\ a + b \mid c + \text{R}\ a + b \mid d$; soll bedeuten: Rechteck aus den Seiten $(a + b)$ und $(c + d)$ u. s. w. Im XXII. Kapitel wird die Flächengleichheit unter besonderen Bedingungen betrachtet, wo der Pythagoreische Lehrsatz mit allen seinen Folgerungen und Erweiterungen mit denselben schwerfälligen Bezeichnungen und mit unnöthiger Breite behandelt wird. Daran reihen sich Flächenverwandlungen und Constructionen auf Grund der letzten Sätze, mit denen das Pensum für Tertia abschliesst.

Das Pensum für Secunda beginnt mit dem XXIII. Kapitel: „Strecken- und Abstandsverhältnisse“, die hier im Allgemeinen auf recht zweckmässige Weise, namentlich in Beziehung auf die Incommensurabilität, behandelt werden. Die Verhältnisse werden als Quotienten aufgefasst, wie es nach unserer Ansicht sein muss. Im XXIV. Kapitel werden die Proportionen bei Transversalen und die Aehnlichkeit der Dreiecke behandelt. Die ganze Darstellung basirt auf dem Satze, dass drei parallele Gerade auf beliebigen Transversalen proportionale Stücke ausschneiden, bei dessen Beweis Niemand die nöthige Schärfe vermissen wird. Die Definition der Aehnlichkeit hätten wir lieber aus der Uebereinstimmung der Form abgeleitet gesehen. Da der Verfasser sich hier auf Dreiecke beschränkt, so durfte er wenigstens die Proportionalität der Seiten aus der Definition weglassen, indem diese durch Verschiebung oder Umklappung und Verschiebung des einen auf das andere Dreieck, bis ein paar gleiche Winkel sich decken, sich sofort als einfache Folgerung ergiebt. Wir empfehlen dem Verfasser bei einer zweiten Auflage eine Umarbeitung dieses § 92, der überhaupt durch den darin herrschenden Formalismus sehr absticht gegen die sonstige geistreiche Behandlung der anderen Partien des Buches. Es kommen in diesem Abschnitte ausser den bekannten Folgerungen noch vor: der sogenannte goldene Schnitt, die Aehnlichkeitspunkte der Kreise, ohne

diesen Namen jetzt schon zu gebrauchen, und die Bogenverhältnisse. Das XXV. Kapitel enthält Constructionen und vermischte Aufgaben; Kapitel XXVI das Maass und die Messung der geradlinigen Fläche und Flächenverhältnisse, woran sich die Umgestaltung der früheren Flächensätze in algebraische Formen schliesst. Im XXVII. Kapitel wird die Bedeutung und Construction algebraischer Ausdrücke vorgenommen, wobei nicht unterlassen wird, den Begriff der Dimension in algebraischen Ausdrücken ausführlich zu erläutern. Im XXVIII. Kapitel wird der algebraische Zusammenhang der Stücke einzelner geometrischer Gebilde gelehrt, nämlich die Berechnung einer fehlenden Dreiecksseite, Beziehungen zwischen den durch die Winkelhalbirenden, Ecktransversalen u. s. w. entstehenden Abschnitten, Abstandsbeziehungen, Projectionen, Momente, Bestimmung der Maxima und Minima, Bestimmung der Sehnen und Tangenten verschiedener Kreisbogen, ein sehr reichhaltiges Kapitel, in welchem wir Sätze finden, die in anderen Lehrbüchern nicht stehen, wie z. B. dass die Summe aller Senkrechten von einem Punkte im Innern eines convexen gleichseitigen Polygons für jede Lage des Punktes constant ist; und dass die Summe der Projectionen einer Strecke im Innern eines regelmässigen Polygons auf die Seiten desselben gleich Null ist. Der Beweis des letzteren Satzes ist übrigens nur für den Fall geführt, dass die Strecke vom Mittelpunkte des Polygons ausgeht; eine Hindeutung auf die Gültigkeit des Satzes, wenn dies nicht der Fall ist, fehlt. Das XXIX. Kapitel lehrt die algebraische Rectification und Quadratur der regelmässigen Polygone; das XXX. Kapitel beschäftigt sich mit den Grenzen der „doppelten Polygonentwickelung“ und dem Nachweis, dass die Zahl π irrational ist, worauf im XXXI. Kapitel die Anwendung auf den Kreis folgt. Hieran schliesst sich eine grössere Reihe von Uebungsaufgaben. Dieses letztere Kapitel enthält manches Eigenthümliche und Gute, was auf allgemeinere Anschauungen geometrischer Gebilde vorbereitet.

Das XXXII. Kapitel handelt von der Potenz und Potenzlinie bei Kreisen. Wenn der Verfasser sagt: „Die Potenz eines inneren Punktes ist für jede Sehnenlage constant dieselbe und gleich dem Quadrate der Ordinate dieses Punktes“, so müssen wir uns wiederholt entschieden gegen diesen Gebrauch des Ausdrucks „Ordinate dieses Punktes“ erklären, der sich im Folgenden öfters wiederholt. Es fehlt 1) die Angabe der Axe, auf welche sich diese Ordinate beziehen soll, 2) ist es nicht die Ordinate dieses Punktes, sondern die Ordinate eines Kreispunktes, welche in dem Punkte in die Axe einschneidet, wenn man den durch jenen Punkt gehenden Durchmesser als Axe annimmt. Um Weitläufigkeiten im Ausdruck zu vermeiden, ist es doch wohl einfacher, zu sagen: „Quadrat der halben kleinsten Sehne durch diesen Punkt“. Im § 134 muss die Randzahl 394 tiefer unten neben der Zeile b stehen. Ferner muss es ebendaselbst heissen: die gemeinschaftliche Tangente zweier sich

berührenden Kreise, welche durch den Berührungspunkt derselben geht, ist Linie gleicher Potenzen. Im Kapitel XXXIII finden wir die harmonische Punktreihe und den harmonischen Strahlenbüschel in ihrem Zusammenhange. Wir können es nicht billigen, wenn der Verfasser den harmonischen Strahlenbüschel ohne weiteres als einen solchen definirt, dessen Strahlen durch eine harmonische Punktreihe gehen. Die richtige Definition ist analog der harmonischen Punktreihe zu geben als ein Strahlenbüschel, der entsteht, wenn man den Winkel zweier convergenten Geraden innerlich und äusserlich nach einerlei Sinus-Verhältniss theilt. Da nun aber hier vom Sinus noch nicht die Rede war, so hätte müssen erst nachgewiesen werden, dass, wenn man irgend einen Strahlenbüschel durch eine harmonische Punktreihe legt, jede beliebige Transversale harmonisch geschnitten wird: dann erst hat die gegebene Definition ihre Berechtigung. Bei dem Streben des Verfassers nach möglichster Kürze des Ausdrucks ist ihm ferner etwas Menschliches passirt, indem er sagt: „Sind bei einem Büschel von vier Geraden nachweislich vier aufeinander folgende Strahlen harmonisch, so sind überhaupt vier beliebige aufeinander folgende Strahlen harmonisch". Es fehlen vor dem Schlusswort „harmonisch" die Worte: „dieses Büschels". In diesem Kapitel kommen noch vor die harmonischen Eigenschaften des (vollständigen) Vierseits und die harmonischen Eigenschaften des Kreises (Pol und Polare). Das XXXIV. Kapitel ist überschrieben: „Parallelismus und Antiparallelismus um ein Centrum". Darunter versteht der Verfasser die perspectivisch ähnliche und perspectivisch inverse Lage. Die Behandlung dieses Kapitels verdient ungetheilten Beifall, wie auch die drei folgenden Kapitel. Es sind dies aber gerade diejenigen Kapitel, deren exacte Auffassung für Secundaner nach unserer Ansicht und Erfahrung zu schwierig ist. Es handelt sich nämlich um den Mittel- und Aequivalenzpunkt der geraden Punktreihe und einer Punktgruppe, um äquivalente Systeme, um Verlegung von Punkten eines Systems mit Erhaltung des Mittelpunktes und um Verschiebung des Mittelpunktes bei Dislocationen im Systeme. Richtungszahlen, Zahlenbüschel, Aequivalente sind hier das, was wir in der Mechanik unter Parallelogramm der Kräfte behandeln. Besonders aber gilt unsere vorher ausgesprochene Ansicht von dem Schluss-Kapitel: „Summirung verschwindender Elemente. Derivation", worin der Begriff eines Integrals und Differentials in grösster Kürze entwickelt wird. Die wichtigsten, am häufigsten vorkommenden Differentiale werden abgeleitet und die Werthbestimmung einfacher Integrale angegeben. Hinzugefügt wird dann die Bestimmung eines Maximums und Minimums und an Beispielen erläutert. Den Beschluss macht die Bestimmung eines physikalischen Integrals durch Lösung der Aufgabe: welchen Druck übt eine verticale Stange auf die Oberfläche der als absolut fest gedachten Erde, wenn die Länge, der Querschnitt und das specifische Gewicht der

Stange bekannt sind. Wir bezweifeln ganz und gar, dass Secundaner im Stande sein werden, den Entwickelungen dieser Aufgabe zu folgen.

Aus dem hier Mitgetheilten wird ersichtlich sein, dass wir es in diesem Buche keineswegs mit einer sogenannten Euklidischen Geometrie zu thun haben; der Standpunkt des Verfassers ist weit davon entfernt; er verlangt, „dass die Wahrheit, wenn gefunden, nicht umzäunt werde, sondern offene Wege behalte zu weiterer Entwickelung“; er suchte „in Text und Bild der Selbstthätigkeit des Schülers, wie der Selbständigkeit des Lehrers ein genügendes Feld der Bethätigung zu lassen“. Das letztere ist ihm jedenfalls gelungen; aber wir sind überzeugt, dass er sich von dem „zu viel“ nicht gehörig fern gehalten hat. Immerhin aber hat uns das Buch ein hohes Interesse eingeflösst und möchten wir unseren Fachgenossen rathen, sich dasselbe etwas näher anzusehen: wenn sie sich auch nicht entschliessen, es ihrem Unterricht zum Grunde zu legen, so werden sie doch sehr vieles Gute und Anwendbare finden und sicherlich mancherlei Anregung daraus schöpfen.

Lübeck. CHR. SCHERLING.

HEILERMANN u. DIEKMANN, Lehr- uud Uebungsbuch für den Unterricht in der Algebra an Gymnasien, Real- und Gewerbeschulen. 1. Thl. Die vier Grundrechnungsarten und die linearen Gleichungen. Zweite verm. Aufl. Essen, E. Bädeker. 1881. Pr. 120 ₰.

Das vorliegende bereits X, 202 u. f. von einem unserer Referenten gewürdigte Schulbuch erscheint hier bereits in 2. Auflage, an welcher man die angelegte bessernde Hand der Herren Verfasser merkt, sowohl was Anlage und Anordnung des Ganzen, als auch Fassung des Einzelnen und Auswahl des Uebungsstoffs anlangt. Doch sind die Aenderungen bezw. Zusätze nicht von solchem Belange, dass daraus eine Störung beim Unterricht entstehen könnte. Die Herren Fachcollegen seien hiermit auf diese neue Auflage hingewiesen. Die Schule besitzt jetzt in den beiden Büchern von Bardey („Arithmet. Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik“) und dem vorstehenden von Heilermann-Diekmann zwei vortreffliche Hülfsmittel für den höhern arithmetischen Unterricht. H.

UNVERZAGT, W. (Prof. u. Director des Realgymnasiums in Wiesbaden), Ueber die Grundlagen der Rechnung mit Quaternionen. Wiesbaden, C. W. Kreidel 1881. 4⁰. 19 S. Pr. 1,20 ℳ.

Der rühmlich bekannte Hr. Verfasser der „Theorie der goniometrischen und der longimetrischen Quaternionen zugleich als Einführung in die Rechnung mit Punkten und Vectoren“

(s. IX, 309 u. f.) und der Schrift „der Winkel als Grundlage mathematischer Untersuchungen“ (X, 365 u. f.) bietet hier dem mathematischen Lehrerpublikum eine kleine Arbeit, welche zwar in erster Reihe bestimmt ist, den Verfasser gegen einen Angriff des Berliner Mathematikers Hoppe und des Braunschweiger Bauraths und Mathematikers Scheffler zu vertheidigen, aber daneben auch, weil sie auf die Grundlagen der Quaternionen zurückgeht, geeignet ist, den Jünger des Pythagoras in diese neue und für Viele nicht ohne Grund schwierige Theorie einzuführen. Der Verf. sagt hierüber in der Einleitung (S. 2) Folgendes: „Hoffentlich wird es gelingen, dem unbefangenen Leser die Theorie der Quaternionen allen jenen Angriffen gegenüber als vollständig unerschüttert nachzuweisen. Damit aber der Beweis für die Richtigkeit des nicht uninteressanten Verfahrens dieser Rechnung mit Vectoren auch dem Nichtfachmanne klar werde, bedarf es einer kurzen Vorführung der grundlegenden Betrachtungen ihrer Methoden, woran sich die Begründung der angezweifelten Formeln ungezwungen anschliessen wird.“

Wir glauben daher, dass selbst Lehrer der Mathematik, die sich andern Zweigen dieser Wissenschaft zugewendet haben, — denn die Theilung der Arbeit ist ja heute schon in die einzelnen Seitenthäler des Wissenschaftsstromes gedrungen — eine solche Schrift willkommen heissen werden, besonders, da sie den Anfänger zugleich in der Geschichte dieser noch jungen Lehre orientirt. Insbesondere werden darin ausser Argand und Gauss auch die Werke der drei verdienten Mathematiker Hamilton, Grassmann und Scheffler (besonders des letztern „Situationscalcül“ und „polydimensionale Grössen“) nach Gebühr gewürdigt. Wir wollen deshalb die Herren Fachgenossen hiermit auf diese interessante Broschüre aufmerksam gemacht haben. H.

Siegmund, Ferd., Die Wunder der Physik und Chemie für Leser aller Stände gemeinfasslich bearbeitet. Hartleben's Verlag in Wien, Pest und Leipzig. 1880. 960 S. 20 Lieferungen, à Lief. 30 kr. ö. W. = 60 ₰.*)

Physik und Chemie sind Wissenschaften, die schwerwiegend für das tägliche Leben sind und eine so grosse Reihe höchst wichtiger und interessanter Erscheinungen bieten, dass dieselben Niemandem, will er auf Bildung Anspruch machen, unbekannt bleiben dürfen. Geleitet durch diese Forderung der Zeit, die nach allen Seiten hin stets grössere wie geistige, so materielle Bedeutung gewinnende

*) Vrgl. eine nichtssagende Recension in den Hamb. Nachrichten Nr. 191 (1880), einem Blatte, dass sich überhaupt durch phrasenhafte Besprechung aller möglichen Werke auszeichnet. Das ist Volksspeise! D. Red.

Wissenschaft der Physik zum Gemeingut des gebildeten Theiles der Gesellschaft zu machen, hat sich der Verfasser zur Aufgabe gestellt, in 20 Lieferungen à 30 kr. den Leser mit der Physik des täglichen Lebens, mit den Erscheinungen, denen man auf Schritt und Tritt begegnet, dann mit der Chemie fürs praktische Leben in allgemein verständlicher Form vertraut zu machen.

Untersuchen wir, ob es dem Verfasser gelungen ist, mit der vom Laien beanspruchten Verzichtleistung auf eine mathematische Beweisführung eine belehrende Skizze des Wissenswürdigsten zu schaffen.

Die Einleitung enthält die Aufgabe und Eintheilung der Physik und eine kurze historische Darstellung der epochemachenden physikalischen Entdeckungen und Erfindungen nebst Abbildungen der um die Physik verdienstvollsten Männer, wie: Galilei, Kepler, Torricelli, Otto von Guericke, Huyghens, Newton, James Watt, Galvani, Franklin, Fraunhofer, Julius von Mayer, Ampère, Morse, Helmholtz und Bunsen. Dass es für Jedermann, sei er Fachmann oder Laie, höchst interessant ist in chronologischer Reihe zu sehen, wie die Physik nach und nach die Stufe ihrer Vervollkommnung, welche sie jetzt behauptet, erstiegen hat, sieht wohl jeder ein, doch wird mir jeder auch zugestehen, dass eine solche historische Skizze am Ende der einzelnen Abschnitte oder am Ende des ganzen Werkes einen weit grösseren Werth hätte. Freilich hätte damit der Verfasser nicht das erreicht, was er erreichen wollte, nämlich durch diesen anziehenden Beitrag schon im 1. Hefte recht viele Abonnenten zu gewinnen. S. 30 wird erwähnt, man könne durch einen Ziegelstein hindurch bei geeigneten Vorrichtungen — der Verfasser meint vielleicht ein gewöhnliches Loch — ein Licht ausblasen; diesen Versuch über die Porosität der Körper wird wohl selten Jemand gesehen haben! Weiter wird behauptet, man könne den Florentiner Versuch (über die Porosität der Metalle) durch die Hollunderbüchse nachweisen. Letztere dient ja zur Demonstration der Compressibilität, mithin auch der Porosität der gasförmigen Körper, hier der Luft. Als Anwendung der Elasticität wird die Federwage von Jolly angeführt und ihrer Wichtigkeit halber auch beschrieben, aber nur theilweise, indem auf den Zweck des zweiten Schälchens, welches stets in Wasser eingetaucht bleibt, der Leser auf ein „Späterhin“ vertröstet und späterhin davon keine Erwähnung mehr gethan wird. Dass diese Federwage zur Constatirung des wichtigen und interessanten Factums „das Gewicht eines Körpers nimmt ab sowol wenn der Körper sich von der Erde entfernt, als auch, wenn er ins Innere der Erde sich bewegt“, benutzt wird, hätte wol auch erwähnt werden können.

In der Mechanik werden die in allen Lehrbüchern der Physik enthaltenen Gesetze der Statik und Dynamik fester, flüssiger und luftförmiger Körper stets mit Rücksicht ihrer vielseitigen Anwendung

auf die Technik vorgetragen; es wird der dynamometrische Apparat von Perreaux zur Messung und Prüfung der Festigkeit gewisser Substanzen, sowie die sterhydraulische Presse von Desgoffe und Olivier entsprechend beschrieben und die Anwendung der comprimirten Luft eingehend besprochen. Aber mit einer blossen Erwähnung des Zweckes des hydrometrischen Flügelrades ohne nähere Beschreibung desselben und ohne Angabe, wie sich aus der Umdrehungszahl des Flügels die Wassergeschwindigkeit in einer beliebigen Tiefe bestimmen lässt, dürfte dem Leser wenig geholfen sein, ausser es beabsichtigte der Verfasser den Leser statt unterhaltend zu belehren, mit jedem physikalischen Ausdrucke nur oberflächlich bekannt zu machen. Was betreffs des Woltmann'schen Flügelrades S. 180 gesagt ist: „Hat man beobachtet, dass das Flügelrad in einer Minute 180 also in einer Secunde 3 Umdrehungen gemacht hat, so ist die Geschwindigkeit des Wassers 3 $\times$ 25 = 75 Kubikmeter (?!) in einer Secunde" versteht ja kein Fachmann, um so weniger der gebildete Laie, dem doch (nach Verfassers Prospect) keine wichtige und interessante physikalische Erscheinung unbekannt bleiben darf!

Der Verfasser kannte bei Bearbeitung der Akustik Radau's Lehre vom Schall; dessenungeachtet führt er das, was Radau nur als Ansicht des 17. Jahrhunderts (von Kircher) mittheilt „es werde der Schall durch massive Körper durch die in ihren Poren enthaltene Luft geleitet" S. 199 als Factum an. Die Bestimmung der Schallgeschwindigkeit in der Luft nach der vom Niederländer Boscha 1853 vorgeschlagenen und in neuester Zeit von Akos Szathmari in Klausenburg durchgeführten Methode der Schallcoincidenzen ist neu und darum wenig bekannt; wer nicht in der Lage ist, das Citat von Boscha (enthalten im Jahrbuch der Erfindungen von Hirzel und Gretschel 3. Jahrgang S. 75) zu Hülfe zu nehmen, dem wird aus der kurzen diesbezüglichen Darstellung S. 214 räthselhaft bleiben, wieso es möglich ist, mit Hülfe des Pendels von genau bekanntem Gange und mit Hilfe zweier elekromagnetischer Klingeln die Schallgeschwindigkeit in der Luft leicht zu ermitteln. Soll vielleicht der Leser dadurch, dass er nicht überall die nöthige Aufklärung über das Wie und Warum findet, zu tieferem Studium angeregt werden? Der Abschnitt Akustik schliesst mit dem Phonographen von Edison.

Durch die Bezeichnung der ganzen Arbeit des Verfassers als einer Composition aus mehreren guten Physikbüchern soll dem Verfasser kein Vorwurf gemacht werden, wohl aber daraus, dass er die eingangs ausgesprochene Bestimmung seines Werkes vergisst, Definitionen sowie Thatsachen da anführt, wo sie nicht am richtigen Platze sind. So wird S. 71 vor dem Wellrad die Rolle als ein Wellrad definirt; in der Akustik, also vor der Optik, darauf hingewiesen, dass die Schallstrahlen denselben Reflexions-

und Brechungsgesetzen folgen (S. 218 und 220), wie die Lichtstrahlen. Ferner wird anfangs der Optik S. 266 angeführt, dass die Entstehung und Fortpflanzung des Lichtes auf transversalen Schwingungen des hypothetischen Aethers beruhe, ein Factum, welches zum Verständniss des folgenden: der sog. geometrischen Optik, der Dispersion des Lichtes, der Lehre vom Auge und den optischen Instrumenten gar nicht nothwendig ist, sondern sich erst aus der Polarisation des Lichtes leicht erschliessen lässt, also erst hier erwähnt werden soll und muss.

Bei Besprechung der drei verschiedenen Spectra S. 325 wird eine genaue Begründung der Entstehung des Absorptionsspectrums aus dem continuirlichen Spectrum vermisst. (Eine recht populäre Darstellung der Bedeutung und Richtigkeit des Kirchhoffschen Satzes „das Emissionsvermögen ist gleich dem Absorptionsvermögen" findet man in: Die Sonne von Dr. Paul Reis.) Bei der Darstellung der allgemeinen Thatsachen aus der Lehre von der Wärme, vom Magnetismus und von der Elektricität finden stets die in jüngster Zeit ausgeführten Versuche wie die von Cailletet in Paris und Pictet in Genf zur Condensation von Sauerstoff, Wasserstoff, Stickstoffoxyd und Kohlenoxyd, ferner die construirten und bereits in Verwendung stehenden Apparate wie das Telephon, das Mikrophon, der Hughessche Typendrucktelegraph, sowie die neuesten Theorien wie z. B. die von Edlund und von Bachmaier gegebene Theorie des Nordlichtes eine würdige Beachtung. Bei der Mittheilung, dass der Weingeist selbst bei den allertiefsten Temperaturen, die bis jetzt beobachtet worden sind, nicht gefriert, scheint Verfasser übersehen zu haben, dass ein aufmerksamer Leser sich damit nicht begnügt, sondern sich unwillkürlich die Frage stellen muss, welches wol diese allertiefste Temperatur sei. Die Chemie ist zu umfangreich, ausführlicher als Roscoe's Lehrbuch der Chemie. Die auf S. 667 gegebene und in den meisten Schulbüchern enthaltene Darstellung des H_3P-gases gelingt nicht immer; man nehme daher statt der concentrirten Lösung von Kalihydrat in Wasser eine solche in Weingeist, vertreibe hierauf aus der tubulirten Retorte die atmosphärische Luft durch einen Strom von CO_2 und lasse das Gas statt über Wasser über Salpetersäure aufsteigen.

Von den vielen Druckfehlern können einige a) dem Setzer, andere b) dem Mangel einer letzten, sorgsamen Durcharbeitung von Seite des Verfassers, noch andere c) dem mechanischen Abschreiben aus anderen Büchern zugeschrieben werden. Als Beispiele erwähne ich: ad a) S. 47 es verdunstet das ausgetrocknete (statt ausgetretene) Wasser; S. 94 die Länge des Secundenpendels in Paris ist nicht 939.86, sondern 993.86 mm; nicht Cornau (S. 273) sondern Cornu wiederholte die Fizeauschen Versuche über die Lichtgeschwindigkeit. Die Entdeckung der Doppelbrechung des Lichtes durch Bartholin fällt in das Jahr 1669, aber nicht wie S. 384 in das Jahr 1869.

ad b) S. 27 wird 1 m = 3.531 sächsische **Quadratfuss** und S. 250 die Aufstellung des Archimedischen Principes ins Jahr 2000 statt 250 vor Chr. gesetzt; für den Ausdehnungscoefficienten der Luft = 0.00366 steht S. 146 einmal 0000.366, das anderemal 0.000366; in der S. 147 angeführten Gauss'schen Formel zur barometrischen Höhenmessung fehlt die geographische Breite φ des Beobachtungsortes. Heron, Erfinder des Windkessels, lebte im 2. Jahrhunderte vor und nicht, wie S. 170 steht, nach Chr. Ich löse heisst im Griechischen λύω, nicht λύσω. Lanthan ist von λανθάνειν, nicht von λανδάνειν abzuleiten.

ad c) Woher kommt es, dass der Verfasser (genau so wie in Pisko's Licht und Farbe) den Ptolemäus von Alexandrien aus dem 2. Jahrhundert nach Chr. ins 2. Jahrhundert vor Chr. versetzt? Sollte dem Verfasser, als Verfasser von: „Durch die Sternenwelt" die von Ptolemäus aufgestellte geocentrische Ansicht über das Weltsystem unbekannt sein? Als Curiosum möge erwähnt sein, dass der Verfasser die Zeichen ^{0} und $'$ stets als Zeichen für Klafter und Fuss und nie als Zeichen für Grade und Minuten ansieht; S. 389 lautet es: „So ist z. B. beim Salpeter der Winkel der optischen Achsen 5^0 20 Fuss" etc.

Ein fürs Laienpublikum bestimmtes Buch hat mehrfache Bestimmungen zu erfüllen: es darf nicht Alles (wie vorzugsweise in der Chemie) zur Erörterung heranziehen, sondern nur diejenigen Theile, welche besonders für den Laien Interesse haben; dieses Gebotene muss fehlerfrei, richtig, klar und deutlich sein, den Leser auf den neuesten Standpunkt der Wissenschaft stellen und auf die Anwendungen hinweisen, welche die Technik gemacht hat. Diesen Anforderungen entspricht nun das vorliegende Werk nur in geringem Grade.

Brünn. JOS. GAJDECZKA.
Prof. am 2. Staats-Gymnasium.

WETTSTEIN, Dr. H. (Seminardirector in Küssnacht), **Die Strömungen des Festen, Flüssigen und Gasförmigen und ihre Bedeutung für Geologie, Astronomie, Klimatologie und Meteorologie.** Mit 29 Holzschnitten und 25 Karten. Zürich, Verlag von J. Wurster & Co. 1880. VI u. 406 S. Preis 8 ℳ

Man kann zweifelhaft sein, ob die Besprechung eines rein wissenschaftlichen Werkes, wie es das vorliegende unstreitig ist, in diese Zeitschrift überhaupt gehört. Der Name des durch pädagogische und kartographische Leistungen wohlbekannten Verfassers einerseits, der elementare Charakter andererseits, welchen derselbe seinen vielfach originellen Betrachtungen verliehen hat, rechtfertigen die Absicht des Unterzeichneten wohl, einige Worte über das Buch

zu sagen. Es ist die Tendenz des Verfassers, eine ganze Reihe bekannter Phänomene als Strömungserscheinungen darzustellen, und zwar soll es die verschiedene Stellung der Erde zur Sonne sein, durch welche in Folge der stets wechselnden Gravitationswirkung der letzteren alle festen, flüssigen und luftförmigen Bestandtheile unseres Planeten aus ihrer Gleichgewichtslage gebracht und in Bewegung gesetzt werden. Die einzelnen Schichten der Erdoberfläche u. s. w. gerathen so ins Rutschen, gleiten über einander weg, und indem sie auf Hindernisse stossen, falten sie sich, bersten und häufen sich zu Gebirgen. Allein nicht blos so ziemlich alle bekannten geologischen Thatsachen sollen auf diese Weise ihre Erklärung finden, sondern auch für die jetzige Gestalt der Inseln und Continente sollen ähnliche Vorgänge massgebend gewesen sein. Verf. ist von der Richtigkeit seiner Theorie so fest überzeugt, dass er sogar graphisch jene Physiognomie des Erdrundes zeichnen zu können glaubt, welche demselben in früheren geologischen Perioden eignete. Die Erdwärme im Inneren wird, wenn man einmal die Möglichkeit so äusserst intensiver Massenbewegungen einräumt, nach den Grundsätzen der mechanischen Wärmetheorie allerdings ihre Erklärung finden können, und ebenso gestaltet sich von hier der Uebergang zu den Erdbeben und Vulkanen verhältnissmässig ungezwungen. Betreffs der erdmagnetischen Variationen nimmt der Verf. zu Ampères elektrischen Umkreisungsströmen seine Zuflucht, und diese wiederum sind theils thermoelektrischer Natur, theils auch das Resultat der von den rutschenden Gesteinsschichten geleisteten mechanischen Arbeit. Auch die jetzige Gestalt der Mondoberfläche, sowie die Auflösung der Kometen in Sternschnuppenschwärme, wie sie durch Schiaparellis geistreiche Untersuchungen wahrscheinlich gemacht worden ist, sollen durch die mit der Entfernung variirende Schwerewirkung des Centralkörpers bedingt sein. Nicht minder gestatten die Prämissen eine Erklärung der geologischen Klimate und der Verbreitungsverhältnisse der Organismen. — Dass, wenn selbst feste Körper gegen die Action der Sonne so nachgiebig sich verhalten, bei den beiden anderen Aggregatzuständen eine erhöhte Neigung, in Strömungen zu gerathen, zugegeben werden muss, ist klar, und so werden denn auch die bekannten Meeresströme auf die eine Endursache zurückgeführt, desgleichen auch die regelmässigen und unregelmässigen Luftcirculationen, die Cyclone u. s. w. f. Sehr eingehend verbreitet sich der Verf. über die europäischen Stürme, insbesondere über den Fön — dies ist die im Buche durchweg angewandte Schreibart — und über die Gewitter. Ein Schlusswort stellt noch einmal fest, dass ein causaler Zusammenhang zwischen all den unzählig vielen verschiedenen Bewegungsformen bestehe, mit welchen sich die terrestrische Physik seit Jahrhunderten zu beschäftigen hatte.

Dies in den Grundzügen der reiche Inhalt des Wettsteinschen

Buches. Referent muss nun allerdings gestehen, dass er sich in sehr vielen Punkten mit diesen Anschauungen durchaus nicht befreunden kann, insbesondere kann er die Beeinflussung der festen Erdmaterie durch die Sonnenattraction in keiner Weise zugeben. Natürlich läge ihm nunmehr die Pflicht ob, seine oppositionelle Haltung auch eingehend zu begründen, und dazu wäre mehr Raum erforderlich, als ihm die Redaction auch beim besten Willen ihrerseits würde zugestehen können. Glücklicherweise hat es sich gefügt, dass ein competenter Beurtheiler ihn dieser Pflicht überhoben hat. Die „Deutsche Rundschau für Geographie und Statistik", ein auch in diesen Blättern schon mehrfach mit Lob bedachtes Journal, bringt nämlich im 7. Hefte ihres 2. Jahrgangs einen höchst interessanten Artikel des Krakauer Professors Czerny „über die Entstehung der Gebirge", und in diesem wird die Wettsteinsche Hypothese einer eben so sachlichen als scharfen Kritik unterzogen. Czerny weist erstlich die Bemängelung der Kant-Laplaceschen Kosmogonie mit guten Gründen zurück, weist dann später auf die unleugbare Thatsache hin, dass, wenn Wettstein Recht hätte, die höchsten Gebirge in unmittelbarer Nähe des Aequators sich finden müssten, was nicht der Fall, und statuirt, dass die angeblichen Dislocationen, gingen sie auch noch so langsam vor sich, immerhin einen mathematisch klaren Ausdruck in nachweisbaren Aenderungen der geographischen Länge und Breite finden müssten. Wo sollten ferner die „Hindernisse" herkommen, deren Existenz doch bei der Erklärung der Erdrunzeln auch hier nicht entbehrt werden kann? Und endlich kann doch wahrlich die Gravitation der Sonne nicht in Betracht kommen gegenüber der Centrifugalkraft auf der Erde, von welch letzterer bereits nachgewiesen ist, dass sie sich nicht zur Erklärung der Gebirgsbildung eignet. Dies alles sind Argumente, auf welche der Berichterstatter theilweise selbst verfallen war, und mit welchen er in jeder Hinsicht übereinstimmt; er sieht sich nicht in der Lage, nach Anführung derselben noch weiter sein abfälliges Urtheil zu begründen, soweit die festen Oberflächentheile in Betracht kommen.

Sehr gerne aber giebt er zu, dass in jenen Theilen des Werkes, welche von den Bewegungen innerhalb des Tropfbar- und Elastisch-Flüssigen handeln, jene Bedenken zum guten Theile in Wegfall kommen, und dass in jenen sehr viel Gutes enthalten ist. Ueber den Föhnwind hat der Verf. offenbar sehr eingehende und dankenswerthe Studien angestellt, und auch seine Ansichten über die Crux der theoretischen Witterungskunde, die Entstehung des Hagels, verdienen alle Beachtung. Nicht minder kann zugestanden werden, dass betreffs der Erklärung der Meeresströme die Massenwirkung der Sonne — freilich aber auch des Mondes — ein vielleicht bisher noch nicht genügend gewürdigter Factor ist. Wer jedoch die unsäglich verschiedenen Hypothesen kennt, die für jenes Phänomen von Mühry, Blažek, Zöppritz, Witte u. a. aufgestellt worden sind,

der wird sich nicht damit befreunden können, in irgend einer ausser-tellurischen Ursache die einzige Quelle einer so äusserst verwickelten Naturerscheinung anzuerkennen. Damit scheint uns überhaupt auf einen wunden Fleck aller so umfassend angelegten Naturerklärungen hingewiesen zu sein. Unser Kosmos ist denn doch ein zu vielseitiges Ganzes, als dass in einer bestimmten Gruppe mechanischer Vorgänge die Panacee für dessen deductive Erforschung gefunden werden könnte, und gerade unter diesem Gesichtspunkte möchten wir dem Herrn Verf., der sich ja sichtlich die erdenklichste Mühe gab, vielerlei Details unter einem einheitlichen Principe zusammenzufassen, den alten Spruch zurufen: „Etwas weniger wäre thatsächlich etwas mehr“.

Sehr anzuerkennen ist die klare und präcise Sprache des Buches, durch welche sich dasselbe sehr vortheilhaft von einer grossen Anzahl literarischer Producte von verwandter Tendenz abhebt. Trefflich ist die Ausstattung zu nennen; die in grosser Menge beigegebenen und für den Unterricht in der Geophysik höchst brauchbaren Kärtchen gereichen nicht nur dem Werke an sich zur Zierde, sondern bilden auch eine sehr nützliche Illustration für die immerhin eigenartigen und abgerundeten Darlegungen des Autors.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Reis, Paul, Prof. Dr., Elemente der Physik, Meteorologie und mathematischen Geographie. Hülfsbuch für den Unterricht an höheren Lehranstalten. Mit 240 Holzschnitten. 8°. VIII und 411 S. Leipzig, Quandt & Händel. 1879. Pr. ?*)

Da das gut berufene Lehrbuch der Physik von P. Reis für Schulen zu stoffreich und auch zu theuer ist, so hat der Verfasser wohl gethan, für den Schulzweck dieses Buch zu schreiben. Es ist nicht etwa ein Auszug aus jenem grösseren Werke, sondern eine selbstständige Bearbeitung für die höheren Schulen. Es versteht sich von selbst, dass das Baumaterial, wo es möglich war, auch aus dem grösseren Werke benützt worden ist.

Das vorliegende Buch basirt auf den Anschauungen der heutigen Physik und leitet in elementarer Weise seine Lehren aus den modernen Begriffen über Arbeit, lebendige Kraft und Energie consequent und kurz ab, so dass, bei genügender Strenge, keine Ueberbürdung der Schüler Platz greift und gleichwohl die Principien und wichtigen Folgesätze, sowie die hauptsächlichsten Anwendungen der Physik den Schülern beigebracht werden können. Durch zahlreiche Fragen und Aufgaben ist für die Anregung des Schülers und Einübung des Lehrstoffes ausgiebig gesorgt. Sowohl die logische Gliederung des Lehrstoffes, sowie dessen leichtfassliche Darlegung empfehlen das Buch auf das Beste.

*) Vergl. den Schluss unserer Anzeige in Hft. 3, S. 213. D. Red.

Die meteorologischen Lehren sind wohl vorherrschend in der Wärmelehre untergebracht, aber auch in der Optik (Regenbogen und Höfe, Himmelsblau und Abendroth) und Elektricitätslehre (Gewitter und Nordlicht) an passenden Stellen eingeschoben. Der nach dem Barometer eingestellte Paragraph 101 („Zur Erkenntniss und Vorherbestimmung des Wetters") wäre wohl besser bei Behandlung der Winde in der Wärmelehre am Orte gewesen, obschon die Gründe ersichtlich sind, warum der Verfasser diesen Paragraphen in der Aërostatik brachte; er wollte, nach den neueren Anschauungen, sogleich nach dem Barometer die Entstehung der Winde aus der Verschiedenheit des Luftdruckes ableiten. Da der Herr Verfasser jedoch die Winde hauptsächlich in der Wärmelehre behandelt — und dies mit Recht — so wäre das ganze Material über die Windtheorie ungetrennt geblieben. Dadurch hätte wahrscheinlich auch noch die Verständlichkeit jenes Paragraphen gewonnen.

Für die nächste Auflage möchte Referent wünschen, dass vom Herrn Verfasser erwogen werden wolle, ob nicht bei den Fallgesetzen (S. 15) statt der veralteten Ausdrücke „Fallraum und Fallräume" neuere Bezeichnungen, wie etwa „Fallstrecke und Fallstrecken" oder „die Wege beim freien Fall" und dergl., zu setzen wären, weil es sich hier nicht um die Räume, sondern um die Weglängen handelt. Wohl wird auch bei jenen veralteten Ausdrücken nur an die Längen gedacht; aber wozu mehrdeutige Ausdrücke beibehalten, wenn präcisere zu Gebote stehen? Ferner beim Begriff „specifisches Gewicht" (S. 23) wollte Ref. hervorgehoben wissen in Beispielen, wie es erst später (S. 96) geschieht, dass die entsprechenden Zahlen „benannte" sind und, je nach der gewählten Volumseinheit, im metrischen Systeme mit Gramm, Kilogramm bezeichnet werden. Dann muss auch „specifisches Gewicht" im zweiten Sinne (S. 96, § 87 Anm.) fallen, wonach es durch jene unbenannte Zahl auszudrücken ist, welche angiebt, wievielmal das Gewicht des fraglichen Körpers grösser ist, als das Gewicht eines gleichgrossen Wasservolumens. Diese Zahl wird jetzt allgemein und mit Recht nicht mehr als specifisches Gewicht, sondern als „relative Dichte" oder kurzweg „Dichte" bezeichnet, wogegen dann Dichte im Sinne „Masse der Volumseinheit" (S. 23) als absolute Dichte allgemein bezeichnet wird. Es ist höchst wünschenswerth, dass diese Begriffe von der Schule aus streng auseinander gehalten werden, damit endlich jene Zweideutigkeit des Ausdruckes „specifisches Gewicht" schwinde, und klar werde: Specifisches Gewicht wird durch benannte Zahlen und die (relative) Dichte, bezogen auf die Dichte des Wassers als Einheit, im metrischen System durch dieselben, jedoch unbenannten Zahlen numerisch ausgedrückt. Es wird dann weiter durch die absolute Dichte (Masse der Volumseinheit S. 23) mit jenen Begriffen in Uebereinstimmung gebracht. Die Bestimmung der Dichte (S. 97) mittels der hydrostatischen Wage und Aräometer sollte aus-

führlicher behandelt werden. Bei letzteren wären auch auf dieser Lehrstufe die Volumeter, Dichtenmesser, Procentaräometer und Aräometer mit willkürlicher Scale ihrem Wesen gemäss zu unterscheiden und ihre Angaben durch Beispiele verständlich zu machen. Bei der Wage hätte sich für diese Lehrstufe die Ableitung der mathematischen Formel für die Empfindlichkeit (S. 70) empfohlen. Dass (S. 337) Figur 179 umgekehrt auftritt, ist wohl ein Verschulden des Setzers oder Druckers und wird vom Leser leicht erkannt und dieser Fehler durch eine entsprechende Zeichnung gut gemacht.

Nachdem Referent nur zum Besten des Werkes einige Bemerkungen zur Erwägung für den Herrn Verfasser vorgebracht hat, betont er nochmals die Vorzüglichkeit des Werkes und hebt besonders hervor, dass, obwohl die Hauptfortschritte der Physik berücksichtigt sind, dennoch der Ueberlastung dadurch vorgebeugt ist, dass die Materie glücklich ausgewählt und dabei kurz und gut verarbeitet ist, so, dass Referent dieses Buch als sehr zweckmässig für die höheren Schulen als Lehrbuch oder, wie der Herr Verfasser sagt, als Hülfsbuch wärmstens empfehlen kann. P.

Schell, W., Dr. und Prof., Theorie der Bewegung und der Kräfte. Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit vielen in den Text gedruckten Holzschnitten. I. Band XVI und 580 S. II. Band. XI und 618 S. Leipzig, B. G. Teubner. 1879—1880. ℳ 20.

Dieses Lehrbuch der theoretischen Mechanik, welches schon von der ersten Auflage her im besten Angedenken steht, hat das wissenschaftliche Bedürfniss der technischen Hochschulen besonders ins Auge gefasst. Dieser Standpunkt erforderte vor Allem den geometrischen Charakter der Mechanik zu betonen. Obwohl dies in der ersten Auflage der Fall war, wo mit der Geometrie der Bewegung begonnen worden war; so tritt dieses Princip in der nunmehr umgearbeiteten Auflage noch mehr hervor, indem der erste Theil des ersten Bandes zunächst als „Geometrie der Streckensysteme“ das Fundament zur theoretischen Mechanik legt. Hierauf folgt die Geometrie der Massen, welche den Massenmittelpunkt und die Momente ersten Grades, die Bestimmung von Massenmittelpunkten, ferner die quadratischen Momente oder Trägheitsmomente und deren Bestimmung behandelt.

Der zweite Theil des ersten Bandes hat die Phoronomie oder Kinematik d. i. die Geometrie der Bewegung und Theorie der Bewegungszustände zum Gegenstand. Hier werden die Translations-, Rotations- und Schraubenbewegung eingehend untersucht, ferner die Aequivalenz der Bewegungen (Resultante und Componenten), die Geschwindigkeit, die Beschleunigungszustände der verschiedenen Ordnungen und die Probleme der gerad- und krummlinigen Bewegung.

Die Behandlung beider Theile erfolgt, ihrer Natur gemäss, nach geometrischen Methoden. Hierbei ist im Ganzen der synthetischen Methode mehr Raum als der analytischen gegeben. Letztere ist jedoch nicht ausgeschlossen, da der Herr Verfasser mit Recht der Ansicht ist, dass beide Methoden vereint in einem Elementarbuche am Platze sind, weil dadurch Schärfe und Klarheit erzielt werden.

Es versteht sich von selbst, dass die Art dieses Vorgehens auch im zweiten Bande festgehalten wird. Hier kommt der dritte Theil des ganzen Werkes zur Behandlung; seinen Inhalt bildet die Theorie der Kräfte und ihrer Aequivalenz, oder jener Lehrstoff, welcher ehedem der Dynamik und Statik zugewiesen war. Es werden erörtert die Kräfte und ihr Maass, die Aequivalenzen und statischen Probleme der Kräfte und Systeme der letzteren, die Analogie zwischen den Problemen des Gleichgewichtes und jenen der Bewegung, das Princip der virtuellen Geschwindigkeiten, das statische Gleichgewicht, die Sicherheit des Gleichgewichtes, die Theorie des Potentials und die Reduction des Widerstandes.

Der vierte Theil bringt die Theorie der durch Kräfte erzeugten Bewegung oder die Kinetik (Dynamik im neueren Sinne). Die Kinetik fasst das Problem der Kinematik (2. Theil) umgekehrt auf; während letztere von den Bewegungszuständen niederer Ordnung zu jenen höherer Ordnung aufsteigt, erfolgt bei der Kinetik das Gegentheil. Die Kinetik wird vielleicht einst entfallen können, wenn etwa in der fortschreitenden Mechanik die Hypothese von den Kräften sollte aufgegeben werden können. Vorläufig gestattet die Annahme von Kräften noch mannichfachen Nutzen. Der Herr Verfasser behält daher auch im hypothetischen Sinne den Ausdruck Momentankräfte bei als angenommene Ursachen von Geschwindigkeitszuständen. Nachdem im 2. Bande, Seite 6, § 4 der wahre Stand über die aus der modernen Mechanik verbannten Momentankräfte gegeben ist, so erscheint der Ausdruck Momentankraft nur tolerirt als die gedachte Ursache einer constanten Geschwindigkeit. Es werden in diesem Theile behandelt die Kinetik der Kräfte, die Probleme der freien und gezwungenen Bewegung, das Princip von d'Alembert, ferner jenes von Gauss, von Newton, Lagrange und Hamilton; ferner die Kinetik der Dynamen von Ball und einige Probleme der Oscillationslehre.

Die theoretische Mechanik Schells bietet eine tüchtige Grundlage für die physikalischen und technischen Studien; sie setzt einen propädeutischen Cursus aus der elementaren Mechanik und aus der höheren Mathematik voraus. Eine derartige Vorbereitung annehmend, führt sie systematisch und methodisch in die streng wissenschaftliche Mechanik ein und leitet den Studirenden consequent zu den Problemen der letzteren. Wo der Kreis für den Jünger der Wissenschaft aufhört und für den Fachmann anfängt, da ist durch Angabe der Quellen und Literatur für den Weiterstrebenden gesorgt.

Eine Vergleichung der zweiten mit der ersten Auflage zeigt, dass jene gänzlich und gründlich umgearbeitet und so vermehrt worden ist, dass trotz der gedrängteren Darstellung die jetzige Auflage beträchtlich an Seitenzahl gewachsen ist. Dieses Anwachsen des Volumens hat zur Spaltung des Werkes in zwei Bände geführt. Die noch consequentere Voranstellung und Betonung der Geometrie in dieser umgearbeiteten Auflage wurde bereits besprochen. Die Architektonik der zweiten Auflage ist eine von jener der ersten ganz verschiedene; wir haben dieselbe schon oben angedeutet. Der reiche Inhalt dieses Buches und die vorzügliche, strenge Lehrmethode desselben empfehlen das Buch um so besser, als auch schon die erste Auflage in jenen wichtigen Punkten sich auszeichnete. P.

BEETZ, Dr. W. v. (ord. Professor an der königl. technischen Hochschule zu München), Grundzüge der Elektricitätslehre, zehn Vorlesungen, gehalten vor den Mitgliedern des ärztlichen Vereins in München. Stuttgart, Meyer & Zellers Verlag. 1878. ℳ 3,60.

Dass vorgenanntes Buch vielen Lesern dieser Zeitschrift längst bekannt ist und diese Anzeige „post festum" kommt, soll uns nicht abhalten, über dasselbe einige Worte zu sagen. Warum soll man nicht auch ältere Bücher besprechen? Es ist ein schätzbares Lehrmittel für diejenigen Lehrer der Physik, welche mit Vorliebe dem genannten physikalischen Capitel sich zugewendet haben und ihren Vorträgen oder Lehrstunden nach Art der Tyndallschen Vorlesungen einen aufmunternden Reiz für die Schüler verleihen wollen. Freilich ist das bei der Elektricitätslehre am wenigsten nöthig, da diese ohnehin mehr experimentell-demonstrirender (inductiver) als mathematischer (deductiver) Natur ist, und dieses Capitel ohne Experimente vorzutragen mittelalterliche Methodik bekunden würde*). Seiner ursprünglichen Bestimmung gemäss ist das Buch populär (elementar) gehalten und bietet im Gegensatze zu ähnlichen Schriften oder auch zu den gleichnamigen Capiteln der physikalischen Lehrbücher manches Eigenthümliche, „da viele Versuche von der üblichen Form ab-

*) Diese giebt es aber auch noch. Man findet, wenn auch selten, noch Lehrer, welche die Physik mit Kreide an der Wandtafel oder nach der Figur im Lehrbuche lehren oder — lehren müssen, weil (besonders in Privatschulen) die Schulvorsteher das verlangen und die Schulbehörden sich nicht darum bekümmern. Armer Lehrer! Der Tadler hat freilich gut reden. Wenn ein Lehrer der Physik — und Referent spricht bei seiner vielseitigen Lehrthätigkeit aus Erfahrung — in die jammervolle Lage kommt, Alles und Jedes beim Experimentiren entbehren zu müssen, wenn die wenigen Apparate, die ihm noch zu Gebote stehen, wie der vulgäre Ausdruck lautet, „nicht gehen", dann halte der „Gottseibeiuns" die Physikstunde selbst, und es ist besser, Jupiter schlägt, um ein grosses physikalisches Experiment zu machen, mit seinem Donnerkeile in Schule und Vorsteher zugleich.

weichen". Deshalb dürfte es der Physiklehrer beim didaktischen Studium dieses Capitels mit Vortheil studiren, zumal da der Verfasser sich die Aufgabe gestellt hat, nur „das Wichtigste aus der Elektricitätslehre in seinem natürlichen Zusammenhange darzustellen und alles Gegebene durchaus aus den vorgezeigten Experimenten herzuleiten". Was Anderes auch soll denn der Schulunterricht? Rein experimentell! Das ist für die Schule in diesem Capitel die Losung. Es ist nun freilich recht leicht, mit den Apparaten eines wohlausgestatteten physikalischen Hochschulcabinets, unterstützt von Assistent (Famulus), Mechanikus und Schuldiener längst erprobte oder auch neue Experimente vor einem gebildeten und rücksichtsvollen Publikum anzustellen. Welche Augen würde aber ein Herr von der Hochschule machen, wenn er plötzlich in eine Schule — etwa eine Hamburgische Privatschule — versetzt würde, wo er theils keine, theils einige wenige schlechte Apparate aus einer „Mechaniker-Trödelbude"*) zur Verfügung hätte, wenn er mutterseelenallein, ohne Gehülfen, ja sogar ohne Experimentirtisch, ohne Stative, ohne Gas und dergleichen sich behelfen müsste! Da würde sichs zeigen, ob der Herr, selbst wenn er durch eine Physikschule gegangen wäre, wie sie die preussische Verordnung (VIII, 186) verlangt, aber leider vermisst, seine ganze Geschicklichkeit zusammenraffend, „mit der Säge bohren oder mit dem Bohrer würde sägen" können, oder nach Crügers Vorschule der Physik aus Nadeln, Korken, Glasstäben und Fäden die nöthigen Apparate zu improvisiren verstände! Hat er nun vollends nicht ein „rücksichtsvolles Publikum" vor sich, vielmehr ein verwöhntes — um nicht zu sagen verwildertes, — höchst ungezogenes Schülermaterial, das schon schadenfroh lacht, wenn dem Lehrer nur die Kreide aus der Hand fällt — wie viel mehr, wenn ihm ein Versuch misslingt! — dann muss er seine ganze Energie und Geistesgegenwart zusammenraffen, um nur die Ruhe der Classe zu erhalten und um Eclat zu vermeiden. An einen wissenschaftlichen Erfolg ist unter solchen Umständen nicht zu denken.

Und warum dies hier? Weil das Buch für solche Schulen nicht ist, vielmehr schon einen höheren Standpunkt einnimmt und ein gutgeartetes Schülermaterial voraussetzt. Wo man weder Condensator, noch Zambonische Säule hat, da wird man nicht wie hier (3. Vortrag, S. 22 u. f.) verfahren können. Aber an einer mit physikalischen Lehrmitteln wohlausgestatteten Schule lässt sich Vieles daraus direct verwerthen. Dem Lehrer ist es jedenfalls zu empfehlen. Dass diese Vorträge in erster Reihe für Mediciner zugeschnitten und vor Aerzten gehalten worden sind, kann den Lehrer der Physik nicht stören, sondern mag ihm nur lieb sein, weil dadurch sein Blick erweitert wird. H.

*) Dieser Ausdruck entstammt dem Munde eines Hamburger besseren Mechanikus.

STÖCKHARDT, Dr. J. A., Die Schule der Chemie etc. Neunzehnte verb. Aufl. Braunschweig, Vieweg & S. 1881. Pr. ?

Dieses von unserem Mitarbeiter bereits X, 451 u. f. besprochene (sehr bekannte) Buch erscheint hier in einer neuen Ueberarbeitung, welche in dem „Bestreben einen allmähligen Uebergang von der bisherigen Theorie zu den modernen Anschauungen der chemischen Thatsachen anzubahnen“ einen weiteren Schritt vorwärts erkennen lässt. Der Hr. Verfasser scheint also der conservativen Meinung zu sein, man müsse „nur immer langsam voran“ gehen und erst allmählig den Schüler in die neue Anschauungsweise einführen, was sich auch daraus ergiebt, dass er (in der Vorrede) vom Leser erwartet, er werde sich durch die zahlreichen mitgetheilten Molekular- und Constitutions-Formeln angeregt fühlen, „auch die andern ältern Formeln dieses Werks in neue zu übertragen“. Was von diesem allmähligen Vorgehen zu halten ist, das hat der geehrte Referent der 18. Aufl. in ds. Z. X, 453 sehr treffend charakterisirt; darauf brauchen wir nur zu verweisen, da, wie sich aus dem gemeinsamen Vorwort der 18. und 19. Aufl. ergiebt, diese Auflagen nur wenig von einander sich unterscheiden dürften; wenigstens ist keine der von unserem Referenten (X, 453—454) angeführten bedenklichen Stellen geändert. H.

WALLACH, O., Tabellen zur chemischen Analyse. 1. Theil. Verhalten der Elemente und ihrer Verbindungen. 2. Theil. Methoden zur Auffindung und Trennung der Elemente. Bonn, Ed. Webers Verlag. 1880. Pr. 4 ℳ

Um meine persönliche Ansicht über den Werth dieser Tabellen gleich im Voraus bekannt zu geben, so glaube ich, dass dieselben den Willschen Tafeln erfolgreich die Concurrenz bieten können — und diese sind doch bislang unter dergleichen analytischen Werken immer in erster Linie gestanden. Ich möchte in mancher Hinsicht sogar der Wallachschen Arbeit, besonders im zweiten Theile, den Vorrang einräumen, weil sie durch Berücksichtigung nicht einer, sondern der verschiedensten analytischen Methoden sich das Verdienst zueignen darf: „dass sie dem Lernenden nicht ein mechanisches Schema für die Ausführung der Analysen, sondern eine Anleitung zum Verständniss der analytischen Methoden an die Hand geben will“. Diesem Streben mag denn auch der erste, mehr theoretische Theil seine Entstehung verdanken — denn ohne Kenntniss der Eigenschaften der Körper ist ein Aufsuchen der Elemente zwar in einfachen Fällen möglich, wenn man sclavisch sich an eine gute Methode hält — aber das praktische Leben bietet eben häufig verwickelte und complicirte Verhältnisse — und in solchen Fällen wird Jeder irre, der sich nicht geübt hat, bis in die kleinsten Details sich von jeder Reaction Rechenschaft zu geben

— diese erfordern einen Chemiker, der mit Bewusstsein arbeitet: der nicht an eine Schablone gebunden ist. Derselbe Gedanke hat wohl auch Will seinerzeit gezwungen, seinen Leitfaden zu schreiben; derselbe ist aber, selbst wenn ich nur dessen beschreibenden qualitativen Theil ins Auge fasse, bedeutend umfangreicher als Wallachs „Verhalten der Elemente und ihrer Verbindungen" — und dennoch ist in der viel compendiöseren Arbeit des letzteren im grossen Ganzen dasselbe enthalten, nur ist zur Vermeidung von störenden Wiederholungen diejenige Methode gewählt, welche wohl am anschaulichsten wirkt beim Studium der Chemie: die rubricirende Form. Ich wenigstens wage hier ganz offen das Geständniss, dass mich selber einst eine solche Zusammenstellung des Verwandten durch tabellarische Skizzen am raschesten im Studium der Chemie gefördert hat.

Wenn ich nun im folgenden trotz der vollsten Anerkennung, die ich eben den Wallachschen Tabellen gezollt habe, mich daran mache, einige kritische Bemerkungen beizufügen, so geschieht es nur aus lebendigem Interesse an der Förderung einer Arbeit, die ich selbst denjenigen Collegen zum Studium empfehle, die ihr analytisches Examen schon hinter sich haben.

In der ersten Gruppe der Alkalien hatte ich bei den allgemeinen Angaben betreffs des Lithiums die Angabe „wenig verbreitet" nicht erwartet, da, soweit ich als einfacher Reallehrer die chemisch-analytische Literatur überblicke, festgestellt ist, dass dasselbe zwar nirgends in grossen Mengen auftritt, aber trotzdem ein sehr häufiges Vorkommen zeigt. — Unter den Reactionen der Alkalien möchte ich ferner, als für Kalium wichtig, die Ueberchlorsäure wenigstens in einer Anmerkung erwähnt wissen, zumal da diese Säure sogar zur quantitativen Bestimmung des Kaliums vorgeschlagen worden ist. — In der zweiten Gruppe der alkalischen Erden verstehe ich nicht, warum, wenn bei Barytsalzen die Lösung „concentrirt" sein muss, um mit KOH einen Niederschlag zu geben, die Lösung der Strontiumsalze „sehr concentrirt" sein soll, um dasselbe zu erreichen. Das Strontiumoxydhydrat ist doch schwerer löslich als Barythydrat, und deshalb vermuthe ich hier eine Verwechslung, oder möchte zum mindesten bei Strontium das Wörtchen „sehr" gestrichen haben. — Bei Blei vermisse ich für den Niederschlag mit Kaliumsulfat die Angabe des basisch weinsauren Ammoniaks als Lösungsmittel, da die Eigenschaft desselben doch im praktischen Theile zur Trennung Verwendung findet. — In Gruppe VII findet sich der so vielfach auch in Lehrbüchern falsch angegebene Schmelzpunkt des Broms zu — 20 bis 25° C. Soviel ich weiss, rührt diese Notiz von Liebig her; doch steht fest, dass reines Brom bei — 7,5° C. erstarrt. Wenn ich mich im Augenblicke nicht irre, so sind erst in neuester Zeit wieder hierüber Untersuchungen gemacht worden, die diese Differenzen auf-

klären und auf einen Wassergehalt des Broms zurückführen. — Bei Besprechung der Säuren des Schwefels hätte ich an des Verfassers Stelle, der doch auch sonst die seltenern Körper und Elemente aus der Reihe der wichtigen zur Erleichterung der Uebersicht ausgeschieden hat, die Di-, Tri- und Tetrathionsäure als Polythionsäuren zusammengefasst, da sonst auch die viel umstrittene Pentathionsäure und Schützenbergers Säure SO_2H_2 Anspruch auf Rücksichtnahme erheben.

Im zweiten Theile, der, wie schon gesagt, die verschiedensten Methoden zur Auffindung und Trennung der Elemente behandelt, möchte ich die wichtigen Vorprüfungen auf trocknem Wege etwas eingehender besprochen wissen; so sollte z. B. beim Erhitzen im offenen trocknen Reagensrohr nicht bloss auf „die meisten Salze der Alkalien, einige der alkalischen Erden", sondern auch auf Chlorsilber etc. verwiesen sein. Bei der Abtheilung: „Es sind unschmelzbar, die Erden, Kieselsäure, viele Silicate etc." wäre noch Raum genug übrig, um auch auf die Carbonate der alkalischen Erden Rücksicht zu nehmen und den Prüfenden aufmerksam zu machen, den geglühten Gegenstand auch in seiner Reaction zu beachten. — Bei der Trennung von Pb, Ag, Bi, Cu, Cd wird zum Nachweise des Wismuths die mit Salzsäure versetzte Flüssigkeit nach Ausscheidung des Silbers und Ammoniak behandelt, um den Niederschlag BiO_3H_3 zu erhalten. Zur Sicherung wird das Hydrat nochmals in wenig Salzsäure gelöst und mit Hülfe von wenig Wasser als basisches Wismuthchlorid identificirt. Ich möchte nun bei dieser Gelegenheit eine andere und dabei viel schärfere Methode empfehlen, deren guten Erfolg ich schon wiederholt erprobt habe. Die salzsaure Lösung wird nämlich mit Jodkaliumlösung versetzt, worauf selbst bei den geringsten Spuren von Wismuth eine orangegelbe Färbung auftritt. Es darf sogar Blei und Quecksilber vorhanden sein, ohne dass eine Täuschung unterlaufen kann, denn PbJ_2 löst sich in heissem Wasser farblos auf und HgJ_2 löst sich leicht im Ueberschuss von JK. Nothwendig ist dabei allerdings das schwache Vorwalten einer salzsauren Reaction.

Ich kann nun schliessen, wenn ich noch beim Nachweis des Kupfers besprochen habe, dass wohl das Ansäuern der mit NH_4OH neutralisirten Nitratlösung mit Essigsäure nur vergessen ist, da der rothbraune Niederschlag in derselben unlöslich, von einem unvermeidlichen Ueberschuss des Ammoniaks aber zerlegt wird.

Im Uebrigen wünsche ich den Tabellen von Herzen, dass sie meine analytisch thätigen Collegen mit ebenso viel Nutzen durchstudiren wie ich — ich habe manches Vergessene dabei in angenehmer Weise repetirt, und manch Neues noch dazu gelernt.

Memmingen. VOGEL.

Behrens, Dr. Wilhelm Julius. Methodisches Lehrbuch der allgemeinen Botanik für höhere Lehranstalten. Nach dem neuesten Standpunkte der Wissenschaft. Mit 4 analytischen Tafeln und zahlreichen Orginalabbildungen in 400 Figuren vom Verfasser nach der Natur auf Holz gezeichnet. Braunschweig, Schwetschke & Sohn (M. Bruhn). 1880. Preis?

Unter den zahllosen Lehr- und Schulbüchern, die die Botanik bereits aufzuweisen hat, möchten wir das vorliegende, nach dem neuesten Standpunkte der Wissenschaft bearbeitete, als das beste bezeichnen*), indem es sich von denselben nicht allein durch eine vorzügliche Methode, sondern auch durch knappe präcise Diction und durch geschickt und praktisch ausgewählten theilweise völlig neuen Stoff, sowie durch vorzügliche Abbildungen unterscheidet. Der Verfasser ist sich der Bildungskraft, welche der Botanik inne wohnt, wohl bewusst, sein Buch appellirt daher überall an den Verstand des Schülers und sucht das logische Denkvermögen wach zu rufen und auszubilden, während es denselben zugleich mit Lust und Liebe für diese Art geistiger Anstrengung erfüllt. Es lehrt denselben, von den einfachsten Thatsachen ausgehend, Stockwerk für Stockwerk des botanischen Wissens aufzubauen. Die beschreibende Botanik ist auf engeren Raum als gewöhnlich eingeschränkt; an ihre Stelle sind neue wichtige wissenschaftliche Disciplinen getreten, deren bildende Kraft von berufener Seite anerkannt wird. Die sehr zahlreichen, sehr passend gewählten, lebensfrischen Abbildungen sind mit wenig Ausnahmen neu, vom Verfasser eigens zu diesem Zwecke nach den Naturobjecten oder nach selbstgefertigten mikroskopischen Präparaten derselben so sorgfältig hergestellt worden, dass sie die Objecte mit portraitartiger Genauigkeit wiedergeben.

Der Inhalt gliedert sich in fünf Abschnitte über Morphologie (S. 3—75), Biologie (S. 76—143), Systematik (S. 144—220), Anatomie und Physiologie (S. 221—296) und die niederen Pflanzen (S. 297—327). Aus dem ersten Abschnitte greifen wir beispielsweise die Blattformen und die Blüthenstände heraus, von denen die ersteren fast in streng mathematischer Weise von drei Grundformen, Kreis, Ellipse, Oval abgeleitet werden. Bezeichnet man den Längsdurchmesser von der Spitze zur Basis mit ab, die Linie der grössten Blattbreite mit de und den Schnittpunkt mit c, so lassen sich diese Grundformen durch die allgemeinen Formeln: I. $ab = de$, $ac = bc$; II. $ab > de$, $ac = bc$; III. $ab > de$, $ac > cb$ (verkehrteifg.: $ab > de$, $ac < bc$) ausdrücken, während für bestimmte Pflanzen direct bestimmte Zahlenverhältnisse für diese Parameter angegeben werden können. Durch stumpf- resp. spitzwinklige Basalauschnitte lassen sich hieraus die nieren- und herzförmigen, durch Ansätze an der Spitze die zugespitzten, durch gleichzeitigen Basalansatz der lanzett-

*) Uebereinstimmend mit unserer Ansicht Heft 2, S. 146. D. Red.

lichen und durch Basalansätze an die Ausschnitte der nieren- und herzförmigen Blätter spiess- und pfeilförmige Blätter ableiten. [Bezeichnet man noch den Zuspitzungswinkel mit σ, den Winkel des Basalausschnittes mit β, so lassen sich z. B. die Blätter von Lamium album, L. maculatum, L. Galeobdolon, L. purpureum in ihrer Durchschnittsform etwa in folgender Weise bestimmen: 1) $ab : de = 1{,}2$ bis 1,8, $ac : bc = 2$, $\sigma = 30^0$—45^0, $\beta = 110^0$, Rand 1—2fach gesägt; 2) dieselben Grössen: 0,8; 1,5; 45—50^0; 150—180^0, 2—4fach gesägt; 3) 1; 1; 60—90^0, 180^0 (gesägt-) gekerbt; 4) 0,9; 1,1 — 1,2; 70^0—85^0, 125^0—165^0, gekerbt. Ref.] In ähnlicher Weise werden dann die getheilten und zusammengesetzten Formen definirt etc. Die Blüthenstände werden zunächst nach der Reihenfolge des Aufblühens (durch Pfeile angedeutet) und der Beschaffenheit der Axe (normale |, oder verkürzte ·) eingetheilt in traubige (↦|↤), doldige (↦·↤) und trugdoldige (↤|↦ oder ↤·), sie sind durch gute Beispiele illustrirt. Die hier und da eingestreuten biologischen Bemerkungen sind in diesem Theile besonders willkommen, sie sollen dem Lehrer eine Anregung zu weiteren ähnlichen Bemerkungen geben. — Im zweiten Abschnitte werden — zum erstenmale in einem Lehrbuche in solchem Umfange (auf 67 Seiten) — die wichtigsten Capitel der Biologie auf Grund der Arbeiten von Sprengel, Darwin, H. Müller, Hildebrand u. A. behandelt, nämlich die verschiedenen Mittel des Pollentransportes und die Verbreitungsmittel der Früchte und Samen. [Wir vermissen eine gleiche Behandlung der z. B. von Kerner erörterten Schutzmittel der Pflanzen gegen unberufene Gäste.] Die einzelnen Capitel dieses Abschnittes sind: die Befruchtung der Pflanzen, Uebertragung des Blüthenstaubes durch Wind, Wasser und Thiere, die Einrichtungen und Eigenschaften der Pflanzen zur Vermittelung der Thierbestäubung (Farbe, Geruch, Production von Insectennahrung, Beschaffenheit von Blüthenstaub und Narbe, Saftmal, Blüthenform etc.), die Einrichtungen welche die einzelnen Insectenordnungen für diesen Dienst befähigen, die Vögel als Bestäuber, Einrichtungen der Blumen zur Verhinderung der Selbstbestäubung (Diklinie, Dichogamie, Heterostylie, Gestalt und gegenseitige Stellung der Blüthentheile). Als Beispiele von Insectenblüthern werden besprochen: Salvia, Mimulus, Orchis, Ophrys, Platanthera, Cephalanthera, Aristolochia. Zuletzt kommen in diesem Abschnitt die Einrichtungen zum Transport der Samen und Früchte durch Wasser, Wind, Thiere und Eigenbewegungen. — Dem dritten Abschnitt geht als erster Theil die Diagrammatik, die Geometrie der Blüthe, voraus, wie auch den einzelnen Familien des speciellen Theiles und der analytischen Tabellen (anstatt der weniger übersichtlichen Blüthenformeln) gute Diagramme beigegeben sind. — Dass dann erst der Abschnitt über Anatomie und Physiologie nachfolgt, finden wir sehr praktisch und rationell, ebenso wie die Aufsparung der Sporophyten, deren Kenntniss bereits eine höhere botanische Bildung

voraussetzt, bis zuletzt. Trotz dieser Anordnung tritt die natürliche Entwickelung des Pflanzenreichs von den niederen bis zu den höchsten Pflanzen, die Zusammengehörigkeit der niedersten und der höchsten Formen genügend — auch in dem letzten Abschnitt (Vergleich der Entwickelung der Sporo- und Spermotophyten) — hervor. Ein kurzes Capitel über Pflanzengeographie und -Paläontologie nach dem neuen Stande der Wissenschaft würde dieselbe freilich noch besser vor Augen geführt haben.

Möge sich das vorzügliche Buch recht viele Freunde erwerben, möge es dazu beitragen, dass auch der Schulunterricht in der Botanik mehr und mehr einen echt wissenschaftlichen Inhalt bekommt.

Greiz. Dr. F. Ludwig.

I. Guthe, Dr. H. (weil. Prof. der Erdkunde a. d. polytechnischen Hochschule zu München), Lehrbuch der Geographie. Vierte Auflage, wesentlich umgearbeitet von Dr. H. Wagner (o. ö. Professor an der Universität zu Königsberg, jetzt in Göttingen). Hannover, Hahnsche Buchhandlung 1879. gr. 8. XXXIII u. 973 S. Pr. 7,50 M.

II. Hieraus: Erweiterter Abdruck der drei ersten Bücher unter dem Titel: Abriss der allgemeinen Erdkunde. Von Dr. H. Wagner. Ebenda 1880. 8. X u. 162 S. Preis ?

I. Wenn schon an und für sich gut angelegte Bücher nach dem Tode ihrer Verfasser das Glück haben von kundiger Hand weiter geführt und gepflegt zu werden, dann darf man wohl erwarten, dass aus ihnen etwas Vortreffliches sich entwickeln werde. Solch ein Werk liegt hier vor uns und es muss insbesondere die Lehrer der Geographie mit hoher Freude erfüllen, endlich ein (verhältnissmässig billiges) Buch zu besitzen, welches im Hinblick auf die hochangeschwollene Masse des geographischen Lehrstoffs auf verhältnissmässig engem Raume dem Lehrer das bietet, was er, nicht etwa für seinen Unterrichtsstoff — denn dazu wäre bei dem der Geographie in h. Schulen zugemessenen Raume des Gebotenen zu viel — sondern vielmehr für sein eigenes Studium, für seine Aus- oder auch Fortbildung bedarf. Das vorliegende Lehrbuch enthält neben dem für die Schule Nothwendigen auch so zu sagen den Ueberschuss an geographischem Wissen des Lehrers oder den Reservefond desselben. Es braucht wohl kaum bemerkt zu werden, dass die wissenschaftliche Methode, mit der es bearbeitet ist, bei dem Rufe des verstorbenen Verfassers als Anhängers der Ritterschen Schule und bei der Tüchtigkeit des Bearbeiters jenen wissenschaftlichen Geist athmet, der die Geographie erst zu dem macht, was sie eigentlich ist, zu einer innigen Verschmelzung aller hierbei in Frage kommenden Factoren wie: Astronomie, Physik und Meteorologie, Geologie und Geognosie, Geschichte, Etnographie, Nationalökonomie und Statistik — und zwar in richtigem Mischungsverhältnisse dieser Bestandtheile sowie in logisch-ursächlichem Zusammenhange derselben.

Obgleich das vorstehende Werk in dieser Zeitschrift noch nicht besprochen wurde, so dürfen wir doch Tendenz und Eigenschaften desselben in seinen drei ersten Auflagen als bekannt voraussetzen und können uns also auf die Besprechung der Umgestaltung desselben durch den Bearbeiter dieser vierten Auflage beschränken.

Ursprünglich bestimmt zu einem Lehrbuche für höhere Schulen, aber auch dazu schon zu umfangreich, hatte es sich schon unter Guthes Händen allmählig zu einem Werke umgestaltet, dessen Bestimmung war, junge Männer (Seminaristen, Studenten, Lehramtscandidaten, angehende Lehrer der Geographie) in das Studium der Erdkunde einzuführen oder ihnen ein Wegweiser für ihren Unterricht zu sein. Dieser Zweck darf durch die Neubearbeitung als glücklich erreicht betrachtet werden. Der Herausgeber fasst aber den Zweck eines Lehrbuchs der Geographie in die Worte (Vorrede S. IX): „Es muss seinen Stolz darein setzen ein wirklicher Commentar zu den Karten zu sein und dem Leser die Betrachtung der Karte, die Auffassung der Formen nach jeder Weise zu erleichtern, genau wie wir von einem Lehrbuche der Zoologie oder Botanik erwarten, dass es die Formen des Thier- und Pflanzenreichs so präcis als möglich nach unterscheidenden Merkmalen bestimmt.“

Demgemäss hat der Bearbeiter der Darstellung der Erdtheile und Länder nach ihren einzelnen physischen und historischen Merkmalen oder mit anderen Worten der Kenntniss der realen Beschaffenheit der Erdoberfläche seine Hauptsorgfalt gewidmet. Daher nimmt auch dieser Abschnitt, welcher den Fundamentalpunkt der Erdkunde ausmacht, den grössten Raum ein (S. 124—962)*). Hierzu gehört aber — und darin zeigt sich der tiefgreifende Unterschied der Geographie von den anderen Naturwissenschaften —, dass man bei der Unmöglichkeit einer unmittelbaren Anschauung der Gesammtoberfläche der Erde ein möglichst getreues Bild derselben als Ersatz beschaffe. Dieses Bild aber ist die Karte. In der Treue dieses nothwendigen Bildes und in der Uebereinstimmung des zugehörigen Commentars mit diesem Bilde d. i. des geographischen Lehrbuchs liegt aber die Hauptschwierigkeit und die Hauptkunst des geographischen Unterrichts. Hier nun müssen wir unsere von der leider gangbaren abweichende, Ansicht aussprechen. Der Physiker, der Mathematiker, der Botaniker, Zoolog, Mineralog, Geolog, der Chemiker — sie alle geben ihr eigenes Bild dem Texte bei — noch ganz abgesehen von dem

*) Die übersichtliche Eintheilung des vorliegenden Werkes geschieht nach „Büchern“, welche wieder in Capitel zerfallen: I. Buch Mathematische Geographie. II. Buch Physische Geographie (Festland, Wasserwelt, Luftkreis, Pflanzen-, Thier-, Menschen-Welt). III. Buch Allgemeiner Theil der historischen Geographie. IV. Buch Australien und Polynesien. V. Buch Amerika. VI. Buch Afrika. VII. Buch Asien. VIII. Buch Europa. Anhang: Tabellen und Register.

für die unmittelbare Anschauung meist nicht schwer zu erlangenden Objecte; der Geograph dagegen bedient sich einer fremden Bildersammlung, „Atlas“ genannt, und wie oft stimmen da Wort und Bild nicht überein!

Referent muss es daher als eine Abnormität (um nicht zu sagen Verkehrtheit) bezeichnen, dass die Autoren unserer Geographielehrbücher es verschmähen ihre eigenen Bilder zu geben, dass sie vielmehr an fremde Bilder sich anlehnen. Es ist das z. Th. ein alter Brauch, um nicht zu sagen „Schlendrian“. Nur E. v. Seidlitz weicht davon ab und hat seinem Buche wenigstens Skizzen beigegeben. Ist es doch längst allgemeine und von jedem geschickten Geographielehrer befolgte didaktische Regel, das Bild des Landes an der Wandtafel zeichnend entstehen zu lassen, aber wie wenig wirklich „geschickte“ Geographielehrer mag es wohl geben, besonders dort, wo dieser Unterrichtszweig in der Hand von Theologen, Philologen und unreifen Volksschullehrern ist! *)

Wir wissen recht wohl, was sich gegen unsere Ansicht einwenden lässt, und sind überzeugt, dass dieses Verlangen Vielen als schwer (oder nicht) erfüllbar erscheinen wird. Schon der Umstand, dass die meisten Lehrer der Geographie von der Kunst des geographischen Zeichnens keine Idee haben und im besten Falle Autodidakten sind**) — wo solten sie es auch lernen? — noch mehr aber der andere, dass die Herstellung richtiger, instructiver und zugleich schöner Schulkarten (Atlanten) eine Kunst ist, welche nur durch glückliche Vereinigung eines stets auf dem Laufenden bleibenden und der Didaktik nicht fremden Geographen und eines mit allen Mitteln ausgestatteten Kunstinstituts gelingt, erschweren oder vereiteln die Erfüllung dieser Forderung. Aber der Autor eines geographischen Lehrbuches wenigstens sollte sich in der Kunst des Kartenzeichnens so tüchtig gemacht haben, dass er seinem Werke correcte Skizzen und wo möglich auch eine didaktische Anweisung zum Kartenzeichnen beizugeben vermöchte. Kann er das nicht, dann soll er zum mindesten in seiner „Anleitung zum Kartenlesen“ immer das Gediegenste citiren. Bei den meisten geographischen Lehr- und Handbüchern ist hiervon keine Spur. Und doch ist bei jedem geo-

---

*) Wir haben hierin traurige Erfahrungen gemacht. Kann es wohl eine grössere didaktische Dummheit geben, als wenn im geographischen Unterrichte der Lehrer den Schülern vornehm aufgiebt: „zeichnet mir für das nächste Mal die Karte von X“! ohne ihnen auch nur die mindeste Anleitung hierzu zu geben? Zeichnete aber ein Schüler mit vieler Mühe eine solche Karte, so wurde sie nicht einmal corrigirt und zurückgegeben, sie verschwand wahrscheinlich im Papierkorbe des Lehrers, um später in den Ofen zu wandern. Ob dieser Zustand durch die „geographischen Lehrstühle“ sich ändern wird?

**) Vergl. des Bearbeiters (H. Wagners) Recension von Wenz, Theorie des Kartenzeichnens d. Z. IV, 156, und von Winkler, Methodik des geogr. Unterrichts IV, 237.

graphischen Schul- und Privat-Unterrichte die Frage nach der besten Wandkarte resp. dem besten Atlas eine brennende und wird immer aufs Neue aufgeworfen, und unser Verfasser kommt selbst in die peinliche Lage, an seinem Vorgänger Guthe, welcher der neueren Kartographie fern gestanden habe, Kritik üben zu müssen. Denn nicht Sydow, den Guthe empfohlen habe, stehe noch auf der Höhe der Wissenschaft, vielmehr, nähmen jetzt — wenigstens in vielen Partieen — die Neustiche des Stielerschen Schul- und Hand-Atlas die erste Stelle ein.

Aber der Bearbeiter des vorliegenden Lehrbuches thut hierin selbst zu wenig und bleibt hinter den Erwartungen, die man nach der Vorrede an das Buch stellen darf, weit zurück. Denn wenn seiner eigenen Forderung nach (siehe oben!) ein Lehrbuch der Geographie „seinen Stolz darein setzen soll, ein wirklicher Commentar zu den Karten zu sein", so muss es doch, so lange es nicht eigene Bilder giebt, wenigstens als Handbuch für „Studirende" und „Lehrer", die fremden Karten, an die es sich hält, einer Kritik unterwerfen; es muss, um den Lernenden vor Irrthümern zu bewahren, Mängel und offenbare Fehler dieser Karten im Ganzen und im Einzelnen angeben und Besseres an ihre Stelle setzen, aber auch Vorzüge nicht verschweigen — sonst ist das Lehrbuch eben kein „Commentar", am wenigsten einer auf den man „stolz" sein darf. Um für unsere Behauptung wenigstens einen Beleg zu bringen, wählen wir als Beispiel „Cap. III. Italien. S. 447". — Es enthält — und das gilt meist für alle hier behandelten Länder — folgende Stoffeintheilung:

§. 88. Lage, Grenzen, Grösse, horizontale Gliederung (Küsten) und Inseln.
§. 89. Verticale Gliederung und Bewässerung.
§. 90. Bevölkerungsverhältnisse.
§. 91. Politische Geographie.

Aber vergebens sucht man in §. 88, geringe Andeutungen abgerechnet, eine genaue Beschreibung der Gestalt dieses Landes oder wenigstens des geometrischen Gerippes*) und eine Anweisung zum Zeichnen desselben, was gerade bei diesem Lande nicht leicht ist. Vergebens auch sucht man nach einem Hinweis auf eine schöne und correcte Karte des betr. Landes und auf eine sichtende Kritik der gleichnamigen Karten der gangbaren Schulatlanten (Sydow, Stieler, Wettstein u. a.). In §. 89 aber erwartet man ein Durchschnittsprofil. Auch dieses fehlt. Kurz: die construirende (graphische) Methode kommt fast gar nicht zur Geltung. Referent bedauert das, weil dadurch das Werk, nach seiner didaktischen Seite hin, eines Vorzugs vor anderen ähnlichen Büchern verlustig geht und er wünscht,

*) Vergl. in Sydow's Gradnetzatlas das Musterblatt für die „britischen Inseln" und Langensiepen, praktische Anleitung zum Kartenzeichnen in dieser Zeitschrift I, 361 u. f.

der Herr Verfasser möge bei einer event. neuen Auflage sein Augenmerk gerade auf diese Seite seines Buches richten.

Hinsichtlich der politischen Geographie begründet der Verfasser seine von Guthe abweichende Ansicht, indem er behauptet: „die politische Geographie ist einfach ein Glied der historischen“; daher identificirt er sie nicht mit „Staatenkunde“, welche seiner Ansicht nach zur Nationalökonomie gehöre; denn bei der Staatenkunde gehe man von der Idee des Staatszweckes aus und da trete die Organisation des Staats in den Mittelpunkt der Betrachtung; aber Verfassungsverhältnisse, Finanzeinrichtungen, Heeresorganisation, Zolltarife stünden doch mit dem Boden des Landes in kaum entfernter Beziehung. Referent ist hierin anderer Meinung. Der Verf. scheint ihm nämlich den Begriff der politischen Geographie überhaupt zu eng zu fassen. Ist denn die Beziehung obiger Verhältnisse zum Boden des Landes wirklich so sehr „entfernt“? Z. B. die Finanz- (Zoll- und Steuer-) Verhältnisse zu einem ertragsfähigen oder ertragsunfähigen Boden (Frankreich, Lappland)? Die Verkehrswege zu Gebirgen, Ebenen oder Gewässern? Heeresorganisationen zu gebirgigem Terrain (Schweiz)? Die politische Geographie hat eben auch ihre nationalökonomische Seite.

Die statistischen Zahlenangaben sind stark abgerundet gegeben, in übersichtlicher Anordnung, durch Hinzufügung kleiner kategorienweiser Tabellen mit steter Hinzuziehung von Vergleichszahlen. Im statistischen Theile haben wir ungern vermisst eine übersichtliche Tabelle der Staatsschulden, welche auch zum nationalökonomischen Theile der politischen Geographie gehören*); nicht minder ungern vermissten wir eine Uebersicht der Verkehrswege (wichtigsten Eisenbahnrouten, Seefahrtsrouten, Canäle). Man s. ds. Zeitschr. XI_5, 388 und XI_6, 475 Anm.

Auch die Maassangaben haben Modificationen erfahren. Die geographischen Längen sind (meist) doppelt gegeben nach Greenwich und nach Ferro, da voraussichtlich der Anfangs- (Null-) Meridian von Greenwich sich immermehr auf unseren Karten einbürgern werde(?). Höhen und Tiefen der Gewässer (des Meeres insbes.) sind in Metern und nicht in englischem Fussmaasse angegeben, da das Metermaass in der Geographie „reissende Fortschritte“ mache und den Lehrern besonders in Fleisch und Blut übergehen solle. Selbstverständlich ist von den Thermometerscalen die hundert-

---

*) Eine solche Tabelle hätte auch einen ethischen Grund und Werth. Denn in der jährlich wachsenden Schuldenmasse der meisten Staaten, zum Theil hervorgerufen durch den heillosen Zustand des bis an die Zähne „Gerüstetseins zum Losschlagen“ und in der damit verbundenen beklagenswerthen Verschwendung des Volksvermögens liege doch — so meinen die Bestgesinnten — eine Demoralisation ohne Gleichen, gegen die schon in der Schule eine Warnungstafel ausgehängt werden müsse, und das könne am besten im Geschichts- oder Geographie-Unterricht geschehen.

theilige, die ja auch in der Physik jetzt zur Herrschaft gelangt ist, angewendet.

Die Umgestaltung politischer Verhältnisse hat, wie sie immer auf geographische Lehrbücher von Einfluss ist, so auch auf das vorliegende störend eingewirkt. Die Zersetzung der europäischen Türkei und die folgerichtige Vergrösserung und Neubildung von Staaten musste in einem Nachtrage (zu § 87 „Politische Geographie der Balkanhalbinsel" S. 950—962) gegeben werden.

Unter den sonstigen Anhängen dürften besonders die „Tabellen zur Geschichte der Geographie" ein gefühltes Bedürfniss befriedigen. Ueber die Aussprache und Betonung der fremden Namen — einem wunden Punkte in unserm geographischen Unterrichte — orientiren besondere Tabellen am Anfange der einzelnen Capitel, deren Uebersicht man im Inhaltsverzeichniss findet, sowie auch dort die Zusammenstellung der im Buche zerstreuten Vergleichstabellen zu finden ist. Den Schluss bildet ein ziemlich ausführliches alphabetisches Register (S. 975—1026) und vier Seiten (1027—1030) Druckfehler, Berichtigungen und Ergänzungen; unter den letzteren suchten wir z. B. den in neuerer Zeit so oft genannten und im Register fehlenden Ort Dulcigno vergeblich.

Die Schwierigkeiten bei der Abfassung eines geographischen Handbuches sind bekannt genug. Denn während der Autor jedes andern naturwissenschaftlichen Werkes entweder durch Autopsie oder durch systematische Versuche eine gewisse Sicherheit und Selbständigkeit sich erringen kann, so ist dagegen der Geograph der Natur der Sache nach zumeist auf Beobachtung, Beschreibung und Schilderung Anderer angewiesen, er ist so zu sagen nur der Uebersetzer oder Commentator der Forschungsreisenden oder der Bewohner anderer Erdstellen; mit anderen Worten: er schöpft aus zweiter Quelle. Daher können hier auch Irrthümer weit eher unterlaufen; finden wir doch schon in Lehrbüchern über kleine Länderstrecken nicht selten auffallende Unrichtigkeiten, von denen der Autor sich leicht durch Autopsie oder Nachfrage hätte überzeugen können*) — wie viel mehr ist er dem Irrthume bei grösseren und entfernteren Länderstrecken ausgesetzt. Der Beurtheiler eines geographischen Werkes oder auch der Lernende ist daher genöthigt, seiner Vorlage gegenüber einen gewissen Misstrauens- oder Vorsichts-Standpunkt einzunehmen. Dass diese Vorsicht bei dem vorliegenden Werke schon in geringerem Maasse nöthig sein wird, das dürfen wir bei der Tüchtigkeit des Bearbeiters getrost annehmen.

II. Dass der Herr Verfasser fort und fort an der Verbesserung und Erweiterung des Guthe'schen Lehrbuches arbeitet, das beweist er

*) Einen solchen eclatanten Fall s. man i. d. Ztschr. VI, 411 Anm. und überhaupt Aehnliches dort in der Recension von v. Seidlitz's Geographie.

auch durch die Neugestaltung des allgemeinen Theiles der ersten drei Bücher, in dem oben sub II. bezeichneten Werke. Die Veranlassung zu dieser erweiterten Sonderausgabe des allgemeinen Theiles von Guthes Geographie (I.—III. Buch, S. 1—124) waren mannichfache dem Verfasser aus Lehrerkreisen zugekommene Wünsche und Aufforderungen. Der Verfasser hat denselben nur ungern jetzt schon entsprochen, da ihn verschiedene äussere Umstände an einer tiefergreifenden Verbesserung hinderten. Dennoch zeigt schon das räumliche Wachsthum dieses Abschnitts (160 S. gegen 124) die Grösse der Erweiterung. Buch I. (mathematische Geographie) erhielt drei neue Paragraphen: Orientirung auf der Erdoberfläche (§ 3 Länge, Breite u. s. w.), die Gradmessungen (§ 4), das Gradnetz und die Kartenprojectionen (§ 5). — Im Buch II. sind die sechs Capitel geblieben (Festland, Wasserwelt, Luftkreis [richtiger Lufthülle!], Pflanzen-, Thier-, Menschen-Welt), aber zwei neue Paragraphen sind hinzugekommen: Terrainzeichnung auf Karten (§ 12), das Klima im allgemeinen (§ 25, früher an § 20 angeschlossen). Aber gerade den erstern (§ 12) wünschten wir ausführlicher behandelt. — In Buch III. (allgemeiner Theil der historischen Geographie) ist § 39 Staatenkunde und geographische Statistik hinzugekommen. — Ueberdies sind kleinere Ergänzungen und strengere Fassung einzelner Partieen vorgenommen worden. Verf. giebt die diesbezüglichen Paragraphen im Vorwort an, macht auf die literarischen Zugaben in den Noten aufmerksam und empfiehlt warm die in vervollkommneter Auflage erschienene „Allgemeine Erdkunde von Hann-Hochstetter-Pokorny", deren zwei erste Hauptabschnitte er als eine „wesentliche Ergänzung seines Abrisses" bezeichnet. H.

Proctor, Richard A., Unser Standpunkt im Weltall (Our place among infinities). Autorisirte deutsche Ausgabe, herausgegeben und mit Anmerkungen versehen von Dr. Wilh. Schur (Assistent an der k. Universitätssternwarte zu Strassburg). Heilbronn. Gebr. Henninger. 1877. VIII u. 219 S. 8. 4 ℳ

In den vorliegenden (zwölf) Aufsätzen sucht der Verfasser die Stellung zu charakterisiren, welche der Mensch in der Natur einnimmt. Man kann als Tendenz derselben das Streben bezeichnen, die Idee in weiteren Kreisen zu verbreiten, dass der Mensch trotz seiner hohen geistigen Begabung nicht der Mittelpunkt, nicht das Endziel des Alls sei, dass er vielmehr in dem unendlichen Raume und in der unendlichen Zeit nur eine der Erscheinungsformen darstelle. In einer den Engländern eigenthümlichen, schlichten — für uns Deutsche vielleicht weniger schwungvollen — Darstellung werden aus den durch die Naturforschung festgestellten Thatsachen Schlüsse gezogen, die natürlich nicht immer als erwiesen, sondern meist nur als wahrscheinlich, mitunter nur als möglich angesehen werden

wollen. Da sie trotz des weitesten Spielraums, den sie der Phantasie gestatten, immer auf realem Boden zu bleiben suchen, so bilden sie eine höchst anziehende, ja erhebende Lectüre, wenn man auch, wie natürlich, nicht immer in Allem und Jedem mit den Auseinandersetzungen einverstanden sein wird.

Der erste Aufsatz, auf den wir etwas näher eingehen wollen, um hierdurch das ganze Werk zu charakterisiren, bespricht: „Vergangenheit und Zukunft unserer Erde". Der Verfasser erklärt gleich Anfangs, dass dieser Gegenstand von Vielen mit religiösen Fragen in Verbindung gebracht werde, dass er ihn aber von dieser Seite nicht betrachte. „Es scheint uns unmöglich zu sein, durch die Naturwissenschaft eine klare Vorstellung von den Wegen und Eigenschaften der Gottheit und selbst von der Existenz eines allmächtigen persönlichen Gottes zu gewinnen. Die Naturwissenschaft beschäftigt sich mit dem Endlichen, wenn sie auch unsere Gedanken auf das Unendliche führen mag." Für sie sei ein persönlicher Gott mit den Attributen, die ihm die Religionen zuschreiben, ebenso unbegreiflich, wie sie anderseits die Existenz einer unendlichen persönlichen Macht oder Weisheit ebenso wenig in Abrede stellen kann.

Hierauf wird zunächst die Entstehung der Erde betrachtet. Es gebe zwei Entwickelungstheorieen, die Laplacesche, welche die Contraction des Sonnensystems von einer grossen rotirenden Nebelmasse ableitet, und eine andere, nach welcher das Sonnensystem anstatt durch Contraction durch einen Anhäufungsprocess in Folge des Hereinbrechens grosser Schwärme von meteorischen und kometarischen Massen seine jetzige Form erhalten hat. Bezüglich der genauern Würdigung beider verweist der Verfasser auf eine frühere Besprechung derselben, erklärt sich für die Laplacesche, nimmt jedoch an, dass, so wie auch gegenwärtig bedeutende Massen, die nur im Verhältniss zur Erde gering erscheinen, ihr aus dem Weltenraume zuströmen, dies in der früheren Zeit ihrer Entwicklung in bei weitem höhern Grade der Fall war*). Die Nebel erläutern uns den Process des Werdens der Erde; freilich nicht etwa als ob wir an ihnen den Process des Werdens beobachten könnten, der ja Millionen von Jahren andauern muss, bis wir eine Aenderung wahrnehmen könnten, wohl aber zeigen uns die Nebel die verschiedenen Stufen der Entwicklung. — Der Verfasser legt ein sehr bedeutendes Gewicht darauf, dass die Erde Stoffe aus allen Theilen des Weltenraums (des ganzen Weltenraums, wie er sagt) enthält. „Alles auf und in der Erde befindliche, alle Pflanzen- und Thierformen, unser Körper, unser Gehirn sind von Stoffen gebildet, welche den Tiefen des uns nach allen Seiten umgebenden Weltenraumes entnommen

*) Der Verfasser nennt immer nur Laplace. Diese, wie auch andere Nichtberücksichtigungen deutscher Leistungen veranlasst den Uebersetzer mit Recht, die Thatsachen in Noten richtig zu stellen; so hier durch Hinweisung auf Kant.

sind. Unsere Hand zum Beispiel enthält Theilchen, welche hierher aus weitentfernten Gegenden, von nördlichen und südlichen Sternbildern herkommen und von der Erde während Millionen von Menschenaltern angezogen sind ..." „Auch wenn wir von der nähern Begründung dieser Ansicht absehen, ist da nicht schon der Gedanke, dass nicht nur die Erde, auf welcher wir uns befinden, sondern Alles was wir sehen und berühren und jedes kleinste Theilchen des Körpers und des Gehirns schon seit undenklichen Zeiten über den unendlichen Raum vertheilt gewesen ist, bewunderungswürdig und anregend?" — Warum der Verfasser dies so sehr betont ist uns nicht recht klar. Man darf wohl annehmen, dass die Materie überall in dem unendlichen Weltenraume dieselbe sei, und es ist wohl nicht nothwendig anzunehmen, dass unser Sonnensystem sich seine Existenz und Entwicklung erst durch Annexion aus dem Weltenraum sichern musste, wenn man auch gegen die Annahme, dass der Erde in grösserem oder geringerem Maasse Stoffe von anderswoher zukamen, wohl auch noch zukommen, nichts wird einwenden wollen.

Die Erde war ursprünglich eine Sonne, d. i. leuchtend und in grossem Maasse Wärme ausstrahlend. Sie kühlte nach ungeheueren Zeiträumen durch Ausstrahlung endlich so weit ab, dass Organismen auf ihr auftreten konnten, wiewohl sie auch da noch durch Zeiträume, die wir vielleicht um so genauer angeben, je höher wir sie ansetzen, noch sehr warm war, wie dies die Organismenreste jener Perioden beweisen. Wie die ersten Organismen entstanden, entzieht sich unserer Forschung; vielleicht hatten die Stoffe, eben aus der „Feuertaufe" hervorgegangen, eine grössere Neigung sich zu chemischen Verbindungen zu verbinden, wie noch jetzt im status nascens; vielleicht kamen die ersten organischen Keime durch Meteoriten zu uns, — jedenfalls werden wir keinen besondern, aussernatürlichen Schöpfungsact voraussetzen. Der Verfasser erklärt sich dafür, dass Pflanzen vor den Thieren entstanden und durch lange Zeit ausschliesslich die Organismen auf der Erde ausmachten. Nach und nach, nach abermaligen Millionen von Jahren, gelangte die Erde zu ihrem gegenwärtigen Zustande.

Und die Zukunft der Erde? Der Mond, der vor ihr eine Wohnstätte von Organismen war, giebt uns ein ungefähres Bild ihrer Zukunft, — ein ungefähres, da in Folge der viel längeren Dauer ihrer Entwicklung, namentlich der viel längeren Dauer der Organismen, die Spuren dieses Lebens auf der Oberfläche verbleiben und dieser ein anderes Aussehen geben werden. Aber sie wird gleich ihm eine todte Masse bleiben, die für unsere Begriffe scheinbar zwecklos durch unbegrenzte Zeiträume um die Sonne kreisen wird. Andere, schönere Weltkörper (Jupiter, Saturn) werden dann der Schauplatz organischen Lebens sein. Aber auch für sie wird die Stunde des organischen Todes schlagen, und schliesslich wird der Centralkörper selbst, die

Sonne, die Wohnstätte organischen Lebens sein — die einzige im Sonnensystem, da sie am spätesten zu jener Entwicklung gelangen wird, die für Organismen nöthig. „Die Woge des Lebens, welche jetzt über unsere Erde dahinzieht, ist nur eine sanfte Kräuselung im Meere des Lebens innerhalb des Sonnensystems, und dieses Meer ist wieder nichts mehr, als eine unbedeutende Welle im Ocean des ewigen Lebens im ganzen Weltall. Unbegreiflich ist die Unbegrenztheit von Zeit und Raum, von Stoff, Bewegung und Leben. Unbegreiflich ist es, dass das ganze Weltall für alle Zeiten der Schauplatz der Thätigkeit einer unbeschränkten, persönlichen, allgegenwärtigen, allwissenden Macht sein soll, und äusserst unbegreiflich ist die Vereinigung eines unbegrenzten Zweckes mit einer endlosen materiellen Entwicklung.“ .... „Die Wissenschaft steht vor uralten Geheimnissen und uralte Fragen werden ihr vorgelegt: Wirst du durch deine Forschungen auf das Dasein einer Gottheit geführt, kannst du den Allmächtigen vollständig ergründen? Was weisst du von dem, was höher ist als der Himmel und tiefer als die Hölle? Und die Wissenschaft beantwortet diese Fragen, wie es früher auch geschehen ist: Wir können den Allmächtigen nicht ergründen.“

Wir haben diesen ersten Artikel eingehender besprochen und glauben hiermit das ganze Werk charakterisirt zu haben. Bezüglich der anderen Aufsätze können wir uns also kurz fassen; eine kurze Angabe des Inhalts und nur ausnahmsweise eine Bemerkung werden genügen.

Der zweite Vortrag: „Ueber die scheinbare Verschwendung in der Natur“ weist nach, wie gänzlich verfehlt es ist, die Erscheinungen in der Natur von dem Standpunkte aus betrachten und erklären zu wollen, dass sie die Weisheit und das Wohlwollen des göttlichen Wesens nach dem beschränkt menschlichen Standpunkte manifestiren. Er erklärt sich also gegen jene Art der Forschung, welche Alles in der Natur als zweckmässig (nach menschlichen Begriffen) darstellen will. Dies Streben wird sehr drastisch dadurch ad absurdum geführt, dass nachgewiesen wird, nach unseren Begriffen herrsche in der Natur eine Verschwendung von Kräften, die wir als der Weisheit aufs höchste widersprechend ansehen müssten. So dient z. B. von dem Lichte und der Wärme, welche die Sonne ausstrahlt, nur der 230-Millionste Theil zur Beleuchtung und Erwärmung der Planeten, also ein Bruchtheil, den man der ungeheuren Grösse gegenüber als verschwindend klein ansehen kann. Fast die gesammte colossale Wärme- und Lichtmenge strahlt nutzlos in den Weltenraum aus.

„Eine neue Theorie über das Leben in anderen Welten“ untersucht die beiden entgegengesetzten Hypothesen über die Bewohnbarkeit anderer Weltkörper. Nach der ersten soll jeder Weltkörper von Wesen bewohnt sein, die seiner Natur entsprechen, während nach der andern die Weltkörper nur zu einer gewissen Zeit ihrer Entwicklung

organisches Leben tragen, so dass die überwiegend grösste Zahl ohne solches ist. Es tritt eben auf den verschiedenen Weltkörpern zu verschiedenen Zeiten und immer nur während eines sehr kurzen Zeitraums ihrer Dauer (als Weltkörper) auf. Man wird dem Verfasser beistimmen, dass er sich für die letztere Hypothese erklärt und es also im Allgemeinen für wahrscheinlicher hält, dass ein Weltkörper nicht bewohnt sei.

„Ein verschwundener Komet" erzählt die merkwürdige Geschichte des Bielaschen Kometen, d. i. seine Theilung in zwei selbständige Kometen und seine endliche Auflösung. Mit diesem Vortrage steht der nächstfolgende „Der verschwundene Komet und sein Meteorschwarm" in Zusammenhang und führt uns auf die Zusammengehörigkeit dieser beiden Arten von Weltkörpern.

Die beiden folgenden. Aufsätze „Jupiter" und „Saturn und sein System" sind der Auseinandersetzung dieser beiden Planeten uud der ihnen zugehörigen Körper gewidmet. Sie werden als Partialsysteme, als Sonnensysteme im Kleinen geschildert. Hervorgehoben wird, dass weder die Trabanten noch die Saturnringe den Zweck haben können, das mangelnde Sonnenlicht zu ersetzen; für die Trabanten sind vielmehr diese Planeten die Sonnen.

„Eine Riesensonne" führt uns in die Fixsternwelt. Sirius wird als eine Riesensonne beschrieben, deren Volumen das unserer Sonne um das 4860fache übertrifft. Es wird ferner erörtert, dass die Beobachtungen darauf hinweisen, Sirius sei ein Doppelstern; in diesem binären Systeme ist jedoch der zweite Körper, den man zu $^2/_3$ der ungeheuren Masse des Sirius schätzen muss, direct nicht sichtbar; er muss ein dunkler oder sehr schwach leuchtender Körper sein.

„Die Tiefen des Sternhimmels" und „Sternaichung", die beiden folgenden Vorträge, behandeln die Anordnung des Weltganzen, so weit sie aus den Beobachtungen über die Vertheilung der Gestirne erschliessbar. Es ist im besondern ein Punkt, der in beiden Aufsätzen betont wird. Man nahm vordem an, dass die Sterne im Grossen und Ganzen von gleicher Grösse und Leuchtkraft seien und dass man also den Schluss ziehen dürfe, ein Fixstern sei um so entfernter, zu einer je höheren Grössenclasse er gehöre. Nun giebt es zwei Methoden einen Schluss auf die Entfernung der Fixsterne zu ziehen: ihre Eigenbewegung und Sternaichungen. Bezüglich der ersteren ist zu bemerken, dass sich aus der scheinbaren Bewegung eines einzelnen Sternes kein Schluss auf seine Entfernung ziehen lasse, wohl aber „giebt die durchschnittliche Bewegung einer ganzen Reihe von Sternen eine bessere Vorstellung, denn wenn wir einen Durchschnittswerth bilden, befreien wir uns fast gänzlich von dem Einflusse der den einzelnen Fällen anhaftenden Fehler." Wäre nun die Helligkeit im Allgemeinen ein genügendes Kennzeichen für die Entfernung, so sollte man glauben, die scheinbare Bewegung schwacher Sterne müsse zu der der hellen in einem gewissen Verhältniss stehen.

„Vereinigt man, um eine vollständigere Vergleichung zu erhalten, die Sterne erster, zweiter und dritter Classe zu einem Resultate, und die der vierten, fünften und sechsten zu einem zweiten, so ergiebt sich sonderbarer Weise für beide Reihen eine vollständig gleiche Bewegung.“ Daraus würde nun folgen, dass die Sterne der drei ersten Grössenclassen uns nicht näher sind, als die Sterne der nächsten drei Classen. Ganz jedoch kann man die Helligkeit nicht unberücksichtigt lassen. Vereinigt man beide Kennzeichen mit einander, so kommt man zu dem Schlusse, dass unter den uns nach allen Seiten umgebenden Himmelskörpern einige sind, die sich durch überwiegende Grösse und Helligkeit auszeichnen. Jedenfalls aber sind Sterne verschiedenster Grössen im Weltenraume vertheilt, und der Schluss, dass ein minder glänzender Stern, ein Stern höherer Grössenclasse, ein entfernterer sein muss, unzulässig. Zu einem gleichen Schlusse führen die Sternaichungen. Die Schlüsse, welche der ältere Herschel aus seinen ersten Arbeiten gezogen und welche noch immer in den astronomischen Lehrbüchern als richtig anerkannt werden, seien falsch und von Herschel selber später aufgegeben worden. Nicht wie ein „Mühlstein“ ist unser Fixsternsystem (Milchstrasse) angeordnet, und in den „unauflöslichen Nebeln“ sehen wir nicht andere Milchstrassensysteme; sondern von so weiter Ferne uns auch die raumdurchdringenden Fernröhre Kunde von der Existenz leuchtender Materie bringen mögen, aus unserem Fixsternsystem hinaus führen sie uns nicht. Die Anordnung dieser Myriaden und Myriaden von Welten ist viel mannichfaltiger, als angenommen wird. Systeme von zwei- und vielfachen Sternen bis zu im Allgemeinen kugelförmigen Anhäufungen einer grossen Anzahl von Sternen, die unzweifelhaft ein zusammengehöriges System bilden, wechseln vielgestaltig ab, dazu Nebel meist in spiraliger Anordnung. Diese grosse Mannichfaltigkeit wird vorgeführt, auch in Bezug auf Farbe und in Bezug auf das, was uns die Spectralanalyse lehrt. Wir müssen uns mit diesen Andeutungen begnügen; eine detaillirtere Angabe des reichhaltigen Inhalts würde zu weit führen.

Weit weniger befriedigend als die vorhergehenden ist der nun folgende Artikel „Saturn und der Sabbath der Juden“. Er hat den Zweck, gegen die Art der Sonntags-(Sabbath-)Feier der Engländer zu eifern und bezeichnet diese als eine jüdische Sabbathfeier. Von letzterer aber sucht der Verfasser nachzuweisen, sie sei heidnischen Ursprungs und der ägyptischen Feier des „äussersten oder höchsten Planeten, des Saturn, dem der siebente Tag geweiht war, entlehnt. Moses habe hier, wie bei den Opfern und anderen religiösen Gebräuchen, den Gewohnheiten des Volkes Rechnung tragen müssen und so den Saturnstag in den Cultus aufgenommen, ihn aber zum Feste des einzigen Gottes umgestaltet. Wäre nun der vorliegende Aufsatz eine historische Untersuchung über den Ursprung des Sabbaths, so wäre nichts weiter einzuwenden. Zu dem Zwecke aber, den sich der Ver-

fasser vorsetzt, war ein solcher Gelehrtenapparat überflüssig und unnütz. Denn dass der Sabbath der Juden ägyptischen Anschauungen entnommen ist, mag man ohne weiteres zugeben; von den meisten Festen der Juden und der Christen (man denke an Weihnachten) ist es ja erwiesen, dass sie sich aus den Festen entwickelt haben, welche die Völker früher gefeiert. Es ist ja dies eine ganz natürliche historische Entwicklung, an der nur der zweifeln kann, der die Bibel als ein Wort für Wort von Gott dictirtes Werk ansieht. Wenn der Verfasser jedoch mit dem Nachweise, der Sabbath der Juden sei ägyptischen Ursprungs, zugleich bewiesen zu haben glaubt, die jüdische Sabbathfeier sei eine unwürdige gewesen, so zeigt er damit nur seine gänzliche Unkenntniss jüdischen Lebens und jüdischen Geistes. Nimmt man den Sabbath nach den Worten des Alten Testamentes, so war er doch gewiss ein Tag, der gerade am meisten denen zu Gute kam, „denen Ruhe von der Arbeit und Mühe nothwendig ist und nicht Ruhe von den ihnen unbekannten gesellschaftlichen Vergnügungen". Denn die Bibel befiehlt, dass an diesem Tage ruhen solle der Knecht, der Sclave, ja selbst das Vieh, und weist darauf hin, dass man sich der Zeit der Sclavendienste in Aegypten erinnern solle. Betrachtet man den Sabbath aber wie er sich praktisch herausgebildet, dann wird der Kenner jüdischen Lebens zugestehen müssen, dass man, trotz aller lästigen und lächerlichen Einschränkungen jeder freien Bewegung an diesem Tage, ein weihevolleres Fest nirgends wiederfindet. An diesem Tage waren alle gesellschaftlichen Unterschiede geschwunden, jeder fühlte sich als Mensch im besseren Sinne des Wortes; jedem war geistige Beschäftigung geboten. Allerdings bestand diese damals ausschliesslich in Bibelstudien oder in Bibellesen; aber der Kenner weiss, dass dieses Studium auch alles profane Wissen umschloss, so lange nicht den Juden eben alles Licht, alle Berührung mit dem Leben entzogen wurde. Ja selbst dann noch pulsirte am Sabbath wohl ein einseitiges, aber geistig reges Leben.

Der zwölfte (letzte) Vortrag „Betrachtungen über Astrologie" weist nach, dass die Astrologie, so sehr sie auch Wahn- und Aberglaube war, doch „von allen Irrthümern, auf welche die Menschheit in ihrem Bestreben, in die Zukunft einzudringen, gerathen ist, noch der achtungswertheste ist und, man kann sagen, sogar der vernünftigste". Ihr wohlthätiger Einfluss auf Astronomie wird erörtert und mit der Bemerkung geschlossen, dass selbst jetzt noch die Hoffnung, eines Tages den Schleier, der die Zukunft deckt, zu lüften, nicht vollständig verschwunden sei. „Der Weise verwirft es (das System der Astrologie) als einen Aberglauben, aber selbst die Weisesten haben zu einer oder der andern Zeit einen trügerischen Einfluss empfunden."

Als eine höchst anregende, zum Denken sowohl als zum Phantasiren anregende Lectüre sei das Werk warm empfohlen.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Provinzen Preussen, Posen und Schlesien.

Michaelis 1880.

Referent Dr. Meyer, Rector der höheren Bürgerschule zu Freiburg i. Schl.

1. **Königsberg in Pr.** Wilhelmsgymnasium. Progr. Nr. 9. Oberlehrer August von Morstein. *Die ultraelliptischen Integrale erster Gattung von der zweiten Ordnung und ihre Umkehrung.* 20 S.

Die Riemannschen Principien, wie sie in seiner Inaugural-Dissertation „Grundlagen für eine allgemeine Theorie der Functionen einer veränderlichen complexen Grösse" (Göttingen 1851 und Gesammelte Werke 1876) und in seiner „Theorie der Abelschen Functionen" (Crelle, J. f. M. Bd. 54 und Gesammelte Werke) niedergelegt sind, werden auf die ultraelliptischen Integrale erster Gattung von der zweiten Ordnung und ihre Umkehrung angewandt, in ähnlicher Art, wie dies von Prym in seiner „theoria nova functionum ultraellipticarum". Dissert. inaug. Berol. 1863, für die entsprechenden Integrale von der ersten Ordnung geschehen ist. Der Verf. behandelt zunächst das Integral

$$w = \int_c^z \frac{(C_0 + C_1 z + C_2 z^2)\, dz}{\sqrt{(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)(z-\alpha_3)(z-\alpha_4)(z-\alpha_5)(z-\alpha_6)(z-\alpha_7)(z-\alpha_8)}},$$

wo $c, C_0, C_1, C_2, \alpha, \alpha_2 \ldots \alpha_8$ beliebige reelle oder complexe Constante bedeuten, und ebenso die Variable z nicht auf reelle Werthe beschränkt ist, um darauf zur Behandlung dreier Integrale derselben Art:

$$w_1 = C_1 + \int_c^z \frac{(C_0' + C_1'z + C_2'z^2)\, dz}{R(z)},$$

$$w_2 = C_2 + \int_c^z \frac{(C_0'' + C_1''z + C_2''z^2)\, dz}{R(z)},$$

$$w_3 = C_3 + \int_c^z \frac{(C_0''' + C_1'''z + C_2'''z^2)\, dz}{R(z)},$$

wo wieder

$$R(z) = \sqrt{(z-\alpha_1)(z-\alpha_2)(z-\alpha_3)(z-\alpha_4)(z-\alpha_5)(z-\alpha_6)(z-\alpha_7)(z-\alpha_8)}$$

ist, und die Constanten in den Zählern von einander unabhängig sind, überzugehen.

2. **Königsberg in Pr.** Realschule auf der Burg. Progr. Nr. 17. Paul Sanio. *Anatomie des Holzes einheimischer Waldbäume.* (Schluss.) 8 S. und eine Figurentafel.

Die Arbeit enthält im Anschlusse an die in den Programmen von 1877 und 1878 veröffentlichten anatomischen Untersuchungen die genauere Anatomie des Holzes von Fagus silvatica L., Ulmus campestris L., Betula alba L., Salix alba L., Populus alba L., Acer platanoïdes L., Aesculus hippocastanum L. und Sorbus aucuparia L., während die bei Corylus

avellana L., Alnus glutinosa Gaertn. und Carpinus Betulus L. vorkommenden Zellarten nur zur Vervollständigung aus A. Peters Dissertation vom 5. Dec. 1874 „Ueber Gefässe und gefässartige Gebilde im Holze, besonders in der Markscheide einiger Dicotylen", welche eine eingehende Untersuchung dieser Bäume enthält, der am Schlusse folgenden Tabelle eingereiht sind.

In den Michaelisprogrammen von Posen und Schlesien vom Jahre 1880 befinden sich keine mathematischen und naturwissenschaftlichen Abhandlungen.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme der Grossherzogthümer Mecklenburg-Schwerin und Mecklenburg-Strelitz.

1880.

Referent: Oberlehrer V. Schlegel in Waren.

Ludwigslust. Realschule 1. O. Progr. Nr. 553. Dr. August Maynz. *Einige Lehrsätze aus der analytischen Geometrie.*

Nach einer kurzen Uebersicht über die Theorieen der Flächen zweiten Grades mit besonderer Berücksichtigung der polaren Beziehungen werden zur Bestimmung einer solchen Fläche zwei beliebige Paare polarer Elemente (Punkte a, b und Ebene A, B) aufgestellt, worauf gezeigt wird, dass ein drittes Paar (c, C) der Bedingung genügen muss, dass die Ebenen $a(BC)$, $b(CA)$, $c(AB)$ sich in derselben Geraden schneiden. Nach beliebiger Annahme von C muss daher der Punkt c auf einer bestimmten Ebene liegen. Tritt ein viertes Paar (d, D) hinzu, so kann D beliebig sein, während d auf einer Geraden liegt, und für ein fünftes Paar (e, E) ist e überhaupt bestimmt. Nach Festsetzung der vier ersten Paare ist also zu jeder fünften Ebene der Pol bestimmt, und zu jedem fünften Punkte die Polarebene. Die durch die Ebenen $ABCD$ und durch die Punkte $abcd$ gebildeten Tetraeder heissen conjugirt. Die Bedingung dieser Eigenschaft ist die, dass die Geraden, welche die Ecken des einen mit den entsprechenden Ecken des andern verbinden, auf einem einschaligen Hyperboloid liegen. Indem diese Untersuchungen auf den Kegelschnitt (als Fläche zweiter Classe) angewendet werden, ergiebt sich u. a. der Steinersche Satz, dass die Höhen eines beliebigen Tetraeders auf einem einschaligen Hyperboloid liegen. Es folgen weiter Untersuchungen über zwei conjugirte Tetraeder, über den speciellen Fall, dass dieselben sich decken, und über die durch den Schnitt zweier Flächen zweiten Grades entstehende Raumcurve vierten Grades. Die Hauptresultate sind: Durch zwei gegebene Flächen zweiten Grades ist ein sich selbst conjugirtes Tetraeder bestimmt, welches diese Eigenschaft in Bezug auf alle Flächen hat, welche durch die Schnittcurve der beiden ersten gehen. Sind zwei Tetraeder in Bezug auf dieselben Flächen zweiten Grades sich selbst conjugirt, so sind ihre acht Ecken die Schnittpunkte von drei Flächen zweiten Grades. Die Behandlungsweise des Stoffes ist abwechselnd synthetisch und analytisch, aber überall von gleicher Klarheit und Eleganz.

Parchim. Gymnasium. Progr. Nr. 545. Dr. Hermann Gerlach. *Ueber reciproke Gleichungen.*

Aus gegebenen Wurzeln werden zuerst sechs verschiedene Arten der biquadratischen reciproken Gleichung abgeleitet. Sind α, β, γ, δ die Wurzeln, so entsprechen diese Fälle den Bedingungen 1)—3) $\gamma = \pm\frac{1}{\alpha}$, $\delta = \pm\frac{1}{\beta}$; 4) und 5) $\delta = \pm\frac{1}{\alpha}$; 6) $\alpha\beta = \gamma\delta = m^2$. In den letzten drei Fällen wird die fehlende Bedingung aus der fertigen Gleichung er-

gänzt, in den drei ersten Fällen erhält diese Gleichung von selbst die reciproke Form. Dann wird untersucht, in welchen Fällen die Resultirende zweier quadratischen Gleichungen mit zwei Unbekannten eine reciproke Gleichung liefert. Diese Eigenschaft, welche im allgemeinen nur bei einer der beiden Unbekannten (y) vorkommen kann, tritt zuerst an zwei Gleichungen von der Form $ax^2 + 2bx(y \mp 1) + c(y^2 + 1) + 2ey = 0$ hervor. Solche Gleichungen werden normale genannt. In den folgenden Abschnitten werden für eine quadratische und eine lineare, sowie für zwei quadratische Gleichungen, endlich für eine lineare und eine kubische oder biquadratische Gleichung die Bedingungen festgestellt, welche zu einzelnen Arten der Reciprocität führen. Jeder einzelne Fall erhält eine geometrische Deutung durch Untersuchung der Schnittpunktsysteme von Geraden und Curven, welche durch solche Gleichungen dargestellt werden.

Friedland. Gymnasium. Progr. Nr. 556. Subrector Marx. *Ueber einige geometrische Oerter.*

Die im X. Bande, Heft 3 dieser Zeitschrift von Schäwen gestellte Aufgabe: „Wie heisst der geometrische Ort für den Scheitel des harmonischen Strahlenbüschels, dessen vier Strahlen durch die Ecken eines gegebenen Rechtecks hindurchgehen?“ wird in elementarer Weise, ohne dass von der analytischen Geometrie mehr als der Begriff rechtwinkliger Coordinaten vorausgesetzt wird, für den Schulgebrauch behandelt. Es schliessen sich hieran Erweiterungen der Aufgabe, indem das Rechteck durch ein gleichschenkliges Trapez, ein gleichseitiges Dreieck mit seinem Schwerpunkte, und schliesslich durch einen Kreis mit festem Durchmesser (Abscissenaxe) ersetzt wird. Im letzten Falle sollen die harmonischen Strahlen zwei (nicht conjugirte) Tangenten, die Centrallinie und die Ordinate des Scheitels sein. Der Ort ist alsdann eine Curve vierter Ordnung deren Construction durch Punkte angegeben wird.

Malchin. Realschule 1. O. Progr. Nr. 554. Dr. Krankenhagen. *Ueber die Transformation zweier Systeme gewöhnlicher Differentialgleichungen.*

Aus einer vollständigen Lösung der Gleichung

$$\frac{dw}{dt} + H(tq_1 \,..\, q_n p_1 \,..\, p_n) = 0 \tag{1}$$

ergiebt sich ein vollständiges System von Integralen der Differentialgleichungen der Dynamik

$$\frac{dq_k}{dt} = \frac{dH}{dp_k}, \quad \frac{dp_k}{dt} = -\frac{dH}{dq_k}, \quad (k = 1, 2 \,...\, n). \tag{2}$$

In Analogie mit dieser bereits bekannten Thatsache wird in oben genannter Abhandlung die allgemeine Form einer Differentialgleichung (1a) betrachtet, in welcher unter dem Functionszeichen H auch w vorkommt, nebst den dieser Form entsprechenden Gleichungen (2a), und es werden solche Functionen der Variablen w, $q_1 \,..\, q_n$, $p_1 \,..\, p_n$ bestimmt, durch deren Einführung die Form des Systems (2a) dieselbe bleibt. Als Einleitung wird die analoge invariante Transformation des Systems (2) gegeben.

C) Bibliographie.

April. Mai.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Katalog für die Schülerbibliotheken österr. Gymnasien. Herausg. v. Vereine „Mittelschule“. (112 S.) Wien, Hölder. 1,50.

Schneider, Geh. Ob.-Reg.-R. Dr., Rousseau und Pestalozzi, der Idealismus

auf deutschem u. auf franz. Boden. 2 Vorträge. 3. Aufl. (63 S.) Berlin, Gärtner. 1.

Holst, Dr., Der Elementarunterricht. Eine ärztliche Betrachtung zur Beherzigung für Eltern u. Erzieher. (31 S.) Riga, Helms. 1.

Pohlmann, Gymn.-L. Dr., Beiträge zur Umgestaltung des höh. Schulwesens. 1. Heft. Zur Umgestaltung des Gymnasiallehrplans. (55 S.) Berlin, Wohlgemuth. 0,80.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Zeitschrift für Mathematik u. Physik. Generalregister zum I—XXV. Jahrgang. 1856—1880. (123 S.) Lpz., Teubner. 3,60.

Milinowski, Oberlehrer, Die Geometrie für Gymnasien u. Realschulen. Ein Lehr- u. Uebungsbuch. 1. Thl. Planimetrie. (123 S.) Lpz., Teubner. 2.

Schwabe u. Schmidt, Rectoren, Die mathematischen Körper u. die Geometrie in der Volksschule. Praktischer, nur auf Anschauung gegründeter Lehrgang. (180 S.) Weimar, Böhlau. 2,20.

Gallenkamp, Dir. W., Die Elemente der Mathematik. Leitfaden für den math. Unterr. an höheren Lehranstalten. 4. Thl. Synthetische Geometrie. Iserlohn, Bädeker. 2,60.

Steck, Gymn.-Prof., Sammlung von stereometrischen Aufgaben in systemat. Ordnung. Ein Uebungsbuch für Gymnasien u. Realschulen. (128 S.) Kempten, Kösel. 1,70.

Vogt, Gymn.-Oberl. Dr., Das Tetraeder mit Höhenschnittpunkt. (12 S.) Breslau, Maruschke. 1.

Weinmeister, Oberl. Dr., Die Flächen 2. Grades. Nach elementarsynthet. Methode bearb. (42 S.) Lpz., Hinrichs. 1.

Bussler, Oberl., Elemente der ebenen u. sphärischen Trigonometrie. (94 S.) Berlin, Enslin. 1,60.

Hoffmann, J. C. V., Vorschule der Geometrie. Ein methodischer Leitfaden f. die unteren Klassen der Gymnasien, Realsch., Lehrerseminare sowie zum Selbstunterricht, besonders für Volksschullehrer. 2. (Schluss-) Lief. 2. Hälfte der Planimetrie nebst Curvenlehre. (S. 159—241.) Halle, Nebert. 2.

Voltz, Kleinere Vorlagen für das geometrische Zeichnen, zum Gebrauch des Schülers zusammengestellt. 1—5. Heft. à 12 Steintafeln. Nürnberg, Korn. à 0,40.

2. Arithmetik.

Kühl, Grundriss der Arithmetik u. Algebra. Für den Unterr. bearb. 2. Thl. (227 S.) Hamburg, Kriebel. 2,25.

Unger, Prof. Dr., Leitfaden für den Unterricht im Kopfrechnen. Für Lehrer u. Seminaristen. Nach einer eigenth. Methode. (228 S.) Lpz., Mendelssohn. 2,40.

Zelewski, Oberl. Dr., Die Elemente der gemeinen Arithmetik u. ihre Anwendung auf das praktische Rechnen. (96 S.) Breslau, Görlich. 1.

Suchsland, Dr. E., Systematische Entwickelung der gesammten Algebra. 1. Thl. Die 4 Species. (51 S.) Stolp, Schrader. 0,60.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Weiler, Privatdocent Dr., Leitfaden der mathemat. Geographie für den Unterr. an Mittelschulen, sowie zum Selbststudium. (98 S.) Lpz., Teubner. 1,50.

Burckhardt, W., Mathematische Unterrichtsbriefe. Für das Selbststudium Erwachsener. Mit besonderer Berücksichtigung der angewandten Mathematik. In 3 Kursen à ca. 20 Briefen. Lpz., Bibl.-artist. Anstalt. à 1.

Klöden, Prof. Dr., 100 Fragen für eine Prüfung in der astronomischen (mathematischen) Geographie. (16 S.) Wien, Hölder. 0,40.

Physik.

Gerland, Dr. E., Leibnizens u. Huygens Briefwechsel mit Papin nebst der Biographie Papins u. einigen zugehörigen Briefen und Actenstücken. Bearbeitet u. auf Kosten der k. Preuss. Akademie der Wiss. herausg. (399 S.) Berlin, Verlag der k. Akad. der Wissensch. (Dümmler). 13,50.

Spiess, Dr., Erhard Weigel, weil. Prof. zu Jena, der Lehrer von Leibniz u. Pufendorf. Ein Lebensbild aus der Univ.- u. Gelehrtengesch. des 17. Jahrh., gleichzeitig ein Beitrag zur Geschichte der Erfindungen. (157 S.) Lpz., Klinkhardt. 2.

Fritz, Prof. Herm., Das Polarlicht. Mit 1 chrom. Karte u. 4 Taf. (348 S.) Lpz., Brockhaus. 6.

Reinhard u. **Steinmann**, Spec. Gewicht od. Kubikinhalt je 1 Kilogramms der bekanntesten festen und tropfbar-flüss. Körper, graphisch dargestellt. Lith. Tabelle. 4 Blatt. Bern, Dalp. 2.

Chemie.

Altmann, Dr. E., Grundriss der unorgan. Chemie. Ein Leitfaden für den Unterr. etc. (122 S.) Lpz., Scholtze. 1,80.

Fuchs, Die wichtigsten Thatsachen der Chemie der Carbonide. Eine Grundlage für die Unterrichtszwecke der deutschen Mittelschulen. Für seine Schüler bearb. (127 S.) München, Kellerer. 2,20.

Barfoed, Lehrbuch der organischen qualitativen Analyse. Autoris. Ausg. (522 S.) Kopenhagen, Höst u. Sohn. 10.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Finsch, Dr. O., Reise nach Westsibirien im J. 1876. Wissenschaftliche Ergebnisse. Wirbelthiere. (180 S.) Lpz., Brockhaus. 2.

Bilder, naturgeschichtliche. 1. Abthlg. Bilder aus Brehms Thierleben, system. geordnet auf 55 Tafeln. Lpz., Bibl. Inst. Geb. 6.

Terks, Oberl., Leitfaden für den Unterricht über Bau u. Leben des menschl. Körpers. Mit 64 Abb. nach der Natur. (62 S.) Ebda. 1.

Schmidt-Göbel, Prof. Dr. H. M., Die schädlichen und nützlichen Insecten in Forst, Feld u. Garten. 1. Abthlg. Die schädlichen Forstinsecten. 6 Foliotaf. mit Text. (119 S.) Wien, Hölzel. 10.

2. Botanik.

Karsten, Prof. Dr. H., Deutsche Flora. Berlin, Späth. In Lfgn. à 1,50.

Terks, Oberlehrer, Leitfaden für Botanik u. Zoologie in 4 Cursen. 4 Hefte. Mit Holzschn. Lpz., Bibl. Institut. 3,40.

Wehnen, Dr., Bau, Leben u. Nahrungsstoffe der Culturpflanzen. Kurzer Leitfaden für landwirthschaftliche Mittelschulen. (93 S.) Berlin, Parey. 2.

Buchenau, Prof. Dr., Flora der ostfriesischen Inseln. (172 S.) Norden, Braams. 3.

Darwin, Ch., Das Bewegungsvermögen der Pflanzen. Aus dem Engl. v. J. V. Carus. (506 S.) Stuttg., Schweizerbart. 10.

Hoffmann, Pflanzenatlas nach dem Linnéschen System. 80 fein color. Taf. mit mehr als 800 Abb. In 12 Lfgn. Stuttg., Thienemann. à 0,90.

Bayer, Blüthenstand. 2 systemat. Wandtafeln für Mittelschulen etc. Chromolith. Imp.-Fol. (mit 4 S. Text). Tabor, Jansky. 2.

3. Mineralogie.

Zwick, Stadtschulinspector Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Naturgeschichte. Mineralogie. Mit 27 Holzschn. (71 S.) Berlin, Burmester & Stempell. 0,40.

Habenicht, Die Grundzüge im geol. Bau Europas mit einer Karte: „Die Verbreitung der Eruptiv- u. Uebergangsgesteine in Europa" u. 5 Nebenkarten. Gotha, Perthes. 1,35.

Karrer, Der Boden der Hauptstädte Europas. Geologische Studie. Mit 22 geol. Profilen. (68 S.) Wien, Hölder. 2.

Nöldeke, Das Vorkommen des Petroleums im nordwestlichen Deutschland, insbes. in der Lüneburger Heide. Vortrag. (63 S.) Celle, Literar. Anstalt. 1,60.

Beyer, das Zinn. Eine geologisch-montanistisch-historische Monographie. (249 S.) Berlin, Reimer. 4.

Geographie.

Richter, Dr. J. W. O., Atlas für höhere Schulen. 37 Karten u. 19 Nebenkarten. Fol. Glogau, Flemming. 3,50.

Hirts Geographische Bildertafeln. Eine Ergänzung zu den Lehrbüchern der Geographie, insonderheit zu denen von Seidlitz. Herausg. v. Dr. A. Oppel u. Ludwig. 1. Thl. Allgemeine Erdkunde. Mit 324 Holzschn. u. kartogr. Abb. Breslau, Hirt. 3,60.

Seidlitz, E. v., Geographie. A. Grundzüge. Sep.-Ausg. für Oesterreich-Ungarn bearb. von Prof. Dr. Perkmann. Breslau, Hirt. 1.

Petermann, Dr. A., Karte des Mittelländischen Meeres. 1:3 500 000. Gotha, Perthes. 12.

Sibree, Madagaskar. Geographie, Naturgeschichte, Ethnographie, Sprache, Sitten u. Gebräuche der Bewohner. (424 S.) Lpz., Brockhaus. 8.

Bastian, Die Vorgeschichte der Ethnologie. Deutschlands Denkfreunden gewidmet. (132 S.) Berlin, Dümmler. 2.

Chavanne, Dr., Physikal. Wandkarte v. Asien. 1:8 000 000. Wien, Hölzel. 16.

Weltkarte bearb. v. H. Kiepert u. a. zur Uebersicht der grossen Verkehrswege. Weimar, Geogr. Institut. 2.

Koenig, Kleines Städtelexicon des Deutschen Reichs. Nach der Volkszählung vom 1. Dec. 1880. (54 S.) Guben, König. 0,50.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Nagel, Oberstudienr. Dr. v., Lehrbuch der ebenen Geometrie. 14. Aufl. (190 S.) Ulm, Wohler. 8.

Joachimsthal, F., Anwendung der Differentialrechnung u. Integralrechnung auf die allgemeine Theorie der Flächen u. der Linien doppelter Krümmung. 2. Aufl., bearb. v. Natani. (242 S.) Lpz., Teubner. 6.

Reidt, Gymn.-Oberl. Prof. Dr., Planimetrie. 5. Aufl. (207 S.) Berlin, Grote. 1,80.

———, Stereometrie. 3. Aufl. (114 S.) Ebda. 1,20.

Spitz, Dr. C., Lehrbuch der allg. Arithmetik. 2. Theil. Die Combinationslehre etc. 3. Aufl. (333 S.) Lpz., Winter. 5.

———, Lehrbuch der ebenen Geometrie. 8. Aufl. (283 S.) Ebda. 2,80.

Harms u. Kallius, Rechenbuch für Gymnasien, Realschulen etc. 8. Aufl. (262 S.) Oldenburg, Stalling. 2,25.

Heilermann u. Diekmann, Lehr- und Uebungsbuch für den Unterricht in der Algebra etc. I. Theil. 2. Aufl. (124 S.) Essen, Bädeker. 1,20.
Spitz, Dr. C., Lehrbuch der ebenen Polygonometrie nebst Beisp. u. Uebungsaufg. 2. Aufl. (85 S.) Lpz., Winter. 1,80.
Meyer, weil. Pror., Lehrbuch der Geometrie für Gymn. u. a. Lehranstalten. Herausg. v. Dir. Prof. Martus. 1. Thl. Planimetrie. 18. Aufl. (188 S.) Lpz., C. A. Koch. 1,80.
Lieber, Dr. H. u. Lühmann, Oberl., Leitfaden der Elementarmathematik. 1. Thl. Planimetrie. 3. Aufl. (99 S.) Berlin, Simion. 1,50.

2. Naturwissenschaften.

Frey, Prof. Dr., Das Mikroskop u. die mikroskopische Technik. 7. Aufl. (458 S.) Lpz., Engelmann. 9.
Luerssen, Doc. Dr., Grundzüge der Botanik. Repetitorium für Studirende. 3. Aufl. (490 S.) Lpz., Haessel. 6.
Wagners illustr. deutsche Flora. 2. Aufl. mit 1250 meisterhaften Pflanzenabbildungen. Bearb. u. verm. v. Prof. Dr. Garcke. In 20 Lfgn. Stuttg., Thienemann. à 0,75.
Willkomm, Prof. Dr., Führer ins Reich der Pflanzen Deutschlands, Oesterreichs u. der Schweiz. 2. Aufl. In 12 Lfgn. Lpz., Mendelssohn. à 1,25.
Wünsche, Oberl. Dr. O., Schulflora von Deutschland. Die Phanerogamen. 3. Aufl. (427 S.) Lpz., Teubner. 4.
Krebs, Oberl. Dr., Leitfaden der Experimentalphysik für Gymnasien u. zur Selbstbelehrung. Mit Anh.: Mathemat. Geographie u. die Grundlehren der Chemie. Mit 408 Holzschn. (435 S.) Wiesbaden, Bergmann. 4,60.
Plüss, Dr. B., Leitfaden der Naturgeschichte. 2. Aufl. (258 S.) Freiburg, Herder. 2,70.
Günther, H., Botanik. Tabellen zur Bestimmung der in Norddeutschland häufig wildwachsenden u. angebauten Pflanzen. 2. Aufl. (327 S.) Hannover, Helwing. 1,50.
Hlasiwetz, Prof. Dr., Anleitung zur qualitativen chemischen Analyse. 7. Aufl. erg. v. Prof. Dr. Weselsky. (48 S.) Wien, Töplitz. 1.
Bill, Dr., Grundriss der Botanik. 7. Aufl. Umgearb. v. Prof. Hayek. (272 S.) Wien, Gerold. 3.
Ule, Warum u. weil. Physikalischer Theil. 5. Aufl., verm. v. Dir. Langhoff. (204 S.) Berlin, Kleemann. 3,50.
Koch, Dr. Wilh. Daniel, Taschenbuch der deutschen u. schweizer Flora. 8. Aufl. Neu herausg. v. Hallier. 2. Ster.-Aufl. (802 S.) Lpz., Fues. 5.
Liebe, Doc. Oberl. Dr., Die Elemente der Morphologie. Ein Hülfsbuch für den Unterricht in der Botanik. 3. Aufl. (62 S.) Berlin, Hirschwald. 1,60.
Geuther, Prof., Kurzer Gang der chemischen Analyse. 4. Aufl. (31 S.) Jena, Döbereiner. 0,90.
———, Erste Uebung in der chem. Analyse. 3. Aufl. (43 S.) 0,90.

3. Geographie.

Egli, Prof. Dir. Dr., Neue Erdkunde für höhere Schulen. 6. Aufl. (308 S.) St. Gallen, Huber. 3.
Cassian, Prof. Dr., Lehrbuch der allg. Geographie für höhere Lehranstalten. 6. Aufl. mit Kartenskizzen u. Abb. Herausg. v. Dr. J. W. O. Richter. (528 S.) Frankfurt, Jäger.
Andree, Karl, Geographie des Welthandels. 2. Aufl. v. Rich. Andree. Stuttg., Maier. In 40 Lfgn. à 0,50.
Pape, Volksschulatlas über alle Theil der Erde. 13. Aufl. (20 col. Karten). Langensalza, Beyer. 0,50.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Die fünfte Delegirten-Versammlung des Allgemeinen deutschen Realschulmännervereins zu Berlin (April 1881).

Bericht von F. Herrmann, Oberlehrer a. d. Realschule zu Ruhrort.

Erste Sitzung.

Am Montag, den 11. April, Vormittags 11 Uhr traten im Saale des Architectenhauses zu Berlin die Delegirten der Zweigvereine des Allgemeinen deutschen Realschulmännervereins zusammen, nachdem am Sonntag Vormittag in der Falk-Realschule eine erweiterte Vorstandssitzung behufs Besprechung in betreff des Ganges der Verhandlungen stattgefunden hatte. Die Versammlung wurde durch Director Schauenburg (Crefeld) mit einem herzlichen Gruss an die Vertreter der Zweigvereine eröffnet, die er in der Reichshauptstadt willkommen hiess. Redner bemerkte, dass, wenngleich äussere Erfolge der Thätigkeit des Vereins in Form neu errungener Berechtigungen der Realschule auch für das vergangene Jahr noch nicht zu verzeichnen seien, doch manche Zeichen darauf hindeuteten, dass die Sympathien für diese immer mehr als unentbehrlich erkannte Schulgattung beim Volke sich steigerten. Er erinnerte namentlich an die sehr stark vertretene Anschauung, nach welcher eine Reform der Gymnasien, wie sie von der ärztlichen Commission des Jahres 1878 gefordert und in den vielbesprochenen Gutachten der ärztlichen Vereine vorausgesetzt werde, ohne Schädigung der allgemeinen Gymnasialbildung nicht möglich sei. Er erinnerte an die Rede des Herrn Ministers von Puttkamer im Abgeordnetenhause, der dort die Erklärung abgegeben, die Abänderung des gymnasialen Lehrplans auf das geringste Maass beschränken zu wollen, und an eine eingehendere Reform desselben gar nicht denke, ferner an die verschiedenen, diese Frage berührenden Rectoratsreden, durch welche der Anstoss gegeben sei, das Urtheil durch Hinweis auf Thatsachen zu klären, sowie an den trefflichen Aufsatz des Herrn Geh. Ober-Reg.-Raths Wiese über die Realschulfrage (veröffentlicht in der „Allg. conservativen Monatsschrift für das christliche Deutschland", Febr. 1881) und schloss mit der Hoffnung, dass, wenn der Tag der Gleichberechtigung gekommen, auch eine heilsame Rückwirkung auf die Methode nicht bloss der Realschulen, sondern auch der Gymnasien eintreten werde. (Lebhafter Beifall.)

Es erfolgte hierauf die Bildung des Bureaus. Auf den Antrag des Dir. Krumme (Braunschweig) wurden für den ersten Tag die Herren Dir. Schwalbe (Berlin) zum Vorsitzenden, Dir. Schauenburg (Crefeld) zum Stellvertreter, für den zweiten Tag dieselben Herren in umgekehrter Ordnung gewählt; zu Schriftführern wurden ernannt die Herren Oberlehrer Beyer (Rawitsch) und Oberlehrer Wittich (Cassel). Die nunmehrige Feststellung der Präsenzliste ergab, dass folgende Städte vertreten waren:

Berlin, Bernburg, Braunschweig, Dortmund, Eisleben, Frankfurt a/O., Hagen, Goslar, Lübeck, Malchin, Osterode, Leipzig, Dresden, Zwickau, Pirna, Trier, Wiesbaden, Hamburg, Altona, Duisburg, Ruhrort, Elberfeld, Crefeld, Aachen, Mühlheim a/Rhein, Cassel, Rathenow und einige andere.

Der Vereins-Schriftführer Prof. Schmeding (Duisburg) erstattete alsdann den fünften Jahresbericht des Vereins.

Nach einem kurzen Rückblick auf den Stand der Vereinsbestrebungen am Schlusse des vierten Vereinsjahres sagt der Vortragende gleich zu Anfang, dass allem Anscheine nach die Vereinssache im Laufe des letzten Jahres wesentliche Fortschritte gemacht habe. Zunächst werden einzelne kleinere literarische Arbeiten erwähnt, namentlich von Steinbart, Krumme und Bach. — Dem vielfachen Drängen öffentlicher Blätter nach Beschleunigung der ärztlichen Prüfungsordnung gegenüber — namentlich zu Anfang des Sommers — ist vom Duisburger Curatorium eine Petition um Verzögerung derselben an den Bundesrath abgegangen, wesentlich wegen des wichtigen § 4 (Reifezeugniss vom Gymnasium betreffend). — Von der Thätigkeit des Berliner Zweigvereins wird namentlich erwähnt, dass einem Schritte desselben das schwerwiegende Zeugniss des Herrn Oberbürgermeisters v. Forckenbeck zu Gunsten der Gleichberechtigung der Realschulen zu danken sei. — Der internationale Unterrichtscongress in Brüssel, auf dem mehrere Vereinsmitglieder, namentlich Dir. Steinbart, Gelegenheit fanden und nahmen, die Realschulsache zu vertheidigen, hat unter anderen ans Licht gebracht, dass mehrere hochgebildete ausserdeutsche Länder bereits haben, was der Verein erstrebt, ohne dadurch in die gedrohte Barbarei gefallen zu sein. — Um das Abgeordnetenhaus über die Angelegenheit zu orientiren, hat gleich beim Zusammentritt eine eingehende Besprechung von Vereinsmitgliedern und Abgeordneten verschiedener Parteien stattgefunden, der vielleicht mit zu verdanken ist, dass die Debatten, wenn sie auch an einzelnen Stellen noch von Unkenntniss zeugten, doch im allgemeinen in einer der Realschule wohlwollenden und günstigen Weise verliefen. — Mit sehr warmen Dankesworten wird der Schrift des Geh.-Raths Wiese Erwähnung gethan, dessen Ansichten als des hervorragendsten Kenners der Realschule nicht ungehört verhallen könnten, und es wird von seiner gewichtigen Stimme zu ihren Gunsten grosse Wirkung erwartet. Zum Schluss verweilt der Bericht noch etwas eingehender bei den vier Reden, in welcher die Rectoren von vier Universitäten (Rostock, Bonn, Berlin und Würzburg) sich über die Realschulfrage ausgesprochen haben. Namentlich sind die Aeusserungen des Geh.-Raths Hofmann*) (Rector der Universität Berlin) dem Director Steinbart Veranlassung geworden, die eingehendsten statistischen Erhebungen anzustellen und die Resultate dürften morgen recht interessante Enthüllungen ans Licht bringen. — Dir. Krumme (Braunschweig) theilte auf den erstatteten Geschäftsbericht einen Aufsatz des Prof. Stengel (Marburg) mit, in welchem dieser unter anderen bemerkt: „Ich habe unter meinen Zuhörern, deren Zahl sich auf 50 beläuft, mit denen ich in regen persönlichem Verkehr stehe, viele Realschüler. Dieselben stehen mit ihren Commilitonen vom Gymnasium auf bestem Fusse und unterscheiden sich hinsichtlich der Intensität des wissenschaftlichen Strebens und Könnens eher zum eigenen Vortheil als Nachtheil. Die undankbare Forschungsmethode wird ihnen zumeist leichter, voreiliges Theoretisiren liegt ihnen ferner. Dass dem gegenüber die gymnasiale Vorbildung andere Vorzüge besitzt, welche keineswegs gering anzuschlagen sind, will ich nicht leugnen. Ich bin nur der Ansicht, dass beiden Vorbildungsanstalten Gerechtigkeit widerfahren muss. Die Gleichberechtigung der Realschule I. Ordnung mit dem Gymnasium ist eine durchaus billige Forderung und gleichzeitig eine Forderung, welche der ferneren Entwickelung unseres

*) Vergl. dessen Rede Hft. 3, S. 228 u. f. D. Red.

höheren Schulwesens nur frommen kann. In dem freien Wettkampf der beiden Richtungen wird eine jede etwas von ihrer Einseitigkeit aufgeben. Reformen würden im Gymnasium wie in der Realschule wie von selbst eintreten, weil sie nothwendig erscheinen würden, um den Rivalen den Ehrenpreis streitig zu machen." (Bravo!) Diese Aeusserungen des Prof. Stengel waren hervorgerufen durch ein absprechendes Urtheil seitens des Prof. O. Schmidt in Strassburg.

Der Vorsitzende bringt hierauf zur Kenntniss der Versammlung, dass die Deputation des Vorstandes sich nicht zum Cultusminister von Puttkamer begeben werde, da derselbe auf eine desfallsige Anfrage sein Bedauern ausgedrückt habe, überhäufter Amtsgeschäfte halber für die nächste Zeit nicht in der Lage zu sein, eine Deputation zu empfangen. Auf den Antrag des Dir. Bach (Berlin) drückt die Versammlung dem Prof. Wislicenus (Würzburg), der so mannhaft für die Realschulen eingetreten, sowie dem Geh.-Rath Wiese, der in so sachkundiger Weise das Recht derselben geschirmt und ihnen in seinem Votum so sehr genützt, durch Erheben von den Sitzen den Dank aus und beschliesst, ihnen denselben telegraphisch unter freudiger Begrüssung zu übermitteln.

Es folgt laut der Tagesordnung der Bericht der Delegirten über den Stand der Zweigvereine, ein Punkt, dem von Beyer (Rawitsch), Hersmann (Ruhrort), Richter (Eisleben) und Bach (Berlin) entsprochen wurde. Besonderes Interesse erregte der Bericht des Director Bach (Berlin), welcher bekundete, dass in Folge der letzten Angriffe gegen die Realschulsache, namentlich in Folge der unbegründeten und gänzlich falschen Aeusserungen des Prof. Dr. Hofmann, der Berliner Zweigverein in bedeutendem Aufschwunge begriffen ist. Die Mitgliederzahl ist von 60 auf 150 gestiegen (darunter ca. 100 Laien, 4 Professoren und 4 praktische Aerzte) und nimmt fortwährend zu. — Dem vom Schatzmeister des Vereins, Oberlehrer Evers (Crefeld) erstatteten Cassenbericht war zu entnehmen: Die Einnahmen des Vereins betrugen im letzten Geschäftsjahr 3568 ℳ 13 ₰, die Ausgaben 2643 ℳ 74 ₰, der gegenwärtige Cassenbestand in baar 924 ℳ 39 ₰; die Zahl der Vereinsmitglieder hat sich im letzten Jahre auf 2000 erhöht. Nachdem drei Mitglieder zur Revision der Casse gewählt waren, schloss die Sitzung um $1^1/_2$ Uhr.

Zweite Sitzung.

Dieselbe begann Nachmittags 4 Uhr und war internen Angelegenheiten des Vereins gewidmet; Gäste waren daher nicht zugelassen. Wir theilen daraus nur dieses mit: Zunächst wurde die Ergänzungswahl des Vorstandes bestätigt. Nach den Statuten fielen in diesem Jahre die Herren Dir. Steinbart, Dir. Schauenburg und Prof. Schmeding aus, welche jedoch durch Acclamation einstimmig wiedergewählt wurden. Der Vorsitzende nahm zugleich Veranlassung, im Namen der ganzen Versammlung dem gesammten Vorstande für seine Opferwilligkeit und rastlose Thätigkeit den wärmsten Dank auszusprechen. Der andere Punkt der Tagesordnung betraf Interna des Vereins, namentlich die Stellung der Tagespresse, der Abgeordneten zur Realschulfrage, die Mittel, die für die nächste Zeit aufzuwenden u. s. w. und sodann provisorische Feststellung des Wortlautes der Thesen für die am nächsten Tage folgende dritte Sitzung. Schluss 6 Uhr.

Dritte Sitzung.

Am heutigen zweiten Tage präsidirte Herr Dir. Schauenburg (Crefeld) der Versammlung, die um 11 Uhr ihren Anfang nahm und sich eines ungemein zahlreichen Besuches auch von Freunden des Vereins erfreute. Im Auftrage des Unterrichtsministeriums war erschienen der Unterstaatssecretär, Reichstagspräsident Dr. von Gossler; ferner waren anwesend die Abgeordneten Schmidt (Stettin), der bereits

der ersten Sitzung angewohnt hatte, Dr. von Cuny, Sombart (Ermsleben), Dr. Meyer (Breslau), ausserdem Dr. Paulsen, Prof. an der Univ. Berlin. Nachdem die Ehrengäste, namentlich der Vertreter des Ministeriums, vom Vorsitzenden begrüsst worden, verlas derselbe folgendes Antworttelegramm des Geh. Reg.- und Schulraths a. D. Wiese: „Herzlichen Dank für den Gruss mit dem Wunsche alter Theilnahme, dass jedes treue Streben für die Sache auch ferner von der Hoffnung getragen werde, die nicht zu Schanden werden lässt." — Da am vorigen Tage beschlossen worden war, vor der Tagesordnung der dritten Sitzung einen Vortrag des Dir. Steinbart über seine statistischen Erhebungen bezüglich des Fortkommens der Realschulabiturienten entgegenzunehmen, so wurde demselben das Wort zu einer oft von lebhaften Beifallsbezeugungen unterbrochenen Rede ertheilt, die grosse Sensation hervorrief. Geh.-Rath Hofmann hatte bekanntlich in seiner schon erwähnten Rectoratsrede ausgesprochen, dass „die Idealität des akademischen Studiums, die selbstlose Hingabe an die Wissenschaft als solche, die freie Uebung des Denkens" den Realschulabiturienten nicht zuerkannt werden könne. Hierdurch war Dir. Steinbart veranlasst worden, seine früher schon begonnenen statistischen Erhebungen über die Laufbahn derjenigen Abiturienten von Realschulen, welche sich dem Studium der Chemie und beschreibenden Naturwissenschaften gewidmet haben, fortzusetzen. Er hat es daher sich zur Aufgabe gemacht, die genauesten Erkundigungen über alle diejenigen Realschulabiturienten von norddeutschen Realschulen einzuziehen, welche dieselben in dem Zeitraum von Ostern 1866 bis Ostern 1876 verlassen und sich dem Studium der genannten Wissenschaften gewidmet haben. Die Resultate dieser Untersuchungen sind in einer mit allen Personalien ausgestatteten Tabelle niedergelegt und in einer besonderen Eingabe d. d. Duisburg 9. April 1881 an den Herrn Cultusminister und gleichzeitig eine ähnliche Tabelle an Herrn Prof. Hofmann zur gefälligen Kenntnissnahme abgesandt worden. Wir theilen aus dieser Tabelle folgende interessante Daten mit: Von den aus diesem Zeitraume (Herbst 1866 bis Herbst 1876) in Betracht kommenden 196 Abiturienten haben über 180 derselben Ermittelungen stattfinden können. Von diesen haben 117 promovirt, 1 ist angehender Docent ohne promovirt zu haben, 8 haben das Examen pro fac. bestanden, 2 sind Lehrer ohne Examen pro fac., 8 sind im Examen begriffen, 10 sind Assistenten bei Universitätsprofessoren, 12 praktische Chemiker, 22 studiren noch. Von den 117 Doctoren haben promovirt: 76 auf preussischen, 41 auf ausserpreussischen, 113 auf deutschen, 4 auf ausserdeutschen Universitäten. Von den 34 Doctoren, die über den Grad ihrer Zeugnisse Angaben gemacht haben, sind 11 summa oder egregia oder insigni cum laude, 13 magna cum laude und 6 cum laude promovirt, unter den ersteren zwei Schüler des Prof. Hofmann, die in Berlin, und zwei andere desselben, die in Göttingen das Examen bestanden haben. Leider fehlen genaue Feststellungen über den Grad der Diplome; daher hat Dir. Steinbart an den Herrn Minister die Bitte gerichtet, die philosophischen Facultäten zu veranlassen, Zusammenstellungen dieser Art vorzunehmen. Dass von 158 (22 studiren bekanntlich noch) 117 zu Doctoren promovirt sind, ist eine Thatsache, die allein und in schlagender Weise die wissenschaftliche Befähigung der Realschulabiturienten zu beweisen im Stande ist, da ja der Doctorgrad nur auf Grund einer wissenschaftlichen Leistung ertheilt wird. Ferner sind unter den Abiturienten 11, welche entweder Docenten sind oder sich in Vorbereitung auf die Docentenlaufbahn befinden; unter ihnen Prof. Dr. Liebisch, jetzt an der Universität Breslau, der bis vor einem Jahre Privatdocent in Berlin war und sich mit dem Assistenten Dr. Brand und dem Assistenten Dr. Kurte mit Geh.-Rath Hofmann an derselben Universität befand. Noch mehr in die Augen springend ist die Statistik bezüglich der Assistenten, und

es muss als ein glänzendes Zeugniss für die Realschulabiturienten angesehen werden, dass über ein Viertel von ihnen solche Stellungen inne hatte oder noch hat. Und von diesen waren vier bei Prof. Hofmann und drei arbeiteten bei ihm als Assistenten, als er seine bekannte Rede hielt; es wird glaubwürdig versichert, dass er dies nicht gewusst habe. Was die zur praktischen Chemie übergegangenen 45 Abiturienten betrifft, so ist zu constatiren, dass 33 davon promovirt haben; 12 haben dies nicht gethan. Von 6 der letzteren ist bekannt, dass sie entweder selbst Fabrikbesitzer sind oder in sehr angesehenen Stellungen als technische Leiter grosser Fabriken oder dergl. sich befinden. Es bedarf dieser Anführung, um nicht den Glauben aufkommen zu lassen, als handle es sich hier um untüchtige Männer. Redner kam nun auf Grund dieser eingehenden Ermittelungen bezüglich der Chemie und Naturwissenschaften studirenden Realschulabiturienten zu folgenden Schlüssen:

1. Ein auffallend grosser Procentsatz hat promovirt; mehrere sind schon Universitätslehrer.
2. Die bei der Promotion erlangten Grade scheinen günstige zu sein.
3. Diejenigen, welche das Examen pro fac. doc. machten, haben bessere Resultate erreicht, als die Gymnasialabiturienten.
4. Es widmen sich dem Lehrfach etwa die Hälfte.
5. Ueber ein Viertel hatte oder hat Assistentenstellen inne.
6. Von den wenigen, die nicht ermittelt werden konnten, oder die noch studiren, können einige Veranlassung zu ungünstigen Erfahrungen gegeben haben; die Zahl der letzteren kann jedoch nur klein sein.

Das Urtheil des Prof. Hofmann sei demnach als ein unbegründetes und oberflächliches zu bezeichnen. Redner schloss seinen interessanten Vortrag mit den Worten: „Möge diese kleine Arbeit ermuthigend auf die Freunde wirken, möge sie den Gegnern Gelegenheit zur Information geben, möge sie aber auch zeigen, dass wir Manns genug sind, absprechende Urtheile, die ohne sachliche Begründung abgegeben werden, gebührend zurückzuweisen!" (Allseitiges lebhaftes Bravo.)

Im Anschluss an diesen Vortrag stellte Dir. Preime (Cassel) den Antrag: „Die Delegirtenversammlung des Allgemeinen deutschen Realschulmännervereins giebt ihrer Verwunderung über das absprechende Urtheil des Geh. Reg.-Raths Dr. Hofmann in Berlin bezüglich der Realschulabiturienten, das sich in der That als grundlos erwiesen hat, Ausdruck; sie spricht die Hoffnung aus, Herr Geh.-Rath Hofmann werde durch genauere Prüfung der Angelegenheit, erinnerlich des statistischen Materials, zu derselben Ueberzeugung kommen und sein Urtheil zurücknehmen."

Nach einer kurzen Debatte, in welcher besonders Abgeordneter Schmidt (Stettin) von der Fassung einer Resolution abrieth, da man dadurch dem Urtheil Hofmanns, das auch in Abgeordnetenkreisen Bedauern hervorgerufen, einen Werth beilege, den es gar nicht habe, und Dir. Schacht (Elberfeld) sich nur für den ersten Theil des Antrags ausgesprochen, wird auf den Antrag des Dir. Schwalbe (Berlin) eine motivirte Tagesordnung angenommen, in folgender Fassung: „In Erwägung, dass durch die Nachweisungen Steinbarts der Beweis für die Unrichtigkeiten Hofmanns bezüglich der Realschulabiturienten erbracht ist, und dass diese Ueberzeugung auch in weiteren Kreisen Platz gegriffen hat, sieht die Versammlung von der Abfassung einer Resolution ab."

Es folgte nunmehr laut der Tagesordnung die Besprechung des Themas „Der Staat und die Berechtigungen der Schule". Referent Dir. Friedländer (Hamburg); Correferent Dir. Krumme (Braun-

schweig). Beide Herren hatten ihre Anschauungen in Thesen niedergelegt, welche von ihnen in längeren Reden motivirt und erläutert wurden. Dieselben lauteten wie folgt: Der Delegirtentag des Allgemeinen deutschen Realschulmännervereins giebt folgenden Ueberzeugungen Ausdruck:

1. „Das öffentliche Interesse in Staat und Gesellschaft erheischt die Beibehaltung aller gegenwärtig in den höheren Schulen eingeführten Lehrgegenstände.“
2. „Hingegen macht die Rücksicht auf die geistige und sittliche Durchbildung unserer Jugend, auf die Erhaltung ihrer Arbeitsfreudigkeit auch nach der Schulzeit, und auf ihre Gesundheit nicht nur die Erhöhung der Anforderungen an den einzelnen undurchführbar, sondern fordert eher eine Verminderung des obligatorischen Lernstoffes für den Einzelnen. Diese Rücksicht verbietet es, die jetzt verschiedenen Schulformen zugewiesenen Lehrgegenstände in den Lehrplan einer einzigen Schule („Einheitsschule“) aufzunehmen.“
3. „Daher sind Schulen mit gleicher Lehrdauer und gleichen Aufgaben in Bezug auf die Grundlage für die allgemeine Bildung aber mit verschiedenen Lehrplänen unentbehrlich. Den immer mannigfaltiger hervortretenden staatlichen und gesellschaftlichen Bedürfnissen entsprechen im Wesentlichen die bestehenden Formen der Schulen mit neunjähriger Lehrdauer.“
4. „Eine wirksame Weiterentwickelung des höheren Schulwesens ist aber ohne erhebliche Aenderungen im Berechtigungswesen unmöglich. Die gegenwärtige Zutheilung der Berechtigungen an die Schulen ist weder mit der Gerechtigkeit, noch mit den Interessen des Staates und der Gesellschaft im Einklang.“
5. „Die Neuregelung des Berechtigungswesens erweist sich sonach immer mehr als nothwendig. Bis dieselbe auf Grund gesetzlicher Bestimmungen eintreten kann, erscheint es der Gerechtigkeit entsprechend, dass als weitere Folge der Gewährung des Studiums der Naturwissenschaften den Abiturienten der Realschule I. Ordnung die Zulassung zum Studium der Medicin nicht länger vorenthalten werde.“

Nachdem vorstehende Thesen nach längerer Discussion einstimmig en bloc zur Annahme gelangt waren, schloss der Vorsitzende Dir. Schauenburg die fünfte Delegirten-Versammlung mit den üblichen Schluss- und Dankesworten.

Uebersicht über die in Preussen gebrauchten geographischen Lehrmittel.

(Ergänzung zu XI, 185.)

In der von Hrn. Schlegel gegebenen Uebersicht über die in Preussen gebräuchlichsten mathematisch-naturwissenschaftlichen Schulbücher (XI, 185) war leider die Geographie nicht berücksichtigt. Wir füllen diese Lücke aus, indem wir eine diesbezügliche Zusammenstellung von Wolkenhauer-Bremen aus der Zeitschrift für wissenschaftliche Geographie abdrucken.

„Für den geographischen Unterricht sind nach dem vorliegenden Verzeichniss gegenwärtig an den preussischen Schulen 70 verschiedene Bücher — für Geschichte 109! — im Gebrauch, und zwar vertheilen sich diese so, dass auf die Atlanten 16, auf die Lehrbücher 54 kommen. Folgende Tabelle giebt die Titel der Atlanten nebst der Zahl der Anstalten, in denen dieselben eingeführt sind.

Zahl der Anstalten	Gymnasien	Realschulen	Titel
90	51	39	von Sydow, Schul-Atlas in 42 Karten. 4,60 M
44	24	20	Stieler, Schul-Atlas. 4 M
39	18	21	Lange, H., Neuer Volksschul-Atlas. 1 M
35	22	13	von Lichtenstern und Lange, Schul-Atlas, 7,20 M
16	11	5	Kiepert, R., Volksschul-Atlas. 1 M
15	11	4	Debes, E., Kleiner Schul-Atlas in 19 Karten. 0,60 M
13	10	3	Andree und Putzger, Gymnasial- und Realschul-Atlas. 3 M
8	5	3	Andree, R., Volksschul-Atlas. 1 M
6	5	1	Adami (H. Kiepert), Schul-Atlas in 26 Karten. 6 M
4	4	0	Kiepert, H., Kleiner Hand-Atlas in 16 Karten. 7,50 M

Ausser diesen sind noch eingeführt die Atlanten von Amthor und Isleib (in 2 Anstalten), Handtke (2), Isleib (1), Liebenow (2), Schade (2) und Sohr-Berghaus (1).

Von den 54 Lehrbüchern behandeln 5*) Lehrbücher die mathematische Geographie, die im Ganzen an 15*) Anstalten im Gebrauch sind; es sind dies die Bücher von Brettner (in 6 Anst.), Koppe (in 5 Anst.), Hoffmann (in 2 Anst.), Boymann (1 Anst.) und Wiegand (1 Anst.).

Von den 49 geographischen Lehrbüchern, die sich auf 622 Anstalten vertheilen — an vielen Anstalten sind für die unteren und oberen Classen 2 Bücher im Gebrauch, daher wohl die grosse Zahl 622 — sind 28 nur je an einer Anstalt im Gebrauch, 7 an zwei und nur 5 an mehr als 25 Lehranstalten; es sind dies die beiden Ausgaben von Daniel und die drei Seydlitzschen Bücher. Folgende Tabelle zeigt das Nähere:

Zahl der Anstalten	Gymnasien	Realschulen	Titel
264	164	95	Daniel, Leitfaden. 0,80 M
105	55	50	Daniel, Lehrbuch. 1,50 M
68	45	23	Seydlitz, Kleine Schulausgabe. 2 M
59	32	37	Seydlitz, Grössere Schulgeographie. 3,75 M
43	28	25	Seydlitz, Grundzüge. 0,75 M
25	13	12	Voigt, Leitfaden. 1,20 M
19	11	8	Pütz, Leitfaden. 1,20 M
19	18	1	Nieberding, Leitfaden. 0,80 M
5	3	2	v. Klöden, Leitfaden. 1,60 M
5	2	3	Hartmann, Leitfaden. 1 M
4	2	2	Pütz, Lehrbuch. 2,50 M
4	1	3	Grassmann und Griebel, Leitfaden. 0,40 M
4	4	—	Krosta, Leitfaden. 0,30 M
3	3	—	Götze, Geographische Repetitionen. 1,60 M

Wenn bei der Einführung und demgemäss Verbreitung eines Schulbuchs auch mancherlei Ursachen wirken, so ist doch gewiss aus der Qualität der meistverbreiteten Bücher ein Schluss auf die im Allgemeinen erreichte wissenschaftliche Höhe des Unterrichts in dem betreffenden Fache zu ziehen. Es wird nun Pflicht der Geographen sein, die in Fachzeitschriften geübte Kritik vorzugsweise auf die vergleichende Betrachtung der jetzt im thatsächlichen Gebrauche befindlichen Bücher zu richten. (Kettler, Zeitschrift für wissenschaftliche Geographie Bd. I. Heft 4.)"

[Bremen.] [Dr. W. Wolkenhauer.]

*) In der citirten Uebersicht von Schlegel sind die Zahlen 6 und 16 angegeben.
D. Red.

Böcke und Böckchen.*)

Proben aus dem mathematischen Unterrichte an Lehrerseminaren und Volksschulen.

IV.**)

Wir erhalten von Hr. Dr. B. in A. (Westfalen) folgende Lieferung von „Böcken" aus dem Opus eines königl. preuss. Seminarlehrers:

1) „Die Endpunkte gleicher gerader Linien fallen paarweise zusammen.
2) Winkel, deren Schenkel gleich geneigt oder gerichtet sind, sind gleich (damit aber auch congruent).
3) Der Kreis beschreibt geschoben einen Cylinder, das Quadrat geschoben einen Würfel.
4) Jeder Schnitt der Kugel ergiebt als Schnittflächen (!) congruente Kreise. (Wodurch geschnitten? D. Red.)
5) Alle Dreiecksconstructionen aus denselben drei zu Seiten geeigneten geraden Linien sind congruent.
6) Da im Quadrat immer die Grundlinie der Höhe gleich ist, so wird das Quadrat als Flächenmaass benutzt.
7) § 28 erinnert lebhaft an den bekannten § 11. Die Construction einer Parallele zu einer Geraden, auf der man gleich lange Lothe errichtet, durch deren Endpunkte die Parallele geht, ist ein besonderer Fall der Lösung.
8) Jeder Würfel enthält soviele Einheiten des angenommenen Cubikmaasses, als das Product aus der Zahl der entsprechenden Quadratmaasseinheiten, die eine Grenzfläche hat, und aus der Zahl der entsprechenden Längenmaasseinheiten, die eine Kante hat, angiebt."

Unser Gewährsmann fügt hinzu:

Diese Mustersammlung von mathematisch und sprachlich incorrecten Sätzen liesse sich noch bedeutend vermehren; dieselbe ist einem Büchlein entnommen, das dienen soll „als Vorstufe des geometrischen Unterrichts an gehobenen Lehranstalten jeder Art" und zum Verfasser hat Dr. Ernst Kuhn, ersten Lehrer am königl. Schullehrer-Seminar zu Petershagen a. d. Weser. Man muss sich wundern, dass sich für solches Machwerk noch ein Verleger findet, oder hofft Herr Carl Habel, Berlin, darauf, dass das königl. Provinzial-Schulcollegium die Einführung des Buches wenigstens in Petershagen gestattet?

Preisausschreibungen.

I. Von einem schönen Idealismus und reiner Humanität beseelt, beschloss Herr Julius Gillis in St. Petersburg eine Preisbewerbung zu veranstalten, und gleichgesinnte philosophisch durchgebildete Männer zu veranlassen, eine Popularisirung des wichtigen Lehrsatzes Kants von der Idealität von Zeit und Raum zu versuchen. Er setzt deshalb Tausend Gulden öst. Währung als Preis aus für die beste Beantwortung der untenstehenden Fragen, welche nur dazu dienen sollen, die Richtung und den Inhalt des gewünschten, populär-philosophischen Werkes anzudeuten. Obiger Betrag wurde bereits zu diesem Zwecke bei der Credit-Anstalt für

---

*) Der Ausdruck „Böcke" ist vielleicht Manchem zu stark, aber er empfiehlt sich durch seine Kürze. Um jedoch auch nervenschwachen Naturen eine Concession zu machen, haben wir noch das Deminutivum hinzugesetzt, wodurch wir auch den zarteren Mitgliedern dieser Species Aufnahme gewähren. D. Red.

**) Siehe Art. I. und II. in XI, 411 und 479; Art. III. d. Jahrg. S. 237. D. Red.

Handel und Gewerbe in Wien deponirt. Jeder, dem es bereits zur Ueberzeugung geworden, dass es für die gegenwärtige europäische Menschheit keine wichtigere geistige Aufgabe geben kann, als die: dem immer mehr in allen Schichten sich ausbreitenden Materialismus gegenüber die idealistische Richtung Kants zur Geltung zu bringen, sie durch Mittheilung zu einem Einflusse, einer Macht in der Wirklichkeit zu gestalten — Jeder so Gesinnte wird mit Freuden den Anstoss begrüssen, mit welchem ein Privatmann im russischen Reiche die Thätigkeit der Deutschen auf diesem Felde in Fluss zu bringen bestrebt ist. Thema der Arbeit sei also eine genaue und allen Gebildeten verständliche Darstellung der wichtigen und folgenreichen Lehre Kants von der Idealität von Zeit und Raum. Ausgeschlossen seien dabei alle nur für Gelehrte Werth habende philologische Forschungen über den Ursprung dieser Lehre; ausgeschlossen ferner die Anwendung fremder Sprachen in Citaten und im Text, sowohl als ein schwülstiger, schwer verständlicher Styl. Da diese Arbeit den Nutzen haben soll, allen denen, die nach einer ernsteren und tieferen Lebensauffassung verlangen, als sie die materialistischen Lehren geben können, eine klare und vollkommene Einsicht zu verschaffen, sowohl in das Wesen der Lehre selbst, als in die Consequenzen, die daraus hervorgehen, so ist erforderlich:

1. Die Punkte hervorzuheben und zu verdeutlichen, wo die materialistische Weltanschauung nicht mehr genügt;
2. die Lehre von der Idealität von Zeit und Raum selbst klar und mit einleuchtenden Beweisen darzustellen;
3. zu entwickeln, welche Fortschritte in dieser Lehre enthalten sind, und zu welchen Resultaten des Denkens und der Sittlichkeit sie hinleitet. Erklärt werde hierbei die Lehre Kants vom Zusammenbestehen der Freiheit mit der Nothwendigkeit, sowie die vom empirischen und intelligibeln Charakter.

Die Arbeit soll nicht weniger als zehn Druckbogen umfassen, weil sie in noch geringerem Umfange zu wenig eingehend sein müsste; sie soll aber auch nicht über zwanzig Druckbogen ergeben, weil es mehr auf Klarheit und Eindringlichkeit der Darstellung, als auf Weitläufigkeit abgesehen ist. In Anbetracht, dass das populär-philosophische Werk: Mehr Licht! Die Hauptsätze Kants und Schopenhauers in allgemein verständlicher Darlegung von E. Last (4. Auflage, 1880. Theobald Grieben, Berlin), die Veranlassung geworden ist, den Plan zu dieser Preisausschreibung in das Leben zu rufen, wird Herr Albert Last, Leiter des Literatur-Institutes in Wien, I. Kohlmarkt 7, ausdrücklich mit der Ausführung dieser Angelegenheit beauftragt, daher etwaige Anfragen über nähere Auskünfte an ihn zu richten sind. Es habe demnach die Einsendung von Arbeiten, die sich um den Preis des Herrn Gillis bewerben, bis zum 1. Juli des Jahres 1882 an das genannte Literatur-Institut von E. Last in Wien zu erfolgen, und zwar unter Beigabe eines verschlossenen Couverts, welches Namen und Adresse des Verfassers enthält. Auf das Couvert ist ein Motto zu setzen, welches auch auf dem Manuscripte anzubringen ist. Die eingelangten Arbeiten werden den erwählten Preisrichtern*) übergeben, welche der besten Arbeit den Preis zuerkennen. Das preisgekrönte Werk bleibt Eigenthum des Verfassers. Falls derselbe es nicht vorziehen sollte, sein Werk einer Verlagsfirma gegen entsprechendes Honorar zu übergeben, erklärt sich Herr Julius Gillis bereit, die Kosten für die Drucklegung des Buches vorzustrecken, indess der ganze Reingewinn dem Autor verbleiben soll.

---

*) Diese sind nachträglich erst bekannt gegeben worden: Die Professoren Laas in Strassburg, Wundt und Heinze in Leipzig.

II. Preisausschreiben der königlichen Akademie der Wissenschaften zu Turin für den dritten Bressaschen Preis.

Die k. Akademie der Wissenschaften zu Turin macht hiermit, den testamentarischen Willensbestimmungen des Dr. Cäsar Alexander Bressa und dem am 7. December 1876 veröffentlichten diesbezüglichen Programme gemäss, bekannt, dass mit dem 31. December 1880 der Concurs für die im Laufe des Quadrienniums 1877—1880 abgefassten wissenschaftlichen Werke und in diesem Zeitraume geleisteten Erfindungen, zu welchem nur italienische Gelehrte und Erfinder berufen waren, geschlossen worden ist.

Zugleich erinnert die genannte Akademie, dass vom 1. Januar 1879 an der Concurs für den dritten Bressaschen Preis eröffnet ist, zu welchem, dem Willen des Stifters entsprechend, die Gelehrten und Erfinder aller Nationen zugelassen sein werden.

Dieser Concurs wird bestimmt sein den Gelehrten oder Erfinder beliebiger Nationalität zu belohnen, der im Laufe des Quadrienniums 1879—82 „nach dem Urtheile der Akademie der Wissenschaften in Turin, die wichtigste und nützlichste Erfindung gethan, oder das gediegenste Werk veröffentlicht haben wird auf dem Gebiete der physikalischen und experimentalen Wissenschaften, der Naturgeschichte, der reinen und angewandten Mathematik, der Chemie, der Physiologie und der Pathologie, ohne die Geologie, die Geschichte, die Geographie und die Statistik auszuschliessen."

Der Concurs wird mit dem 31. December 1881 geschlossen sein.

Die zum Preise bestimmte Summe wird 12,000 (zwölftausend) Lire betragen.

Keinem der, sei es in Turin oder ausserhalb dieser Stadt, ansässigen inländischen Mitgliedern der Turiner Akademie wird der Preis zuerkannt werden können.

Der Präsident:
E. Ricotti.

Der Secretär der Classe für physikalische und mathematische Wissenschaften
A. Sobrero.

Der Secretär der Classe für ethische, historische und philologische Wissenschaften
Caspar Gorresio.

Einladung zur Naturforscher-Versammlung in Salzburg.

An die verehrlichen Herren Fachgenossen.

Von den Geschäftsführern der vom 18.—24. September d. J. hier tagenden Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte mit der Function eines Einführenden für die Section für mathem. und naturw. Unterricht betraut, beehre ich mich, hiervon mit dem ergebenen Ersuchen Mittheilung zu machen, Anmeldungen von in dieser Section etwa zu haltenden Vorträgen möglichst bald anher gelangen lassen zu wollen*).

Salzburg, Ende Mai 1881. Dr. H. Pick, k. k. Gymn.-Dir.

Nachschrift der Redaction zu dieser Einladung. Mit Rücksicht auf unsere — von der Gesammtheit der Fachgenossen leider viel zu wenig unterstützten — Anträge und daraus hervorgegangenen Kämpfe machen wir wiederholt darauf aufmerksam**), dass, so lange nicht entweder

*) Wir bitten um einen Bericht über die event. Verhandlungen. D. Red.

**) Man sehe ds. Jahrg. Hft. 2, S. 166 und die Citate Hft. 1, S. 7.

der Termin der Naturforscherversammlung oder die Ferienordnung in Oesterreich und Deutschland geändert wird, eine solche Einladung wenig Erfolg haben kann, da in Oesterreich der Anfang des Schuljahres in der Regel auf den 15. September fällt, und in Deutschland, besonders im Norden, die Michaelis-Examina mit der Versammlungszeit collidiren; beim Beginn des Schuljahres aber nach einer zweimonatlichen Ferienzeit (in Oesterreich) oder während der Examina (Deutschland) Urlaub nehmen, ist eine ebenso schwer zu stellende wie schwer erfüllbare Bitte. Gleichwohl wünschen wir, dass diese Section, die, wie schon oft gesagt, für die Fachgenossen die fruchtbringendste sein könnte, bei ihrem Siechthum wenigstens nicht eingehe und dass namentlich die Collegen aus Süddeutschland, wo, irren wir nicht, die Ferien günstiger liegen, bei der Anziehungskraft des Versammlungsortes die Naturforscherversammlung in dem schönen Salzburg recht zahlreich besuchen möchten.

---

64. Jahresversammlung der Schweizerischen naturforschenden Gesellschaft in Aarau.

Wir erhielten folgende Einladung:

Hochgeehrter Herr! Schon im Sommer 1879 hatte das damalige Central-Comité für die nächstjährige Versammlung neben Brieg auch Aarau in's Auge gefasst, und in der letztjährigen Versammlung in Brieg wurde alsdann unsere Stadt zum Festorte für die Versammlung im Jahre 1881 erkoren. Zum vierten Male wird Aarau die Ehre haben, die Mitglieder der hochverdienten Gesellschaft bei sich vereinigt zu sehen, und wir hoffen, dass bei der ziemlich centralen Lage Aaraus eine recht grosse Zahl von Mitgliedern aus allen Gauen unseres theuren Vaterlandes, viele von unsern im Auslande lebenden Mitgliedern, und auch auswärtige Gäste sich bei uns einfinden werden. An Sammlungen und wissenschaftlichen Anstalten bietet Aarau weniger dar, als unsere grösseren Schweizerstädte; um so mehr sind aber die Theilnehmer auf Bethätigung in den allgemeinen Versammlungen und in den Sectionssitzungen angewiesen, und wir hoffen daher, dass auch diesmal wieder der Zweck unserer Jahresversammlungen erreicht werde. Wir werden unser Möglichstes thun, um sowohl die wissenschaftlichen Ziele im Auge zu behalten, als auch in den Vereinigungen ausserhalb der Sitzungssäle unseren werthen Gästen Gelegenheit zu geben, alte Bande der Freundschaft unter den Mitgliedern aufzufrischen und neue zu knüpfen.

Wir beabsichtigen dieses Jahr einem schon früher von Lehrern an Mittelschulen geäusserten Wunsche Folge zu geben, indem wir den Versuch machen werden, den bisherigen Sectionen eine neue Section für „Fachlehrer der Naturwissenschaften“ anzureihen*).

Das Programm für die Versammlung von 1881, insoweit es die wissenschaftliche Bethätigung betrifft, haben wir wie folgt festgesetzt:

Sonntag, 7. August. Nachmittags 5 Uhr: Sitzung der vorberathenden Commission im Conferenzzimmer des Gemeindeschulhauses. Von Nachmittags 3 Uhr an Empfang der ankommenden Gäste. Ausgabe des Specialprogrammes und der Festkarten im Gemeindeschulhause (nahe beim Bahnhofe). Abends 8 Uhr Collation, zu welcher die verehrl. Gäste eingeladen sind.

Montag, 8. August. Morgens 9 Uhr: Erste allgemeine Versammlung.

Dienstag, 9. August. Morgens 8 Uhr: Sectionssitzungen.

Mittwoch, 10. August. Morgens 8 Uhr: Zweite allgemeine Versammlung.

---

*) Wir bitten um einen Bericht über die Verhandlungen dieser Section. D. Red.

Nach dem officiellen Schlusse der Versammlung geologische und botanisch-zoologische Excursionen.

Ueber die Verwendung der freien Zeit zu geselligen Zwecken wird das Specialprogramm Auskunft geben. Die Mittheilung, dass Sie unsere Versammlung besuchen wollen und ob Sie Privatlogis wünschen, ersuchen wir Sie, spätestens bis zum 20. Juli dem Präsidenten des Quartier-Comités Herrn H. Zchokke-Bodmer zugehen zu lassen. Es ist in Bezug auf beide Arten der Quartiere bei den hiesigen Localverhältnissen durchaus nöthig, dass wir rechtzeitig die approximative Anzahl der Gäste kennen.

Damit der Hauptzweck unserer Versammlung erreicht werde, ist aber vor Allem nöthig, dass zahlreiche Vorträge und Mittheilungen für die beiden Hauptversammlungen und die Sectionssitzungen bereit gehalten werden, und wir können daher nicht angelegentlich genug Allen, die im Falle sind, hiezu beizutragen, anempfehlen, unsere Bemühungen durch ihre directe Bethätigung zu unterstützen. Anmeldungen von Vorträgen (wenn möglich auch für die Section der Fachlehrer) wollen Sie gef. bis 20. Juli an Herrn Prof. Dr. Suter richten.

So laden wir Sie denn herzlich ein, an der 64. Versammlung in Aarau Theil nehmen zu wollen.

Mit Hochachtung.

Aarau, im Mai 1881.

Der Jahresvorstand von 1881:

Prof. F. Mühlberg, Präsident. Prof. Dr. Suter, Actuar.
E. Tanner, Stadtammann, Vicepräsident. Dr. H. Custer, corresp. Secretär.

Bei der Redaction eingelaufen.

Im Mai.

Wundt, Grundzüge der physiologischen Psychologie. 2 Bde. 2. Aufl. Leipzig, W. Engelmann 1880.

Krebs, Leitfaden der Experimentalphysik für Gymnasien u. zur Selbstbelehrung. Wiesbaden, Bergmann 1881.

(7. V. 81.)

Neue Werke.

Schmeisser, Die Analysis für Jünger und Freunde der Mathematik, mit Rücksicht auf das Selbststudium bearb. Querfurt, 1881. Verl. des Verf.

Unverzagt, Ueber die Grundlagen der Rechnung mit Quaternionen. Wiesbaden, Kreidel. 1881.

Fortsetzungen.

Sinram, Aufgaben aus der Arithmetik u. Algebra, methodisch geordnete Sammlung von mehr als 12 500 Aufg. nebst Auflösungen. 3. Theil. Hamburg, Meissner. 1881.

Der Beobachter, allgemeine Anleitung zu Beobachtungen über Land u. Leute für Touristen, Excursionisten u. Forschungsreisende etc. von Kaltbrunner. 2. Lief. Zürich, Wurster u. Co. 1881.

Neue Auflagen.

Bremiker, Logarithmisch-trigonom. Tafeln mit sechs Decimalstellen mit besonderer Rücksicht auf den Schulgebrauch bearb. 8. Stereotypausgabe. Berlin, Nicolai. 1881.

Spitz, Lehrbuch der ebenen Polygonometrie nebst Beispielen und Uebungsaufgaben etc. 2. verb. Aufl. Leipzig-Heidelberg, Winter. 1881.

Plüss, Leitfaden der Weltgeschichte. 2. verm. u. verb. Aufl. Freiburg in B., Herder. 1881.

Zeitschriften.

Central-Organ IX, 4.
Päd. Archiv XXIII, 4 u. 7.
Zeitschr. f. Realschulwesen VI, 4.
Blätter f. bayer. Gymnasialschulwesen VII, 3.
Zeitschr. f. Schulgeographie II, 4.

(1. VI. 81.)

Neue Auflagen.

Gandtner, Elemente d. analyt. Geometrie. 5. Aufl. Herausg. von E. Gruhl. Berlin, Weidmann 81.

Worpitzky, Elemente d. Mathematik. 2. Aufl. I. Hft. (Arithmetik). ib. 81.

Leuckart, die Parasiten des Menschen und die von ihnen herrührenden Krankheiten. 2. Aufl. I. Bd. 2. Lief. (S. 337—856) Leipzig-Heidelberg, Winter 1881.

Neue Werke (1. Auflage).

Suchsland, Systemat. Entwicklung der gesammten Algebra. I. Th. (die vier Species). Stolp, Schrader 81.

Kleyer, Vollständig gelöste Aufgabensammlung (mit Antworten oder Lösungen daneben!!). Stuttgart, Meier 1881.

Wilbrand, Ziel und Methode des chemischen Unterrichts. Hildesheim, Lax 81.

Hoffmann, Thier-Psychologie. Stuttgart, Ebener 81.

Wolf's naturwissenschaftlich-mathematisches Vademecum. (Catalog No. VIII der Kössling'schen Buchhandlung.)

Zeitschriften:

Päd. Archiv XXIII, 5.
Zeitschr. f. Realschulwesen VI, 5.
Blätter f. das bayer. Gymnasialwesen XVII, 4.
Revue de l'instruction publique en Belgique XXIV, 2.

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

1) Um die für unsere Fachgenossen so tief zu beklagende „Ueberproduction“ (s. Hft. 1. S. 4) ziffernmässig nachzuweisen, ist nöthig:

a) Die Anzahl der jährlich absolvirten resp. examinirten Lehramtscandidaten in jedem Lande des deutschen Reichs (resp. jeder preussischen Provinz). Diese Zahl dürfte nicht schwer zu erlangen sein (für Preussen aus dem Centralblatt f. d. U.-W.).

b) Die Anzahl der Lehrstellen für Mathematik und Naturwissenschaften (inclus. Geographie) überhaupt und die wahrscheinliche Anzahl der Vacanzen pr. Jahr. Diese Zahl aber ist weit schwieriger zu erlangen, da in der uns am nächsten liegenden Quelle, dem „statistischen Jahrbuche der höheren Schulen Deutschlands etc.“ (Leipzig b. Teubner) leider bei den einzelnen Schulen nicht durchgängig angegeben ist, wie viele Lehrer der Math. u. Naturw. eine Schule zählt, wie es z. B. im öster. Schulkalender durch eine kurze Bezeichnung geschieht (s. XI., 59 sub III).

Die Vacanzen aber (inclus. Neugründungen von Lehrstellen) sind nun vollends variabel. Wir suchen deshalb für jeden Staat des deutschen Reichs einen „Zähler", welcher uns die Anzahl der betr. Lehrstellen und womöglich auch die wahrscheinliche resp. erfahrungsmässige Anzahl der Vacanzen möglichst genau angiebt. Offerten werden gern entgegengenommen.

2) Ein Herr aus Köln schreibt uns: „Im Allgemeinen ist Ihre Zeitschrift hier wenig gekannt. Ich glaube die meisten Fachlehrer kennen dieselbe nicht." Dies scheint uns nach dem im spec. Briefkasten angeführten Vorfalle (dass ein Lehrer ein bereits in unserer Zeitung besser behandeltes Thema im „Archiv" nochmals aufwärmt) nicht unwahr zu sein und wir ersuchen daher die Herren Fachgenossen um Mittheilung ob und warum das ist. Die gen. „Fachlehrer" können doch wohl nur junge oder dem Volksschullehrerstande angehörige Leute sein; für ältere Lehrer ist diese Unbekanntschaft geradezu unmöglich, falls sie sich überhaupt um literar. Erscheinungen bekümmern. Denn die „Mittheilungen der Verlagshandlung von B. G. Teubner", welche den Inhalt der einzelnen Hefte der Zeitschrift speziell angeben, werden an das Lehrerpersonal **aller** Gymnasien, Realschulen, höherer Bürgerschulen u. s. w. zu je 6—25 Exemplaren für jede Anstalt gratis direct p. Post versendet.

3) Wiederholt muss bemerkt werden, dass Manuscripte nur zurückgegesandt werden können, wenn die Verf. die nöthigen Briefmarken (20 ₰) einsenden.

B. Specieller.

Den Herren Dr. G. i. L. Lös. von 146. — Dr. K. i. Br. Programm und Aufl. zu 128. 136. 145 und vier neue Aufg. — Prof. M. i. M. Recension von M. Gr. d. Ph. erh. Doch gar zu eng und klein geschr. Augenpulver! — Z. i. Br. Ihr Aufsatz würde der Berechnung nach 61 (einundsechzig) Druckseiten geben, also beinahe ein ganzes Heft füllen! Vide Briefkasten XI_6, 508 und besonders XI_3, 252 sub 3). — P. F. i. D. Die uns zugesandte berühmte Programmarbeit „Das Deltoid, eine geometrische Studie" wurde dem sächs. Programm-Refer. überwiesen. Es ist freilich schlimm, wenn ein Realschullehrer und Dr. ph. eine solche „Secundanerarbeit" eine „geometrische Studie" nennt. Es ist dies aber ein trefflicher Fingerzeig für jene Fachgenossen, welche nicht glauben wollen, dass die „Programmschau" auch einen Nutzen hat, nämlich einen culturgeschichtlichen. Um aber gerecht zu sein, müssen wir dem Hr. Verf. allerdings zugeben resp. bestätigen, dass das „Deltoid" in den Lehrbüchern d. Geom. bis jetzt eine höchst stiefmütterliche Behandlung erfahren hat. (Vergl. unsere Vorschule d. Geom. § 40.)

Hr. Dr. K. in B. Ihre „Beiträge zum Uebel des mathem. Seminar- und Volksschulunterrichts" erhalten. Sehr hübsch! Wann wird endlich diese Misère verschwinden? Doch nur erst dann, wenn die Schulräthe und Schulinspectoren, denen die Seminare unterstehen, ihre Schuldigkeit auch nach dieser Richtung, in der sie vielleicht wenig Interesse und Verständniss besitzen, thun werden. — Hr. A. F. in K. „Zum Unterrichte in der Electricitätslehre." Wird verwendet. — Hr. Dr. D. in V. „Zur Frage der Determinanten." Nun wollen wir bald dieses Capitel schliessen. Die Leser sind ja doch nun informirt! — Hr. Dr. O. St. in K. „Zur Benennung der Winkelpaare." Wäre ein passendes Thema für einen deutschen Mathematiklehrer-Congress. Die mathem.-natw. Sectionen der Philologen-Versammlungen sind immer zu „local" oder mindestens „provinzial". — Hr. Dr. B. in D. Broschüre (Programm?): „Ueber Polar-Umhüllungscurven" mit Rücksicht auf Schlömilchs Aufgabe XI_4, 272 ff. Gehört als „Programm" dem Programmschauer. — Hrn. Prof. Dr. A. in P. Ihr Wunsch ist, wie Sie sehen, erfüllt.

Herren Dr. B. in L. Aufgabe (resp. z. bew. Lehrs.). — H. v. J. in M.

Aufl. d. Aufg. 152. — C. i. W. Aufl. zu 145. — P. St. i. G. „Reihenfolge der Congruenzsätze"? Ja, es wäre recht wünschenswerth, wenn auch hier endlich eine Einigung erzielt würde. Aber wie? Doch nicht etwa in den localen Sectionen der Philologen- oder Naturf.-Versammlung? Nur ein nach Art des deutschen „Lehrertags" constituirter und organisirter Mathematiklehrer-Congress mit Abgeordneten aus allen Ländern resp. Provinzen dürfte hierüber so wie über vieles Andere durch seine Autorität entscheiden.

Verspätet eingelaufen.

Dr. G. i. H. v. d. H. Artikel „über die Wirkungsweise der versch. Massentheilchen eines phys. Pendels". — Dr. B. i. A. Fortsetzung der „Warnungstafel" (Böcke). Besten Dank für den Wink bezügl. des Nachweises der „Ueberproduction" (XII, 4). Dass „massenhaft" producirt wird*), ist sehr ungünstig, dass aber auch „schlecht" producirt wird, ist sehr zu bedauern. Könnten da nicht die „Candidaten" die freie Zeit noch für einen „pädagogischen Cursus" verwenden? Aber wo? An den Universitäten giebt es ja hierzu keine Uebungsschulen und Lehrmeister. — Prof. Dr. B. H. i. Gr. Bew. zu Satz XII, 111 no. 152 und Bem. zu Reidts Aufs. VII, Heft 1. — Dr. B. i. Asch. Ad Ihlenburg XI, 333. — Prof. E. i. M. Aufl. der Aufg. No. 119—120 von Ihrem Sohne erhalten. — H. M. i. N. Ihr freundliches Anerbieten die Programmschau für die Provinz Sachsen und Thüringen zu übernehmen ergreifen wir dankbar. — Hr. v. Sch. i. S. Es ist allerdings zu bedauern, wenn Ihr Nachbar, unser Namensvetter, die „Hoffmannsche Zeitschrift" nicht kennt, und im „Archiv für Mathematik" das Thema „Auflösung der trinomischen Gleichungen durch kettenbruchähnl. Algor." behandelt, welches unser geehrter Mitarbeiter Dr. G. (XI, 68) und Sie (XI, 264 u. f.) weit gründlicher bearbeitet haben! Das hätte doch aber die Redaction des „Archivs" bei der Aufnahme des Artikels bedenken sollen; denn das „Archiv" erhebt die Prätension eine „wissenschaftliche" Zeitschrift zu sein, während unsere Zeitschrift nur eine „didaktische" sein will! — Vorst. d. allgemeinen Schleswig-Holst. Lehrervereins i. F. Hr. L. dort: Ihrer Einladung, einen Vortrag „über die Mängel des math. Unterrichts an Seminaren und Volksschulen" zu halten, würden wir gerne nachkommen, wenn uns z. Z. nicht der Raum so sehr trennte. Lesen sie unterdess die betr. Artikel in unserer Zeitschrift recht fleissig!

---

*) Hierüber werden wir im nächsten Hefte einige ziffernmässige Belege bringen.
D. Red.

Das graphische Rechnen, seine Entwickelung seit Culmann und sein Verhältniss zur Schule.

Von Prof. Guido Hauck in Berlin.

Es ist eine nur zu häufig beobachtete Erscheinung, dass alles Neue — sei es nun nach Stoff oder nach Methode neu — zu Anfang entweder verkannt oder überschätzt wird, und dass es oft einer längeren Zeit bedarf, bis es möglich ist, einen klaren Ueberblick über die Tragweite und die Bedeutung des neuen Elementes zu gewinnen. Findet der Fall der Ueberschätzung statt, so veranlasst die durch den ersten Enthusiasmus geschaffene künstliche Hausse nicht selten ein Ueberschäumen, welches den Strom der Entwickelung in neue, ursprünglich nicht beabsichtigte Bahnen lenkt, und es dauert dann immer längere Zeit, bis wieder Ruhe und Stetigkeit im Entwickelungslauf eintritt und eine objective Beurtheilung des Zieles der Entwickelung möglich wird.

Aehnlich verhält es sich mit der Entwickelung des sogen. „graphischen Rechnens" (*„graphische Arithmetik"*, *„graphischer Calcül"*, *„Arithmographie"*).

Der gleich zu Anfang erhobene Anspruch auf Uebernahme des *graphischen Rechnens* in den Schulunterricht wird auch heute noch vielfach wiederholt. Der von dieser Disciplin umfasste Stoff ist aber in der Zwischenzeit enorm angewachsen und es machen sich heute verschiedene Richtungen geltend, nach welchen die Ziele derselben auseinanderlaufen.

Es dürfte deshalb — nachdem nunmehr eine gewisse Stetigkeit in der Entwickelung eingetreten und eine objective Würdigung der Ziele dieses Zweiges der Wissenschaft möglich geworden ist — eine nähere Betrachtung jenes Entwickelungsganges und, daran anknüpfend, eine kurze Erörterung über die

Frage der Einführung der in Rede stehenden Disciplin in den Schulunterricht von einigem Interesse sein. —

Sieht man von der graphischen Behandlung von Einzelproblemen, die ja zu jeder Zeit vertreten war, ab, so ist als der eigentliche Urheber der neuen Disciplin des *graph. Rechnens* *Cousinery* zu nennen. Indessen ist es erst *Culmann*, der ihr geistiges Leben einzuhauchen gewusst hat. *Cousinerys „Calcul par le trait“* *) war fast vollständig vergessen, als ihn *Culmann* wieder ans Licht zog, indem er ihn als die Quelle bezeichnete, der er für den I. Abschnitt seiner *„graphischen Statik“* **) „vieles entnommen“ habe.

Es ist im Wesen der in Rede stehenden Disciplin begründet, dass einerseits ein die praktischen Bedürfnisse der Technik und der angewandten Naturwissenschaften missachtendes Theoretisiren sich als gänzlich unfruchtbar für dieselbe erweisen musste, dass aber andererseits ohne eine vollkommene Durchdringung des gesammten Gebietes der theoretischen Mathematik eine erfolgreiche Förderung fast noch weniger möglich erschien. Nur einem Geiste von so reicher universeller Bildung wie *Culmann*, bei dem sich technisches und mathematisches Denken und Wissen so innig durchdrangen, konnte es gelingen, mit Benutzung der vorhandenen Samenkörner einen so prächtigen Garten zu pflanzen, wie er uns in seiner *graphischen Statik* erblüht ist.

Indem ich nur mit Widerstreben den Wunsch unterdrücke, das Gesammtwerk zum Gegenstande der Besprechung zu machen, beschränke ich mich hier auf den blossen I. Abschnitt, in welchem *Culmann* als *„graphisches Rechnen“* „gewisse allgemeine geometrische Begriffe und Constructionen, die bei allen Aufgaben wiederkehren und die auch ausserhalb der Ingenieurschule mannigfache Anwendungen finden“, vorausschickt und daran die Bemerkung knüpft: dieser allgemeine Theil „wird und muss sich ausdehnen, sowie die graphischen Methoden weiteren Eingang finden; dann aber wird sie der Behandlung durch den speciellen Fachmann entschlüpfen, und sie muss durch den

*) *Cousinery, „Le calcul par le trait“.* (Paris 1838.)

**) *Culmann, „Die graphische Statik“.* (Zürich, Meyer & Zeller. Erste Lieferung der I. Aufl. 1864, Gesammtwerk 1866, II. Aufl. 1. Bd. 1875.)

Geometer (und den Mechaniker) zu einem eigenem Ganzen ausgebildet werden, das sich zur neueren Geometrie verhält wie die analytische Mechanik zur höheren Analysis."

Die in diesen Worten enthaltene Aufmunterung an die Geometer verfehlte nicht ihre Wirkung. In rascher Folge erschienen die Publicationen*), welche eine Weiterentwickelung des *graphischen Rechnens* sei es nach Stoff oder nach Methode bezweckten und eine immer weitere Ausdehnung des von der neuen Disciplin umfassten Gebietes bewirkten.

Freilich erfolgte diese Ausdehnung nach ganz anderen Richtungen und in ganz anderem Sinne, als es von *Culmann* in den citirten Worten vorgezeichnet oder vorgedacht war. Namentlich fand gerade das specifisch Neue in *Culmanns* Behandlung, nämlich die Idee, die Anschauungen der *neueren Geometrie* für den vorliegenden Zweck nutzbar zu machen, ein verschwindend geringes Verständniss. Selbst das einfache Grundprincip der neueren Geometrie, welches bei der Betrachtung der Strecken ausser Lage und Grösse auch noch das Element der Richtung zur Geltung bringt, wurde in seiner absoluten Nothwendigkeit nur wenig erfasst. Von sämmtlichen Autoren war es eigentlich nur *Cremona*, der das von *Culmann* aufgestellte Programm ganz in *Culmanns* Geiste erfasst hatte und weiter auszuführen bemüht war.

Werfen wir einen kurzen Blick auf den von der *graphischen Arithmetik* heute umfassten Stoff!

In der I. Aufl. des *Culmann*'schen Werkes begegnen wir zunächst folgendem Inhalte: Princip der Zeichen zum Ausdruck der Richtung. Graphische Addition und Subtraction von nach

*) Von denselben seien hier folgende erwähnt: *Stamm*, *„Sul calcolo grafico dei polinomi intieri e razionale"*. (Rendiconti del Reale Instituto Lombardo, Fasc. VI, Milano 1864.) — *Eggers*, *„Grundzüge einer graphischen Arithmetik"*. (Schaffhausen, Brodtmann, 1865.) — *Jäger*, *„Das graphische Rechnen"*. (Speyer, Kleeberger, 1867.) — *v. Ott*, *„Die Grundzüge des graphischen Rechnens und der graphischen Statik"*. (Prag, Calve, I. Aufl. 1870. IV. gänzl. umgearb. Aufl. 1. Thl: *„Das graph. Rechnen"*, 1879.) — *Reuleaux*, *„Der Constructeur"*. III. Aufl. S. 70 u. ff. (Braunschweig, Vieweg & S., 1872.) — *Cremona*, *„Elemente des graphischen Calcüls"* (1873). Deutsche Ausg. von *M. Curtze*. (Leipzig, Quandt & Händel, 1876.)

Länge und Richtung gegebenen Strecken („Parallelogramm der Strecken“). Multiplication und Division von Strecken mit Verhältnissen. Potenziren und Radiciren von Verhältnissen. Multiplication von Strecken mit Strecken. — Verwandlung der Flächen, Rectification. Berechnung von Auf- und Abtragsprofilen. Theorie des *Amsler*schen Planimeters, Princip der Vorzeichen für Flächen. — Darstellung der Kubikinhalte durch Linien. Verwandlung und Inhaltsbestimmung von Körpern, regelmässige und unregelmässige Abtragskörper. Bestimmung des Kubikinhalts aus Horizontalcurven und aus cotirten Plänen. Das *Bruckner*sche Massennivellement.

Zu diesem Stoffe wurden dann mit der Zeit noch folgende Gegenstände hinzugefügt: Construction von ganzen rationalen Polynomen. Graph. Summirung von Reihen. Darstellung der Functionen durch Curven und Flächen. Graph. Interpolation. Graph. Auflösung höherer Gleichungen. — Graph. Differentiation und Integration. — Theorie des logarithm. Rechenschiebers. Logarithm. Rechentafel. Allgem. graph. Tafeln mit 2 Argumenten. — Schwerpunktbestimmungen. U. a.

Es wird sich nicht leugnen lassen, dass es ein etwas buntes Gemisch ist, das hier „aus Süden und aus Norden zusammengeschneit und geblasen worden“, und es dürfte die Frage nicht ungerechtfertigt erscheinen, ob denn das graphische Banner wirklich im Stande ist, „diese gestückelten Herresmassen zusammenzufügen und zu passen“.

Man möchte wohl versucht sein, diese Frage zu verneinen, wenn man in Betracht zieht, welche Inconsequenzen und Widersprüche bezüglich der vorausgesetzten Vorkenntnisse das heutige Gesammt-Lehrgebäude des *graph. Rechnens* thatsächlich in sich schliesst, und ferner: welches Missverhältniss besteht zwischen dem eigentlichen Lehrstoff des graph. Rechnens und den Einleitungen, die den einzelnen Abschnitten zum blossen Verständniss der gestellten Aufgabe vorangeschickt werden müssen. — Der gegenwärtige Stand der Verhältnisse ist ein solcher, dass wir uns nicht allzusehr wundern dürften, wenn uns ein begeisterter Prophet des graph. Rechnens klar machen würde, dass das, was wir seither „*Mathematik*“ nannten, eigentlich als „*graph. Rechnen*“ zu bezeichnen sei. Denn der fundamentale

Ausgangspunkt für die gesammte Analysis liege in dem Begriff der Function; die Grundlage der Functionentheorie bilde aber die graphische Darstellung der Function; folglich bilde die gesammte Analysis einen Theil des graphischen Rechnens.

Wir kommen durch diese Erwägungen sofort zu dem eigentlichen Kernpunkte der ganzen Discussion, nämlich zu der Frage nach der abgrenzenden Definition des Begriffes *„graphisches Rechnen“*. Um diese hat sich bis jetzt eigentlich Niemand so recht gekümmert. Es wurde vielmehr Alles, was graphisch schmeckte und rechnerisch roch, in einen Topf zusammengeworfen und mit gemeinschaftlicher Etiquette versehen.

Freilich dürfte auch die von *Culmann* gewählte Bezeichnung *„Graphisches Rechnen“* (sie ist offenbar der Bezeichnung *„Calcul par le trait“ Cousinerys* nachgebildet) nicht gerade eine glückliche genannt werden. *Culmann* hatte die graphische Methode auf ein ganz bestimmtes, genau abgegrenztes Gebiet angewendet und für diesen speciellen Zweck die wichtigsten graph. Operationen als Einleitung unter jener Bezeichnung vorausgeschickt. Sobald aber nun das graph. Rechnen zu einer unabhängigen, selbständigen Disciplin aufgebauscht wurde, musste jene Bezeichnung einem Missverständnisse bezüglich der Aufgabe des graph. Rechnens wesentlich förderlich sein.

In der That! suchen wir nun nachträglich den Sinn, der mit dieser Bezeichnung von den einzelnen Autoren verknüpft wurde, aus deren Schriften selbst abzuleiten, so bietet sich uns die grösste Verschiedenheit der Auffassungen dar; namentlich ergiebt sich zwischen der Auffassung *Culmanns* und derjenigen der meisten späteren Autoren eine ganz erhebliche principielle Differenz.

Es mag dies mit Benützung eines einfachen Beispiels näher ausgeführt werden.

Bei *Culmann* sind die Grössen, mit denen die graphischen Operationen ausgeführt werden, von vornherein als Strecken gegeben, und als Resultate der Operationen sind wieder Strecken verlangt. Ist z. B.

$$x = \frac{a \cdot b}{c}$$

zu finden, so stellen a, b und c Strecken dar, die als solche in der Zeichnung bereits vorliegen. Man wird nun, um die gestellte Aufgabe zu lösen, nicht etwa den Umweg über die Arithmetik einschlagen und die drei Strecken vermittelst eines Längenmaasstabes in Zahlen umsetzen, mit diesen die Rechnungsoperation ausführen und das Zahlenresultat schliesslich wieder mittelst des Maasstabes in eine Strecke umwandeln, sondern man wird x sofort durch graphische Construction als vierte Proportionale zu c, b und a bestimmen.

So selbstverständlich dies alles erscheint, so wurde doch diese Grundanschauung des *Culmann*schen graphischen Rechnens von den späteren Autoren fast augenblicklich fallen gelassen, sei es nun, dass das Wesen der Sache gar nicht erfasst, oder dass es mit Bewusstsein und Absicht gerade auf den Kopf gestellt wurde. Als Aufgabe des graph. Rechnens wird nämlich jetzt festgestellt, dasselbe habe „die Functionen der Algebra auf graphischem Wege zu lösen“, oder „die wichtigsten Aufgaben der Elementar-Mathematik auf zeichnerischem Wege zu berechnen“. Die obigen Grössen a, b und c sind demgemäss ursprünglich nicht als Strecken, sondern als abstracte Zahlen gedacht und vorausgesetzt. Um x zu finden, wird man nicht etwa das Zahlenexempel (vielleicht gar im Kopfe oder mittelst des Rechenschiebers!) direct ausrechnen; sondern man wird vielmehr einen kleinen Umweg über die Geometrie einschlagen, indem man jede der drei Zahlen vermittelst eines Längenmaasstabes vorher in eine Strecke umsetzt, die vierte Proportionale construirt und diese schliesslich wieder mittelst des Maasstabes in eine Zahl umwandelt. Man erfährt dann, dass dieses Verfahren z. B. die Aufgabe löst, „Brüche auf gleiche gegebene Benennung zu bringen, und zwar ist die Annahme eines vollständig willkürlichen gemeinsamen Nenners durchaus nichts Erschwerendes in der Construction, während das arithmetische Verfahren hierbei mit grossen Umständlichkeiten verknüpft ist“ (sic!) .... „Ein specieller Fall ist die Verwandlung eines Bruches in einen Decimalbruch, indem man als neuen Nenner 1 oder 10 annimmt.“

Ich denke, diese Sätze lassen an Deutlichkeit bezüglich der Tendenz der neuen Richtung des graph. Rechnens nichts zu

wünschen. Man beachte ferner, wie scharf der Unterschied zwischen der ursprünglichen geometrischen und der späteren arithmetischen Tendenz schon in der oben gegebenen Uebersicht über den ursprünglichen und den später hinzugekommenen Lehrstoff zum Ausdruck gelangt. — Es mag dieser Unterschied noch durch ein zweites Beispiel illustrirt werden.

Culmann hält überall das Princip der räumlichen Stufen und dem entsprechend die Homogenität der zu construirenden Ausdrücke aufs schärfste fest. Er findet es für angezeigt, in einem eigenen Paragraphen es noch mit besonderem Nachdruck zu präcisiren, wie ein Product aus zwei linearen Grössen stets als Fläche, von dreien als Körper aufzufassen ist, wie aber „nach Verwandlung der Flächen auf eine bestimmte Basis die Flächen gewissen Linien proportional sind, die mit anderen Linien verbunden werden können und Flächen geben, die Körpern proportional sind, u. s. f.“

Auch in dieser Hinsicht verliert sich die so wohlthuende Schärfe und Bestimmtheit bei den meisten der späteren Autoren mehr und mehr. Es finden sich sehr bald Sätze wie die folgenden, einem von mir sehr hoch geschätzten Autor entnommenen: „Zwei Strecken a und b mit einander multipliciren, heisst: eine Strecke x angeben, welche $a \times b$ mal die Einheit enthält, mit welcher die beiden gegebenen Strecken (Factoren) gemessen sind. Dies lässt sich durch Anwendung ähnlicher Dreiecke erzielen.“ ($x = ab$ wird construirt als vierte Proportionale zur Längeneinheit, zu b und a.) — Ebenso bedeutet $x = \frac{a}{b}$ eine Strecke, „welche $\frac{a}{b}$ mal die Einheit der a und b enthält. — *Culmann* definirt das Potenziren als das wiederholte Multipliciren einer Linie mit demselben Verhältniss“. — Von den Späteren dagegen wird geradezu die Forderung gestellt „eine Strecke l zur $n$ten Potenz zu erheben, also l^n zu construiren“, mit der Erklärung: „eine Strecke anzugeben, welche die Einheit von l so oft enthält, als die $n$te Potenz von l angiebt“. —

Diese Beispiele mögen genügen, um zu zeigen, wie sehr sich die Späteren von der Auffassung *Culmanns* entfernten. — Wir wollen, um uns kurz auszudrücken, diese spätere, (übrigens unmittelbar nach dem Erscheinen des *Culmann*schen Werkes

aufgekommene) Auffassung die „*arithmetische*“ nennen, während *Culmanns* Auffassung als die „*geometrische*“ bezeichnet werden möge.

Der praktische Werth des graphischen Rechnens im Sinne der *arithmetischen* Auffassung, soweit sie im Vorhergehenden gezeichnet wurde, erweist sich bei vorurtheilsloser Betrachtung als verschwindend gering. Die scheinbare Einfachheit und Raschheit der Operationen ist eine rein eingebildete. Dem ganzen System kommt mehr der Charakter einer hübschen und anregenden Spielerei als einer praktischen Methode zu; und es würde sich kaum der Mühe lohnen, auch nur ein Wort über dieselbe zu verlieren, wenn nicht einerseits das verächtliche Urtheil, mit dem die arithmetische Graphomanie ab und zu abgefertigt wird, zum Theil auch auf *Culmann* übertragen worden wäre, und wenn nicht andererseits der glänzende Name *Culmanns* benutzt würde, um jener brodlosen Kunst einen unverdienten Nimbus zu verleihen, der sie noch allein über Wasser zu erhalten vermag.

Es kommen bei Beurtheilung der graphischen Methode vor allem zwei Rücksichten in Betracht: 1) die Rücksicht auf die Genauigkeit, 2) die Rücksicht auf die Raschheit der auszuführenden Operationen.

Die Genauigkeit, mit welcher die graphische Methode nach *Culmann*scher Auffassung die Resultate liefert, ist allerdings eine begrenzte, jedoch eine für die Bedürfnisse der Praxis vollkommen ausreichende. Es ist dabei wohl darauf zu achten, dass bei der Anwendung auf ausgedehntere Aufgaben sich am Schlusse der Gesammtconstruction fast immer Genauigkeitsproben von selbst darbieten, welche als Controlen und Schutzmittel gegen die sich summirenden unvermeidlichen Zeichnungs-Ungenauigkeiten dienen, so dass man im Allgemeinen sagen kann, das Resultat werde erhalten mit dem nämlichen Grade von Genauigkeit, wie sie den gegebenen Stücken selbst innewohnte. Was dann ferner die Raschheit der Operationen anlangt, so ist in dieser Beziehung die graphische Methode der analytischen weit überlegen. Dazu kommt noch der wesentliche Vortheil der Anschaulichkeit und Uebersichtlich-

keit ihrer Resultate. „Sie liefert rasch und genau das Gesuchte, und zwar in einer glücklichen Form, deshalb, weil sie der sinnlichen Wahrnehmung das Zusammenfassen einer ganzen Reihe von Rechnungsresultaten gestattet.“ (*Reuleaux.*)

Ganz anders gestalten sich dagegen die Verhältnisse bei der Verwendung der graphischen Methode zu rein arithmetischen Zwecken. Hier ist die erzielbare Genauigkeit eine ungleich geringere, da zu den unvermeidlichen Zeichnungs-Ungenauigkeiten noch das Umsetzen der gegebenen Zahlen in Strecken und schliesslich der resultirenden Strecken wieder in Zahlen hinzukommt. Das wiederholte Abgreifen vom Maassstabe repräsentirt aber eine sehr ergiebige Quelle von Ungenauigkeiten, von welchen das Endresultat behaftet ist. Der Grad der Genauigkeit, mit welcher das Endresultat erhalten wird, ist demgemäss ein viel geringerer, als der den gegebenen Stücken innewohnende. — Eben wegen jenes umständlichen und, je pünktlicher man verfährt, um so zeitraubenderen Geschäftes des Abgreifens und Auftragens am Maasstab kann man auch nicht sagen, die Einbusse an Genauigkeit werde durch einen Gewinn an Zeit ausgeglichen. Man vergegenwärtige sich die graphische Berechnung des oben erwähnten einfachen Exempels $x = \frac{ab}{c}$, um sich klar zu werden, dass es sich bei dieser Methode um nichts weniger als um ein „ὠκυτόκιον“ oder ein Mittel des Schnellrechnens handelt. Es liegt eben hier ein Umweg über ein fremdes Gebiet mit festen Zollgrenzen vor, deren Ueberschreitung ohne erhebliche Opfer nicht möglich ist. — Bei dem graph. Rechnen nach *Culmanns* Auffassung findet ein solcher Umweg über fremde Grenzen nicht statt.

Was endlich die Anschaulichkeit der Operationen betrifft, so dürfte auch dieser nicht allzuviel Gewicht beizumessen sein. Ich will hier nicht davon reden, dass ich nicht einsehe, wie die Verwandlung eines Bruchs in einen Decimalbruch dadurch an Anschaulichkeit gewinnen soll, dass der letztere in geometrischem Sinne als vierte Proportionale zu Nenner, Zähler und der Längeneinheit aufgefasst wird; sondern ich will nur solche Fälle ins Auge fassen, wo der Vorzug der Anschaulichkeit

thatsächlich vorhanden ist. Man täuscht sich hier sehr leicht insofern, als man die Vortheile, welche die geometrische Versinnbildlichung für die Entwickelung der Theorie bietet, stillschweigend auch auf die praktische Anwendung derselben überträgt. Hierin eben liegt das *proton pseudos* der arithm. Richtung des graph. Rechnens, welches die zu Anfang besprochene Zusammenhäufung alles möglichen denkbaren Stoffes veranlasst hat. Daraus, dass die Analysis der geometr. Versinnbildlichung ihre grössten Fortschritte zu danken hat (Functionentheorie!), folgt noch lange nicht, dass diese geometr. Versinnbildlichung auch für die definitive Ausrechnung analytischer Rechenexempel sich ebenso vorzüglich eigne. Was einfach für den Gedankengang und für das Anschauungsvermögen ist, ist nicht immer auch einfach für die praktische Ausführung. Denn es sind von Grund aus verschiedene Rücksichten, die für das eine und für das andere massgebend sind. — Es scheint z. B. nichts einfacher, als, um die Wurzeln der Gleichung $f(x) = 0$ zu ermitteln, die Curve $y = f(x)$ zu construiren und in den Abscissen der Schnittpunkte mit der x-Achse die Wurzeln zu erhalten. In der Idee ist das freilich sehr einfach, und bei der Entwickelung der Theorie der Gleichungen wird Niemand dieses werthvolle Veranschaulichungsmittel unbenützt lassen*). Was aber die praktische Ausführung anlangt, so gehe ich jede Wette ein, dass ich vermittelst eines der bekannten rechnerischen Näherungsverfahren, z. B. der *Regula falsi*, die Wurzeln einer höheren numerischen Gleichung mit derselben Genauigkeit in weit kürzerer Zeit bestimme, als es vermittelst jenes graphischen Verfahrens (mit Benutzung der Polynom-Construction von *Stamm* und *Eggers*) möglich ist, selbst wenn man mir den gewandtesten Zeichner gegenüberstellt. Ich schmeichle mir selbst ein gewandter Zeichner zu sein und

*) Auch *Culmann* kommt in der II. Aufl. seines Werkes auf die graph. Auflösung der Gleichungen zu sprechen und schliesst den bezüglichen Excurs mit den Worten: „Es liegt nicht im Zwek dieses Werkes, die Theorie der Gleichungen graphisch weiter zu entwickeln, allein es würde das Verständniss derselben gewiss ungemein erleichtern, wenn man die abstracten Zahlenverhältnisse durch Zeichnung darstellen und erläutern würde."

spreche diese Behauptung (die vielleicht da und dort Widerspruch hervorrufen mag) aus — gestützt auf thatsächliche Experimente. —

Es ist bei dieser unserer ablehenden Stellung gegen die arithm. Richtung des graph. Rechnens allerdings wohl zu beachten, dass die Gegenstände, auf welche sich unsere bisherige Betrachtung bezog, durchweg solche sind, deren Erledigung auf analytischem Wege keinerlei Schwierigkeiten darbietet. Sämmtliche Lehrbücher, welche das graph. Rechnen als selbständige Disciplin tractiren, befassen sich thatsächlich und ausgesprochenermassen nur mit solchen; sowie auch die Propaganda für die Uebernahme des graph. Rechnens in den Schulunterricht sich selbstverständlich nur hierauf erstrecken konnte. Wir möchten, um Missverständnissen vorzubeugen, unser seitheriges Urtheil ausdrücklich auf diese Gebiete beschränkt wissen.

Ganz anders liegt natürlich die Sache, wenn es sich um die Lösung von Aufgaben handelt, die auf rechnerischem Wege gar nicht bewältigt werden können. Für solche wird Niemand den Werth der graphischen Methode verkennen wollen. „Die Grenzen, bis zu welchen dieselbe verwendet werden kann, umschliessen ein weit grösseres Gebiet der praktischen Anwendung, als es bei der Analysis der Fall ist.“ Es ist in dieser Beziehung vor allem auf die graphische Integration hinzuweisen. Als graph. Integrationen können schon manche von *Culmann* gegebene Constructionen bezeichnet werden; es gehört dann ferner hierher die brillante Arbeit von *Mohr* über die elastische Linie*); endlich seien die Arbeiten von *Solin* und *Nehls***) erwähnt, welche das Problem von der rein theoretischen Seite behandeln. — Wir können indessen hierauf an dieser

---

*) Mohr, „*Beitrag zur Theorie der Holz- und Eisenconstructionen*“. (Zeitschr. d. hannöv. Ing.- u. Arch.-Vereins, 1868. S. 19.)

**) Solin, „*Ueber graphische Integration, ein Beitrag zur Arithmographie*“. (Abhandlgn. der K. Böhm. Gesellsch. der Wissensch. VI, 5. Prag, 1871.) — Nehls, „*Ueber graphische Integration und ihre Anwendung in der graph. Statik*“. (Hannover, Rümpler, 1877.) — Solin, „*Beitrag zur graph. Integration*“. (Sitzungsber. der K. Böhm. Gesellsch. der Wissensch. Prag, 1879, S. 179.)

Stelle nicht näher eingehen, sondern müssen unsere Besprechung auf den von den gewöhnlichen Lehrbühren behandelten und für die Schule in Betracht kommenden Stoff beschränken.

Trotz unseres abfälligen Urtheils über die von den Späteren eingeschlagene Richtung können wir derselben doch ein Verdienst nicht absprechen, nämlich das Verdienst, den Anstoss zur weiteren Ausbildung und Vervollkommnung des sogen. *„mechanischen Rechnens“* (mechanische Apparate und graphische Tafeln) gegeben zu haben. Nur insofern man darunter das *mechanische Rechnen* mit einbegreift, kann meines Erachtens überhaupt von einer Lebensfähigkeit der arithmetischen Richtung des graph. Rechnens gesprochen werden.

Es trifft sich ja überall, wo die Wissenschaft in Contact mit der Praxis steht, dass diese einen höchst wohlthätigen selbstregulirenden Einfluss auf jene ausübt, durch welchen auch ursprünglich verfehlte Richtungen doch wieder in günstige Bahnen eingelenkt werden. — So sind es denn in erster Linie die negativen Resultate jener verfehlten graphisch-arithmetischen Bestrebungen, denen das rasche Emporblühen des genannten neuen Zweiges der graph. Arithmetik zu danken ist.

Wir haben oben gesehen, dass der Haupt-Uebelstand der Operationen des graph. Rechnens nach arithm. Auffassung in dem beständigen Abgreifen der Maasse vom Maasstab besteht, welches nicht blos die Raschheit der Operationen, sondern auch die Genauigkeit wesentlich beeinträchtigt. Eben dieser Uebelstand ist es nun, welcher bei dem mechanischen Rechnen in Wegfall kommt, indem hier der Maasstab gewissermassen der Operationsfigur selbst einverleibt ist und an Stelle des abgreifenden Zirkels das ablesende und abschätzende Auge tritt, das für kleine Grössen bekanntlich weit genauer als der beste Zirkel arbeitet.

Es ist höchst bemerkenswerth, dass — wie schon oben angedeutet — *Culmann* der arithmet. Richtung des graph. Rechnens, so wenig sie ihm zusagen mochte, doch keineswegs feindlich entgegentrat; sein scharfer und praktischer Blick überschaute die Situation mit voller Klarheit und erkannte sofort, was noththat. Er acceptirte freiwillig die ihm antipathische

Richtung, um ihr selbst den richtigen Weg zu weisen. In der II. Aufl. seiner *graph. Statik* fügte er dem Abschnitt über graph. Rechnen ein ganz neues Capitel (48 Seiten) hinzu, welches dem *mechanischen Rechnen* gewidmet ist und zwar speciell dem (*Gunter*schen) Rechenschieber und *Lalannes* graphischen Rechentafeln*).

Ebenso macht *Cremona* in seinen *Elementen des graph. Calcüls* der arithmet. Richtung ein gewisses Zugeständniss, wenn er ein Capitel der „Auflösung der numerischen Gleichungen" widmet. Indessen behandelt er in demselben nicht etwa das oben besprochene gewöhnliche Curvenverfahren, sondern giebt vielmehr die sinnreiche Methode von *Lill***) zur mechanischen Bestimmung der Wurzeln.

Wie klar sich übrigens *Culmann* über die zwei verschiedenen Richtungen des graph. Rechnens war, mag aus den Worten erhellen, mit denen er das vorerwähnte Capitel einleitet. Er sagt: „Diese Operationen sind zwar nicht in so hohem Grade graphischer Natur, als wie das graph. Rechnen und die graph. Statik, weil sie analytische Daten graphisch behandeln und dann wieder analytisch geben, während letztere graphische Daten graphisch zusammensetzen und graphisch geben. Nichtsdestoweniger glauben wir diese Methoden hier nicht übergehen zu dürfen."

Es versteht sich von selbst, dass wir auf die verschiedenen Apparate des mechanischen Rechnens (Rechenmaschinen, Rechenstäbe, Planimeter etc.) hier nicht näher eingehen können***). Nur über die graphischen Tafeln zur Berechnung

---

*) *Lalanne*, „*Mémoire sur les tables graphiques et sur la géométrie anomorphique, appliquée à diverses questions qui se rattachent à l'art de l'ingénieur*". (Annales des ponts et chaussées, 1846, I. Sem. pag. 1.)

**) *Lill*, „*Résolution graphique des équations numériques d'un degré quelconque à une inconnue*". (Nouvelles Annales de Mathématiques, II. Série. T. 6, Paris 1867, pag. 359.)

***) Doch will ich nicht unterlassen, bei dieser Gelegenheit der Einführung des Rechenschiebers auch im Schulunterricht (im Anschluss an die Logarithmenlehre) das Wort zu reden. Derselben stand bisher allerdings der hohe Preis (10 ℳ) im Wege. Daher möge hier ausdrücklich auf die jüngste Publication von *Wüst* aufmerksam gemacht werden, welche den Erwerb von Rechenschieber (aus starker Pappe) sammt Ge-

von Functionen von zwei Argumenten sei noch einiges gesagt, da diese in directerer Beziehung zur graphischen Methode stehen und, wenn auch nicht als eine unmittelbare Errungenschaft (vrgl. die Jahreszahlen!) der im Vorangehenden besprochenen arithmetischen Richtung des graph. Rechnens, so doch als eine in dieses Gebiet gehörige bedeutende Leistung bezeichnet werden müssen, die sich auch in ihrer wichtigen praktischen Anwendung (namentlich in der physikalischen Geographie und Meteorologie) längst Anerkennung verschafft hat.

Die Einrichtung dieser Tafeln kommt im Princip auf die Abbildung von krummen Flächen vermittelst *Horizontalcurven* oder *Niveaucurven* hinaus. Ist nämlich $f(xy)$ eine Function der zwei Argumente x und y, so stellt die auf ein rechtwinkliges Coordinatensystem bezogene Gleichung $z = f(xy)$ eine krumme Fläche dar. Die als Zeichenebene benutzte xy-Ebene sei horizontal gedacht und werde mit Bezug auf den zu Grunde gelegten Längenmaasstab (z. B. mm) mit einem Coordinatennetze überdeckt, das durch die Parallelen $x = 1, 2, 3, \ldots$ zur y-Achse und die Parellelen $y = 1, 2, 3, \ldots$ zur x-Achse gebildet wird. Construirt man nun in der xy-Ebene die den Höhen $z = 1, 2, 3, \ldots$ entsprechenden *Horizontalcurven* der Fläche (Horizontalprojectionen der durch die Ebenen $z = 1, 2, 3, \ldots$ erzeugten Schnittcurven), so ist leicht ersichtlich, wie dieses System von Horizontalcurven oder — wie wir sie für den vorliegenden Zweck bezeichnen — *Isoplethencurven* dazu dienen kann, zu irgend zwei Werthen der Argumente x und y sofort den zugehörigen Werth der Function $f(xy)$, und zwar bloss mit dem Auge zu bestimmen: Man braucht nur den den gegebenen Coordinatenwerthen x und y entsprechenden Punkt der xy-Ebene mittelst des Coordinatennetzes zu bestimmen, so giebt die Nummer der durch diesen Punkt gehenden *Isoplethencurve* den zugehörigen Functionswerth an. Beim Einschalten von Zwischenwerthen geschieht die Interpolation der Intervalle durch Abschätzen nach dem Augenmaass und ist die hierbei erzielbare

brauchsanweisung zu dem Preise von 1 *M.* 25 *Pf.* gestattet: *Wüst*, *„Anleitung zum Gebrauch des Taschenrechenschiebers. Mit einem Rechenschieber.“* (Halle, Hofstetter. 1880.)

Genauigkeit im Allgemeinen derjenigen des Rechenschiebers ebenbürtig, sie geht im Allgemeinen bis zu 3 Stellen oder $\frac{1}{1000}$.

Ist die vorliegende Function beispielsweise:

$$z = xy,$$

so werden die Isoplethen offenbar repräsentirt durch eine Schaar concentrischer gleichseitiger Hyperbeln. Wir haben dann die sogenannte *hyperbolische Productentafel*, die natürlich auch zum Dividiren, Quadriren, Quadratwurzel-Ausziehen, etc. dient und durch Einzeichnen von weiteren Curven auch zur mechanischen Berechnung von höheren Potenzen und Wurzeln, sowie von häufig vorkommenden Producten (wie $\frac{\pi x}{180}$, πx^2, $\frac{4}{3}\pi x^3$ u. dergl.) eingerichtet werden kann.

Nun können aber die Isoplethencurven auch durch gerade Linien ersetzt oder „*ausgestreckt*“ werden, wenn man gleichzeitig eine Verzerrung des Coordinatennetzes eintreten lässt, indem man an Stelle des gleichmässigen Längenmaasstabes einen ungleichmässigen setzt*). Bei der obigen Function $z = xy$ z. B. gehen die Isoplethen in eine Schaar paralleler Geraden über, sobald man statt der eigentlichen Coordinaten deren Logarithmenwerthe — und also statt des gleichmässigen Maasstabes die (vom Rechenschieber her bekannte) logarithmische Eintheilung verwendet. Denn logarithmirt lautet die Gleichung:

$$\log z = \log x + \log y.$$

Die auf diese Weise hergestellte Tafel wurde von *Lalanne* „*Abacus*“ genannt; sie steht dem Rechenschieber — wenn auch nicht ganz an Handlichkeit, so doch an Genauigkeit gleich und übertrifft ihn an Reichhaltigkeit der praktischen Anwendung.

Nach demselben Princip hat *Lalanne* Tafeln zur allgemeinen Auflösung der cubischen Gleichungen ($x^3 + px + q = 0$, wobei p und q als Argumente genommen werden), sowie für die verschiedensten Zwecke der Ingenieurwissenschaft construirt.

---

*) Eben dieses Ausstrecken und Verzerren drückt *Lalanne* mit der etwas sonderbaren Bezeichnung „*Géométrie anamorphique*“ aus.

Diese graphischen Tafeln bilden einen äusserst werthvollen Ersatz für die früher gebräuchlichen numerischen Tabellen mit zwei Eingängen, denen sie durch die Uebersichtlichkeit ihrer Daten und die Leichtigkeit der Interpolation weit überlegen sind, namentlich in neuester Zeit, seitdem der Lichtdruck es ermöglicht, dieselben (nach grossen scharfen Originalzeichnungen photographisch verkleinert) in grösster Schärfe herzustellen und zu vervielfältigen.

Lalannes Aufsatz enthält am Schlusse historische Angaben über die Vorarbeiten auf dem in Rede stehenden Gebiete. Es seien daraus die Namen *Pouchet*, *d'Obenheim*, *Terquem*, *Allix*, *Cousinery* genannt. — Das geradlinige „*Ausstrecken*" der Isoplethen ist *Lalannes* Alleinverdienst.

In Deutschland wurde die Aufmerksamkeit auf diesen Gegenstand erst durch *Culmann* (II. Aufl. der *Graph. Statik*, 1875) gelenkt, sowie durch das zur gleichen Zeit veröffentlichte *Graphische Einmaleins* von *Herrmann**) (*Lalannes* „*Abacus*" in etwas veränderter Form). — 1876 erschien dann der Aufsatz von *Helmert***), welcher die Bedingungen feststellte, denen eine Function genügen muss, damit die Isoplethen geradlinig ausgestreckt oder kreisförmig anamorphosirt werden können.

Endlich erschien 1877 die schöne Arbeit von *Vogler****), eines jener klassischen Werke, wie es für jede Specialwissenschaft nur einmal geschrieben wird, alles vorher Geschriebene überflüssig machend und für jede folgende Untersuchung als Grundlage dienend. An die Arbeiten der Vorgänger sich anlehnend ist *Vogler* doch vollkommen selbständig vorgegangen, mit der Schärfe und Bestimmtheit des Mathematikers†) das praktische Geschick des Technikers verbindend, so dass sein

---

*) *Herrmann*, „*Das graphische Einmaleins oder die Rechentafel*". (Braunschweig, Vieweg & S. 1875.)

**) *Helmert*, „*Zur Herstellung graphischer Tabellen mit zwei Eingängen*". (Zeitschr. für Vermessungswesen, V. Band 1876, Heft 1, S. 24. Stuttgart, Wittwer.) — Dazu sei noch erwähnt: *Kapteyn*, „*Note sur une méthode de graduation, représentant des courbes par des lignes droites*". (Revue universelle des Mines, 1876, XL, 136.)

***) *Vogler*, „*Anleitung zum Entwerfen graphischer Tafeln und zu deren Gebrauch beim Schnellrechnen etc.*" (Berlin, Ernst & Korn. 1877.)

†) Es möge in dieser Beziehung z. B. nur auf die Genauigkeits-

Werk — gleich dem *Culmann*schen — nicht bloss für die graphische Methode, sondern in gleicher Weise für die technische Wissenschaft als solche ein wichtiges Handbuch bildet. Es umfasst das gesammte mechanische Rechnen und verwebt dasselbe mit dem ausgedehnten Gebiete der Messkunde in ihren manichfachen Anwendungen auf Astronomie, praktische Physik, physikalische Geographie, Meteorologie und Geodäsie, mit besonderer Berücksichtigung der barometrischen Höhenmessung und der tachymetrischen Aufnahmen. — So gründlich verschieden der in den zwei Werken von *Vogler* und *Culmann* wehende Geist ist, so gross ist doch wieder ihre Charakterähnlichkeit. Der Unterschied zwischen beiden ist darin begründet, dass die *Culmann*sche geometrische Richtung des graph. Rechnens mit dem Geiste der Bauingenieur-Wissenschaft, dagegen die arithmetische Richtung mit dem Geiste der Geodäsie coincidirt. Was aber *Culmanns* Werk für die geometrische Richtung, das ist *Voglers* Werk für die arithmetische; was *Culmann* für den construirenden Ingenieur, das ist *Vogler* für den messenden.

Es mochte zu Anfang vielleicht auffällig erscheinen, dass gegenüber der raschen Entwickelung der arithmetischen Richtung des graph. Rechnens diejenige der geometrischen Richtung seit *Culmann* scheinbar nur langsam vorwärts schritt. Indessen findet dies von dem gewonnenen Standpunkte aus nunmehr seine natürliche Erklärung. *Culmanns* Werk gab eigentlich erst den Anstoss zu einer rührigen Entwickelung der arithm. Richtung, und diese gelangte nun nach mannichfachen verfehlten Irrgängen erst durch *Voglers* Werk zu demjenigen vorläufigen Abschluss, zu welchem die geometr. Richtung bereits durch *Culmann* gebracht worden war. Von diesem aus wird sie sich nun mit derselben Stetigkeit und langsamen Sicherheit weiterentwickeln wie dies bei der geometr. Richtung seit *Culmann* zu beobachten ist.

---

betrachtungen hingewiesen werden, durch welche sich *Voglers* Werk so sehr vortheilhaft von den früheren Arbeiten der arithmetischen Richtung des graph. Rechnens unterscheidet.

Was übrigens die Fortschritte der letzteren anlangt, so sind diese keineswegs so unbedeutend, wie es bei oberflächlicher Betrachtung vielleicht scheinen möchte. Es ist vor allem *Cremona*, an dessen Namen sich sehr bedeutende Errungenschaften knüpfen.

Culmann hatte allerdings in der 1. Auflage seines Werkes das *Seilpolygon* noch nicht in den Abschnitt *„graph. Rechnen“* aufgenommen. Es gehört jedoch vom Standpunkte der *Culmann*schen Auffassung aus mit dem nämlichen Rechte dahin, wie die (*Möbius*sche) geometrische Addition von Strecken mit Berücksichtigung von Grösse und Richtung. Zieht man ausser der Grösse und Richtung auch noch die absolute Lage in Betracht, so wird die graphische Addition durch das *Seilpolygon* bewirkt. In diesem Sinne hat denn auch *Cremona* das Seilpolygon im II. Cap. seiner *„Elemente des graphischen Calcüls“* als ein Element des graphischen Rechnens behandelt. — Dies vorausgeschickt darf dann weiter die so bedeutende Leistung *Maxwells* und *Cremonas*, nämlich die Einführung des *Nullsystems* zur Begründung der reciproken Beziehungen zwischen dem Seil- und Strecken-Polygon (Kräftepolygon)*), als dem Gebiete des graphischen Rechnens (nach *Culmanns* geometr. Auffassung) angehörig beansprucht werden.

Es sei zum Schlusse noch kurz der neuerstandenen und in raschester Entwickelung begriffenen *kinematischen Geometrie* gedacht; wie diese auf die fernere Entwickelung des graphischen Rechnens einwirken wird, muss die nächste Zukunft zeigen.

Werfen wir nun schliesslich noch einen kurzen Blick auf das vielfach ausgesprochene Verlangen der Einführung des graphischen Rechnens in den Schulunterricht! — Die Frage nach der Berechtigung desselben ist durch das Vorangehende zum Theil schon beantwortet.

Ich für meine Person habe den Sinn jenes Verlangens nie recht begreifen können, weil ich von der Voraussetzung aus-

*) *Clerk Maxwell*, *„Reciprocal Figures“*. (Philosophical Magazine 1864, pag. 250.) — *Cremona*, *„Le figure reciproche nella Statica grafica“*. (Milano, Bernardoni, 1872.)

gehe, dass der mathematische Unterricht in der Schule in der richtigen einheitlichen, die einzelnen Disciplinen enge mit einander verknüpfenden Weise ertheilt werde. Und ich denke, dass diese Voraussetzung stets zu Grunde gelegt werden müsse, wenn es sich um die Frage der Einführung von neuem Unterrichtsstoff handelt.

Ich gehe 1) von der Voraussetzung aus, dass im Geometrie-Unterricht die Flächenverwandlung und ferner (im Anschluss an die Lehre von der Aehnlichkeit und vom Pythagoräer) die Construction von algebraischen Ausdrücken gründlichst geübt und dass der Lösung von geometr. Constructionsaufgaben durch eben dieses Mittel, desgleichen der trigonometrischen Lösung von Constructionsaufgaben die gebührende Aufmerksamkeit gewidmet werde*). Dazu käme ferner, dass auch den Anschauungen der *neueren Geometrie* in richtiger Weise Rechnung getragen werde, wobei ich ganz besonders die Betrachtung der Strecken nicht blos hinsichtlich ihrer Lage und Grösse, sondern auch ihrer Richtung im Auge habe.

Ich setze 2) voraus, dass im Unterricht in der Arithmetik die Geometrie beständig herbeigezogen werde, — nicht etwa um arithmet. Operationen mit ihrer Hülfe praktisch auszuführen, wohl aber um sie zu veranschaulichen. Nicht blos für die höhere abstracte Mathematik, sondern auch für die niedere Arithmetik bildet die geometr. Versinnbildlichung eines der pädagogisch werthvollsten und wirksamsten Erläuterungsmittel, insoferne eben die Geometrie das einzige Gebiet ist, welches reale Objecte darbietet, die durchweg den nämlichen Verknüpfungen unterworfen werden können wie die abstracten Zahlen, also dasjenige Gebiet, welches für jede solche Verknüpfung ohne Ausnahme eine Veranschaulichung zu liefern im Stande ist.

Ich denke hier nicht blos an selbstverständliche Dinge, wie z. B. die geometr. Veranschaulichung von

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

oder die Versinnbildlichung des Verlaufs einer Function durch eine Curve, mit allem was drum und dran hängt. Ich denke

*) Ich habe mich über diesen Punkt eingehender ausgesprochen im VIII. Jahrgang (1877) S. 7 dieser Zeitschrift.

vielmehr an Elemente wie z. B. die Versinnbildlichung des Gegensatzes von positiven und negativen Zahlen durch den Richtungsgegensatz der Strecken im Sinne der neueren Geometrie. Der Gegensatz von *Credit* und *Debet* ist bekanntlich für diesen Zweck nicht entfernt ausreichend. (Was sind: Schulden mal Schulden?) „Negative Zahlen können nur da angewendet werden, wo es sich nicht um Substanzen, sondern um Relationen handelt." Es giebt aber kaum eine einfachere gegensätzliche Relation, als den Begriff der gegensätzlichen Richtung zweier Strecken. — Es ist sehr bemerkenswerth, dass sowohl *Culmann* als *Cremona* ihr System des graphischen Rechnens gerade mit dem Princip der Vorzeichen zum Ausdruck der Richtung beginnen.

Gehen wir weiter zu den Irrationalzahlen! In der *Platonischen* Schule galt bekanntlich die Erkenntniss, dass es Grössen giebt, welche, auf einer Geraden vom Nullpunkt aus als Strecken abgeschnitten, doch auf keinen Punkt der auf der Geraden aufgetragenen unendlichen Zahlenreihe führen, als die höchste Weisheit, und daher der *Pythagoräische Lehrsatz*, welcher die reale Existenz solcher unmöglich scheinenden (*ἄλλογοι*, *surdi*) Grössen *ad oculos* demonstrirte, als eine göttliche Erkenntniss. Die Feinfühligkeit in dieser Hinsicht ist aber uns Modernen sehr abhanden gekommen; ja, man empfindet heute kaum mehr das *Memento*, welches das Wort „*irrational*" in sich schliesst. Ich will nicht sagen, dass es ungerechtfertigt gewesen sei, die scharfe Unterscheidung der Alten zwischen *Zahlen* und *Grössen* fallen zu lassen. Dass aber an Stelle der Schärfe und Bestimmtheit der Begriffe der Alten vielfach unverantwortlicher Leichtsinn und Schlendrian Platz gegriffen hat, wird nicht geleugnet werden können. — Was ich übrigens mit dem allem sagen will, ist nur: die Lehre von den irrationalen Zahlen oder die Wurzellehre nicht in Verbindung mit dem Pythagoräischen Lehrsatz zu bringen, scheint mir — man gestatte das Wort — eine pädagogische Sünde zu sein.

Gehen wir endlich zu den imaginären und complexen *Zahlen*, so ist wieder einzig und allein die Geometrie dasjenige Gebiet, das ein reales Substrat für jene Zahlen und die mit ihnen ausgeführten Verbindungen zu liefern vermag. Dasselbe ergiebt sich von selbst, sobald die Erweiterung der Anschauungs-

weise der *Euklidischen* Geometrie insoweit zum Durchbruch gelangt ist, dass man die Strecken nicht blos hinsichtlich ihrer Grösse und Lage betrachtet, sondern dazu noch den Begriff der Richtung fügt, wodurch man sofort zu dem *Möbius*schen Begriff der *geometrischen Addition („Parallelogramm der Strecken")* gelangt. —

Ob eine solche innige Durchdringung des arithmetischen und geometrischen Unterrichts überall stattfindet, kann ich freilich nicht nachweisen, aber ich setze es, wie gesagt, voraus. Das Zutreffen dieser Voraussetzung macht die Vorführung eines besonderen Vorbereitungsabschnittes über *graphisches Rechnen* als Einleitung zur *graphischen Statik* vollkommen überflüssig.

Freilich kann man mir den Einwand entgegenhalten: Wenn im niederen mathematischen Unterricht wirklich alles so bestellt ist, wie es sein soll, warum haben dann Männer wie *Culmann* und *Cremona* es dennoch für nöthig befunden, über *graphisches Rechnen* zu schreiben? und warum konnte dann das Verlangen der Einführung des graph. Rechnens in den Schulunterricht auch nur gedacht werden?

Dieser Einwand fordert in der That zum Nachdenken auf. Ich überlasse dasselbe dem Leser. Nur eine einzige Bemerkung dazu sei mir gestattet.

Die *synthetische Geometrie* erfreut sich gegenwärtig in Süddeutschland, der Schweiz und namentlich in Oesterreich einer ganz besonders liebevollen Pflege. In Norddeutschland wird sie mit wenigen Ausnahmen (Breslau!) mehr oder weniger als Stiefkind behandelt*). Ja, es wurde mir sogar von einer Seite, deren Urtheilsfähigkeit ich sehr hoch schätze, allen Ernstes versichert, die Norddeutschen seien für synthetische Geometrie überhaupt nicht veranlagt; weitaus die Mehrzahl der bedeutenden Synthetiker entstamme dem Süden, während der Norden die bedeutendsten Vertreter der abstracten Mathematik hervorgebracht habe.

---

*) Der Unterricht im *Linearzeichnen* wird an den norddeutschen Realschulen durchweg von dem (nicht mathematisch gebildeten) Zeichenlehrer ertheilt, unabhängig von dem gleichzeitigen Unterricht in der *darstellenden Geometrie*, welche von dem Mathematiklehrer ohne Constructionsübungen gegeben wird! Es giebt sogar Realschulen, in welchen thatsächlich gar nicht lineargezeichnet wird!

So einleuchtend letzteres Argument scheint, so kann ich jenem Urtheile doch wenigstens auf dem Gebiete der Schule meine thatsächlichen Erfahrungen entgegenstellen. Ich habe sowohl in Süddeutschland als in Norddeutschland in synthetischer Geometrie unterrichtet und bei den beiderlei Zuhörern allerdings nicht selten eine Verschiedenheit in der Vorbildung wahrgenommen, die sich im Norden namentlich nicht selten in einer geringeren Entwickelung des räumlichen Anschauungsvermögens in Folge eines ungenügenden *Stereometrie*-Unterrichts äusserte*), während sich in der Schärfe des abstracten mathematischen Denkens im allgemeinen eine gewisse Ueberlegenheit geltend machte. Allein die anfänglich beobachteten Mängel glichen sich in der Regel sehr rasch aus, sind also lediglich auf Kosten des Vorbereitungsunterrichtes zu schreiben, und ich kann die ganz bestimmte Versicherung geben, dass ich bezüglich der synthetischen Veranlagung auch nicht den allergeringsten Unterschied zwischen norddeutschen und süddeutschen Schülern wahrzunehmen im Stande war. — Jener Ausspruch ist aber jedenfalls insofern sehr interessant, als er beweist, wie der Mangel an regem synthetischem Leben in Norddeutschland sehr wohl als solcher empfunden wird.

Nun würde man aber trotzdem sich sehr täuschen, wenn man glauben wollte, die oben ausgesprochenen Voraussetzungen bezüglich der geometrischen Veranschaulichung der abstracten analytischen Operationen und bezüglich der innigen Durchdringung des arithm. und geometr. Unterrichts treffen im Norden weniger zu als im Süden. Im Gegentheil glaube ich die Beobachtung gemacht zu haben, dass die Arithmetik im Norden vielleicht weniger abstract behandelt wird und der Gesammt-Mathematikunterricht überhaupt ein gerundeterer und einheitlicherer ist als im Süden; was im Hinblick auf die jüngste Geschichte der Mathematik (die sich ja aufs engste an die die Mathematiklehrer bildenden Universitäten anschliesst) gewiss nicht auffällig er-

*) Es mag hier die Frage aufgeworfen werden, ob es nicht für die Unterrichtsverwaltung angezeigt erscheinen möchte, auf das Studium der *descriptiven Geometrie* Seitens der Lehramtscandidaten ihr Augenmerk zu lenken. In Süddeutschland ist dieses Fach für die Lehramtscandidaten längst obligat.

scheinen möchte. Auch dürfte es in nahem Zusammenhang hiermit stehen, dass z. B. die oben besprochene Einführung des *Möbius*schen Begriffes der Richtung in die elementare Geometrie im Norden vielleicht mehr Boden gefasst hat als im Süden; wie sich denn auch hieraus die auffallende Erscheinung erklären mag, dass die Bestrebungen, die Euklidische Geometrie durch Anschauungsweisen der neueren Geometrie zu reformiren, trotz des thatsächlichen Mangels an regem synthetischem Leben doch gerade vom Norden ausgegangen sind (*Hubert Müller*, *Friedr. Kruse* u. a.).

Was folgt aus alledem? — Antwort: Wie im politischen Leben es mit der äusseren Einigung noch nicht gethan ist, sondern die wirkliche Einigung erst dadurch herbeigeführt wird, dass die nach den verschiedensten Richtungen auseinander gehenden Anschauungen nicht als einander bekämpfend, sondern vielmehr sich gegenseitig ergänzend und ausgleichend auf einander einwirken, so dürfte auch auf dem Gebiete des Unterrichtes ein gegenseitiger Austausch der in Süd und Nord vorzugsweise gepflegten Richtungen und damit ein Ausgleich der hier und dort sich geltend machenden Einseitigkeiten im höchsten Grade heilsam und wünschenswerth erscheinen. Thatsache ist, dass jeder vom andern unendlich viel profitiren kann, sobald er nur bei der Beobachtung des andern darauf ausgeht, nicht des andern —, sondern vielmehr die eigenen Schwächen und Mängel zu erkennen.

Kleinere Mittheilungen.

Sprech- und Discussions-Saal.

Zur mathematischen Orthographie.

II. Ist die Schreibweise $a:b \times c$ ungenau?*)

Von Alfons Schmitz, Studienlehrer in Neuburg a/D.

Zwischen den Gesetzen der Addition und Subtraction und jenen der Multiplication und Division herrscht eine Uebereinstimmung, die, wenn sie genügend gewürdigt und ausgesprochen wird, alle Zweifel über die zulässigen Schreibweisen behebt, und welche die unumstössliche Wahrheit aufs Neue zur Geltung bringt, dass in der Mathematik nach einmaliger Feststellung der Grundbezeichnungen kein Uebereinkommen, keine Willkür mehr stattfinden kann.

Eine Grösse kann in einer Rechnung nicht für sich allein, sondern nur in Beziehung zu andern betrachtet werden; d. h. jede Grösse ist untrennbar mit ihrem Vorzeichen verbunden. Also in dem Ausdruck $+a-b$ sind nicht die Grössen a und b, sondern der Summand a und der Subtrahend b vorhanden. Ebenso besteht der Ausdruck $a:b$ aus dem Factor a und dem Divisor b. Die Reihenfolge der Grössen darf man beliebig vertauschen, weil eine constante Grösse durch die Zeit nicht beeinflusst wird; es ist also

$$+a-b=-b+a \quad \text{und} \quad \times a:b=:b\times c.$$

Dabei bedeutet $-b$ eine Differenz mit dem Minuenden 0,
$:b$ einen Quotienten mit dem Dividenden 1.

Eine Klammer bedeutet, dass die in derselben stehenden Glieder als eine einzige Grösse betrachtet werden sollen.

Für Glieder, welche durch Multiplications- und Divisionszeichen verbunden sind, schreibt man abkürzungsweise statt $(b\cdot c)$ mit Auslassung des Multiplicationszeichens bc, und statt $\{(A):(B)\}$ kürzer $\frac{A}{B}$.

---

*) Vgl. das Gutachten I in Hft. 4, S. 256 u. f. D. Red.

Man findet:

$$a + (b - c) = a + b - c \quad \text{und} \quad a \times (b : c) = a \times b : c$$
$$a - (b - c) = a - b + c \quad\quad\quad a : (b : c) \quad = a : b \times c.$$

Man wird natürlich das Endergebniss einer Berechnung in geordneter Form schreiben; z. B.

$$a - (b - c + d) = a - b + c - d = (a + c) - (b + d)$$
$$\text{und} \quad a : (b : c \times d) = a : b \times c : d \quad = \frac{ac}{bd} \text{*)},$$

aber nichtsdestoweniger ist $a : b \times c$ vollständig eindeutig und verschieden von $a : (b \times c)$.

Ebensowenig bedarf es eines besonderen Uebereinkommens, um die Bedeutung von $a + b \cdot c$ festzustellen. $a + b \cdot c$ kann man überhaupt nicht zusammenziehen, weil man nur gleichartige Grössen addiren kann, aber man findet $(a + b) \cdot c = ac + bc$, also $(a + b) \cdot c$ nicht gleich $a + b \cdot c$, d. h. um $a + bc$ zu berechnen darf man nicht zuerst addiren und dann multipliciren, sondern man muss zuerst a und bc in gleichartige Grössen verwandeln, um sie zu addiren; also $4 + 3 \times 5 = 4 + 15 = 19$. Durch etwas weitläufigere Betrachtung findet man auch, dass

$$(a + b) : (c + d) \text{ nicht gleich ist } a + b : c + d.$$

Auch wenn der grösste Mathematiker schreibt

$$a + b : c + d = e + f : g + h$$

statt $(a + b) : (c + d) = (e + f) : (g + h)$, so ist das eine falsche Schreibweise. Es ist hier nicht gut, jurare in verba magistri, sonst müsste man auch mit dem berühmten Professor Hesse lehren: „$- a \times - b$ hat für uns keinen Sinn, deshalb wollen wir diesem „Ausdruck einen Sinn unterlegen und die Definition aussprechen, „dass $- a \times - b = + ab$ sei“.

So wünschenswerth es ist, dass in der neuern elementaren Mathematik viel Ballast verschwinde, und ein Gang ähnlich dem in der höhern Mathematik eingeschlagen werde, so darf doch nie die Genauigkeit ausser Acht gelassen, vielmehr muss dem Schüler die Gleichheit sowie die Ungleichheit ähnlicher Formen zum lebendigsten Bewusstsein gebracht werden.

---

*) Es ist übrigens unrichtig, zu behaupten, dass mehrere Factoren und Divisoren am kürzesten zusammengezogen werden, indem man das Product aller Factoren durch das Product aller Divisoren dividirt. Es wird im Gegentheil beim Reduciren der Brüche der umgekehrte Weg eingeschlagen.

Notiz.

Zum Aufsatze Emsmanns (XI, 253 f.).

Mit Bezug auf unsere Nachbemerkung (S. 262 des 4. Heftes) zur Controverse Müller-Emsmann (betr. den Artikel „zum vieraxigen Coordinatensystem“) erlauben wir uns nachträglich noch aufmerksam zu machen auf den klassischen Aufsatz von Möbius in den Berichten der königl. sächs. Gesellschaft der Wissenschaften v. J. 1849 „Ueber das Gesetz der Symmetrie der Krystalle und die Anwendung dieses Gesetzes auf die Eintheilung der Krystalle in Systeme“. Die Redaction.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A) Auflösungen.

128. (XI_6, 433.) Den geometrischen Ort der Brennpunkte sämmtlicher Parabeln zu finden, welche drei gegebene Gerade berühren.

1. Auflösung. Die Schnittpunkte der Tangenten seien A, B, C und F der Brennpunkt. Fällt man $FD \perp BC$, $FE \perp CA$, $FG \perp AB$, so liegen D, E, F auf der Scheiteltangente. Liegt nun etwa F innerhalb des Tangentenwinkels BAC, so sind $FDEC$ und $FDBG$ Sehnenvierecke, daher $\angle CFE = CDE = BDG = BFG$, folglich $\angle BFC = GFE$, $\angle BFC + BAC = 2R$, also F auf dem Kreise um $\triangle ABC$. Stoll (Bensheim).

2. Auflösung. Die Tangenten seien a, b, c, der Schnittpunkt von a und b sei C u. s. w. Zieht man ferner durch A, B und C zu der Achse die Parallelen a_1, b_1, c_1 und von A, B, C nach F die Geraden a_2, b_2, c_2, so ist bekanntlich $\angle(a_2 b) = \angle(c a_1)$, $\angle(b_2 c) = \angle(a b_1)$, $\angle(c_2 a) = \angle(b c_1)$. Lässt man nun die Parabel sich ändern, so beschreiben a_1 und b_1 zwei gleiche und gleichlaufende Strahlenbüschel, a_2 und b_2 dagegen zwei Strahlenbüschel, die denen von a_1 und b_1 gleich, aber mit ihnen ungleichlaufend sind. Daher sind die Strahlenbüschel a_2 und b_2 gleich und gleichlaufend, die Durchschnittspunkte entsprechender Strahlen liegen also auf einem Kreise. Derselbe muss durch A und B, aber auch durch C gehen, da man auf C dieselbe Betrachtung anwenden kann.

Cardinaal (Tilburg). Kiehl (Bromberg).

136. (Gestellt von Glaser XII_1, 36.) Ein Viereck zu construiren aus den Längen der beiden Diagonalen, den Mittelpunkten derselben und dem Schwerpunkt.

1. **Anal.** Die Mitten der Diagonalen AC und BD seien resp. M und N, die Schwerpunkte der Dreiecke ABC, ADC, ABD, BCD resp. P, Q, R, T; PQ und RT schneiden sich in S, dem Schwerpunkt des Vierecks. Ferner ist $PQ \parallel BD$, und $RT \parallel AC$; MN werde von PQ in K und von RT in H geschnitten, so ist $MK = NH = \frac{1}{3} MN$. Daher sind auf MN die Punkte K und H bestimmt, und $AC \parallel SH$, $BD \parallel SK$.

Dr. von Fischer-Benzon (Kiel). Dr. Glaser (Homburg v. d. Höhe). Stegemann (Prenzlau). Dr. Vollhering (Bautzen). Capelle (Oberhausen).

2. **Anal.** In der Abhandlung von Endemann „einige Constructionen des Schwerpunktes des Vierecks" (Grunerts Archiv Bd. 42 S. 299) findet sich u. a. folgender Satz: „Zieht man durch M und N Parallele zu den Diagonalen, welche sich in F schneiden, so ist der Schwerpunkt S des Dreiecks MNF zugleich Schwerpunkt des ganzen Vierecks." Aus diesem leicht zu beweisenden Lehrsatze folgt eine einfache Construction. Dr. S. Günther (Ansbach).

3. **Anal.** Die Mitte G von MN ist der Schnittpunkt der die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegenden Seiten verbindenden Geraden. Dieser Punkt liegt aber nach einem von Stoll in Grunerts Archiv (Bd. 65, S. 445) mitgetheilten Satze mit dem Schnittpunkt E der Diagonalen und dem Schwerpunkt S in gerader Linie und theilt deren Entfernung im Verhältniss $3:1$, so dass $EG = 3\,GS$; daher ist E bestimmt. (S. 167, XII_4, 266.)

Dr. Stoll (Bensheim).

4. **Anal.** Zieht man $NF \parallel CD$ bis zum Durchschnitt mit CA, so ist $SF = \frac{1}{2} MS$, also F, und durch SF die Richtung von AC bestimmt. Ebenso wird die Richtung von BD bestimmt.

Dr. Kiehl (Bromberg).

137. (XII_1, 36.) Mit gegebenem Radius r einen Kreis zu construiren, dessen Peripherie von drei gegebenen Punkten P_1, P_2, P_3 gleich weit entfernt ist, so dass P_1 innerhalb, P_2 und P_3 ausserhalb liegen, oder umgekehrt.

1. **Anal.** X sei der Mittelpunkt des gesuchten Kreises und D die Mitte von P_2P_3, so ist DX ein Ort für X. Schlägt man mit $P_1X + P_2X = 2r$ um P_2 einen Kreis, macht $P_1G \perp DX$ und verlängert P_1G bis P_0, so dass $P_0G = P_1G$, so wird X der Mittelpunkt eines Kreises sein, der durch P_1 und P_0 geht und den Kreis mit $2r$ um P_2 berührt. — Ist statt r die Entfernung e der Punkte von der Peripherie gegeben, so ist die Analysis ähnlich.

Dr. von Fischer-Benzon (Kiel). Aehnlich Capelle.

2. Anal. Figur wie vorher. Ein Ort für X ist DX; da $P_1X + P_2X = 2r$, so liegt X auf einer Ellipse mit den Brennpunkten P_1 und P_2 und der grossen Achse $2r$.

Dr. Stammer (Düsseldorf). Dr. Stoll (Bensheim).

Hierzu bemerkt Herr Dr. Stoll, dass X auch auf der Ellipse liegen muss, welche P_1 und P_3 zu Brennpunkten und $2r$ zur grossen Achse hat, worin zugleich die Determination der Aufgabe enthalten ist, welche nur dann gelöst werden kann, wenn sowohl P_1P_2, als auch $P_1P_3 < 2r$ sind. DX hat mit jeder der beiden Ellipsen zwei Schnittpunkte, die selbst wieder die Schnittpunkte dieser unter sich sein müssen.

138—142. (Gestellt von Bauer XII_1, 36 und 37.)

138. An einen Kreis C sind die Tangenten AB und AB_1 gezogen; eine dritte Tangente schneidet AB in D, AB_1 in E und berührt den kleineren Bogen BB_1 in F; eine Gerade durch C und $\perp AC$ trifft AB, AB_1, DE resp. in G, G_1, H; $DJ \perp GG_1$, $EK \perp GG_1$. Zu beweisen:

1. $DC^2 = DE\,.\,DG$; 3. $GC^2 = DG\,.\,EG_1$; 5. $HC^2 = HD\,.\,HE$;
2. $EC^2 = ED\,.\,EG_1$; 4. $BC^2 = DJ\,.\,JK$; 6. $HF^2 = HJ\,.\,HK$.

Beweis. Bezeichnet man die Winkel DAE, EDA, AED resp. mit 2α, 2γ, $2\gamma_1$, so ist $\angle DGC = CG_1E = DCE = 90^0 - \alpha$, $\angle CDG = EDC = ECG_1 = 90^0 - \gamma$, $\angle GCD = CED = G_1EC = 90^0 - \gamma_1$. Nun ergiebt sich 1) weil $\triangle GDC \sim CDE$; 2) weil $\triangle DEC \sim CEG_1$; 3) weil $\triangle GDC \sim G_1CE$; 5) weil $\triangle HDC \sim HCE$. — Ferner $DJ : CB = DG : GC$ und $EK : CB_1 = EG_1 : G_1C$. Durch Multiplication und Benutzung von 3) ergiebt sich 4). — Endlich ist $\triangle HJD \sim HFC \sim HKE$, daher $HJ : JD = HF : FC$ und $HK : KE = HF : FC$. Multiplicirt man beides und benutzt 4), so entsteht 6). — Aehnlich, wenn DE den grösseren Bogen BB_1 berührt.

Capelle (Oberhausen). Glaser (Homburg v. d. Höhe). Stoll (Bensheim). Vollhering (Bautzen).

139. DE hat den Minimalwerth, wenn $DF = EF$ ist.

Beweis. $DE = DB + EB_1$; daher wird auch $DG + EG_1$ ein Minimum. Nun ist aber (nach 3) $DG \cdot EG_1 = GC^2$, also constant. Soll aber die Summe zweier Grössen, deren Product constant ist, ein Minimum werden, so müssen dieselben einander gleich sein, also $DG = EG_1$. Capelle. Stoll. Glaser.

140. Wenn $\alpha + \beta + \gamma = 90^0$, so ist $(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta)(\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\gamma) = \sec\alpha^2$. Hierdurch lässt sich auch 138_3 beweisen.

Beweis. $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{tg}\beta = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos\alpha\ \cos\beta} = \frac{\cos\gamma}{\cos\alpha\ \cos\beta}$ u. s. w.

Capelle. Glaser.

141. Wenn $\gamma_1 + \gamma_2 = \gamma$, so wird

$$1)\ \operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2 = \frac{2\sin\gamma}{\cos\gamma + \cos(\gamma_1 - \gamma_2)};$$

$$2)\ \operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2 = \frac{\sin\gamma}{\cos\frac{1}{2}\gamma^2 - \sin\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)^2} = \frac{\sin\gamma}{\cos\frac{1}{2}(\gamma_1 - \gamma_2)^2 - \sin\frac{1}{2}\gamma^2}.$$

Der Minimalwerth von $\operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2$ ist $2\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma$.

Beweis. $\operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2 = \frac{\sin(\gamma_1 + \gamma_2)}{\cos\gamma_1\cos\gamma_2} = \frac{2\sin\gamma}{\cos(\gamma_1 + \gamma_2) + \cos(\gamma_1 - \gamma_2)}$ $= \frac{2\sin\gamma}{\cos\gamma + \cos(\gamma_1 - \gamma_2)}$, woraus sich die Formeln 2) unmittelbar ergeben. Der Minimalwerth für $\operatorname{tg}\gamma_1 + \operatorname{tg}\gamma_2$ tritt ein, wenn $\cos(\gamma_1 - \gamma_2)$ ein Maximum, also $\gamma_1 = \gamma_2$ wird.

Capelle. Glaser. Grabig (Sorau N. L.).

142. An einen Kreis C ist von A die Tangente AB gezogen; ferner $DAD' \perp AC$; BC trifft die Halbirungslinien der Winkel BAD und BAD' in E und E'; dann ist $AC = EC = E'C$.

Beweis. Es sei $\angle BAC = \alpha$, so ist $\angle BAE = 45^0 - \frac{1}{2}\alpha$; also $CEA = CAE = 45^0 + \frac{1}{2}\alpha$, mithin $CA = CE$ u. s. w.

Capelle. Glaser. Grabig. Stoll. Vollhering.

143. (Gestellt von Schlömilch XII_1, 37.) Gegeben von einer arithmetischen Progression die Gliederzahl n und die Summe s; gesucht das Anfangsglied x und die Differenz y; und zwar sollen n, s, x, y ganze Zahlen sein.

Auflösung. Man hat die unbestimmte Gleichung $2nx + n(n-1)y = 2s$ aufzulösen; es ist $x = \frac{s}{n} - \frac{n-1}{2}y$. 1) n ungerade, so muss s durch n theilbar sein. 2) n gerade $= 2n'$, so ist $x = \frac{s}{2n'} - \frac{2n'-1}{2}y = \frac{s + n'y}{2n'} - n'y$. Damit x eine ganze Zahl sei, muss $s + n'y = 2n'p$, daher s durch n' theilbar oder $s = n'q$ sein. Dies giebt $y = 2p - q$ und $x = p - n'y = n'q - p(2n' - 1) = s - p(n-1)$. Als Grenze für p hat man $\frac{s}{n} < p < \frac{s}{n-1}$.

Stoll (Bensheim). Aehnlich Capelle (Oberhausen).

144. (Gestellt von Schlömilch XII_1, 37.) Wenn $u_1 > u_2 > u_3 \cdots > 0$, so sind $R = u_1 + u_2 + u_3 + \cdots$ und $R' = 1u_1 + 2u_4 + 3u_9 + \cdots$ entweder gleichzeitig convergent oder gleichzeitig divergent.

Beweis. $R = u_1 + (u_2 + u_3 + u_4) + (u_5 + u_6 + \cdots + u_9) + \cdots > u_1 + 3u_4 + 5u_9 + \cdots$, also um so mehr $R > R'$ (1),

so dass die Convergenz von R die von R' nach sich zieht. Ferner ist $R = (u_1 + u_2 + u_3) + (u_4 + u_5 + u_6 + u_7 + u_8) + \cdots\cdots < 3u_1 + 5u_4 + 7u_9 + \cdots\cdots = 2R' + u_1 + u_4 + u_9 + \cdots\cdots$, also wenn $u_1 + u_4 + \cdots = R''$ gesetzt wird, $R < 2R' + R''$ (2). Convergirt R', so convergirt auch R'' und daher nach (2) auch R. Damit ist auch die Behauptung für die Divergenz bewiesen. (Ist R divergent, so divergirt auch R'; denn convergirte R', so müsste ja, wie bereits bewiesen, R convergiren.)

G. Lemoyne (Genua). J. Sievers (Frankenberg i. S.). Stoll (Bensheim).

B) Neue Aufgaben.

175. Ein Pfandbrief-Institut verzinst seine Pfandbriefe mit $4\frac{1}{2}\%$ (pro anno) in halbjährigen nachzahlbaren Raten und lässt sich die aus dem Pari-Erlös begebenen Darlehne mittelst 50 voller Annuitäten von je $5\frac{1}{2}\%$ (pro anno) in vierteljährigen vorauszahlbaren Raten verzinsen und amortisiren. Wieviel Procente der ursprünglichen Pfandbriefschuld müsste danach, genau genommen, dieses Institut halbjährlich eigentlich profitiren?

O. Fleischhauer (Gotha).

176. Mittelst welcher einfachen Regel kann die Frage, nach wieviel Jahren sich ein Capital bei einem Zinsfusse von p Procent durch gemeine Zinsverzinsung nahezu verdoppelt, durch blosse Kopfrechnung gelöst werden? Worauf beruht diese Regel und innerhalb welcher Grenzen bleibt sie richtig?

O. Fleischhauer (Gotha).

177. Wenn man in der Gleichung $az^2 + bz = c$, $z = \frac{y^2+1}{y}$ setzt, so erhält man die reciproke Gleichung vierten Grades $(ay^2 + by + a)(y^2 + 1) = cy^2$ (1). Setzt man in dieser Gleichung $y = \frac{x^2+1}{x}$, so erhält man die reciproke Gleichung achten Grades $(ax^4 + bx^3 + 3ax^2 + bx + a)(x^4 + 3x^2 + 1) = cx^2(x^2 + 1)^2$ (2). Durch Fortsetzung dieses Verfahrens gelangt man zu der reciproken Gleichung 2^nten Grades, deren Lösung auf eine quadratische Gleichung führt. Es soll diese Gleichung 2^nten Grades gesucht werden. Man könnte sie mit Günther (XI_6, 432) eine $(n-1)$fach reciproke nennen. Offenbar müssen umgekehrt die Coefficienten einer jeden solchen Gleichung sich durch dieselben beiden Grössen geben lassen, da es nur auf das Verhältniss $a:b:c$ ankommt. Wenn man $a = 1$, $b = -2$ und c^2 für c setzt, so gehen (1) und (2) genau in die beiden XI_2, 108 gestellten Gleichungen über.

von Schaewen (Saarbrücken).

178. Gegeben ein beliebiges windschiefes Sechsseit und eine Gerade im Raume. In der Geraden einen Punkt so zu bestimmen, dass, wenn daraus das Sechsseit auf eine beliebige Ebene projicirt wird, die Projection ein Sechsseit bilde, in welches ein Kegelschnitt beschrieben werden kann.

J. Cardinaal (Tilburg in Holland).

179. Gegeben ein beliebiges windschiefes Sechsseit und eine Gerade im Raume. Durch einen gegebenen Punkt eine Ebene so zu construiren, dass aus einem zu bestimmenden Punkte der Geraden die Projection auf die Ebene ein Sechsseit sei, in welches ein Kreis beschrieben werden kann. Cardinaal (Tilburg).

180. Gegeben $\triangle A\alpha B \sim B\beta C \sim C\gamma D \cdots$, wobei für die homologen Seiten die Proportion gilt: $AB : BC = BC : CD = CD : DE \cdots$. Legt man nun die Dreiecke so aneinander, dass sich $B\beta$ mit einem Theile von $A\alpha$ deckt, $C\gamma$ mit einem Theile von $C\beta$ u. s. w., so liegen die Punkte $A, B, C, D, \cdots$ auf einer Spirale, deren asymptotischer Punkt mittelst Zirkel und Lineal construirt werden soll. Auch die Punkte $\alpha, \beta, \gamma \cdots$ liegen auf einer Spirale.

Dr. Weinmeister I. (Leipzig).

181. (Entsprechend 128.) Den geometrischen Ort der Brennpunkte sämmtlicher Parabeln zu finden, welche durch drei gegebene Punkte gehen. Dr. Kiehl (Bromberg).

182. Anzugeben, welche Schnitte eines beliebigen Kreiskegels gleichseitige Hyperbeln werden.

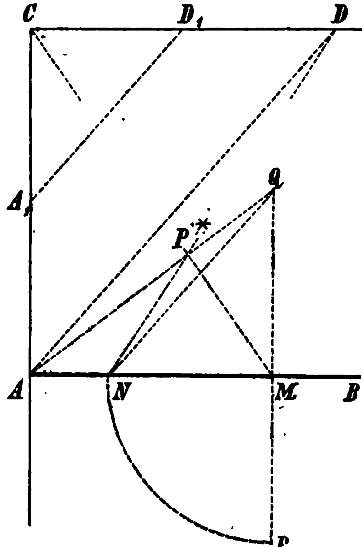
von Lühmann (Königsberg i. N.).

183. (Erweiterung der Sätze von Brocard 119, 120, XI_4, 274 und 133 XI_6, 434; Lösungen XII_2, 107, 108 und XII_4, 263/4). Im Dreieck ABC sind die Segmentärpunkte O und O' so bestimmt, dass $\angle COA = 2R - \alpha$ u. s. w., $AO'B = 2R - \alpha$ u. s. w. ist. Durch A', B', C', in welchen sich resp. BO und CO' u. s. w. schneiden, sind resp. mit BC, AC, AB Parallele gezogen, welche sich in K scheiden. Zu beweisen: 1) Die Entfernungen des Punktes K von den Seiten des Dreiecks ABC verhalten sich wie die letzteren. 2) Die Verbindungslinien von K mit den Halbirungspunkten der Seiten gehen durch die Halbirungspunkte der zugehörigen Höhen. 3) Je eine der Geraden KA', KB', KC' wird durch je eine der Mittellinien von ABC halbirt. 4) Die drei Geraden AA', BB', CC' schneiden sich in einem Punkte.

Dr. Kiehl (Bromberg).

184. Lehrsatz aus der Perspective nebst praktischer Anwendung desselben. Wie gewöhnlich bedeute (in Fig. a. f. S.) der unterhalb der Geraden AB liegende Ebenentheil die sogenannte horizontale Grundebene, der obere Theil die verticale Bildebene, C den

Augenpunkt, D den Distanzpunkt, mithin AC die Augenhöhe und CD die Distanz; das übliche Verfahren zur Bestimmung der perspectivischen Projection eines der Grundebene angehörigen Punktes P besteht dann bekanntlich darin, dass man von P auf AB die Senkrechte PM fällt, $MN = MP$ nimmt und die Geraden MC, ND zieht, welche sich im gesuchten Punkte P^* schneiden. Hieran knüpft sich folgender zu beweisende Satz: „Zieht man durch N parallel zu AD eine Gerade, welche der verlängerten PM in Q begegnet, so liegen die Punkte A, P^*, Q in einer Geraden." Demnach lässt sich die Projection P^* auch dadurch finden, dass man den Punkt Q wie vorhin bestimmt und MC durch AQ schneidet.



Dieses Verfahren ist sehr bequem in den Fällen, wo es sich nicht um eine vereinzelte Figur, sondern um ein eigentliches Bild handelt, für welches die Distanz immer ziemlich gross — mindestens gleich der Weite des deutlichen Sehens — genommen werden muss. Statt nämlich von N aus nach dem weit entfernten und meistens über den Bildrahmen hinaus fallenden Punkt D zu ziehen, braucht man nur durch N eine Gerade bestimmter Richtung zu legen; diese Richtung bestimmt man ohne D mittelst eines dem Dreiecke ACD ähnlichen Dreiecks A_1CD_1. Noch kürzer wird die Construction durch Zuhülfenahme eines Instrumentes, welches aus zwei um einen Punkt drehbaren Messingleisten besteht (analog einem gewöhnlichen Zirkel oder einem alten „Proportional-Circul"), die man zu Anfang der Arbeit auf den erforderlichen Winkel BAD einstellt und mittelst einer am Kopfe befindlichen Schraube festschraubt. Verschiebt man den einen Schenkel längs des an der Reissschiene befindlichen Lineals, so kann man längs des anderen Schenkels die Gerade NQ ziehen. Dieses neue Verfahren dürfte an Bequemlichkeit wohl kaum etwas zu wünschen übrig lassen. Schlömilch.

Beweis.*) P ist Aehnlichkeitspunkt der ähnlichen Dreiecke DCA und NMQ.

NB. Die Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften mussten diesmal aus Mangel an Raum wegbleiben. D. Red.

*) Von der Special-Redaction hinzugefügt.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

Besso, Davide (Professore nel R. Istituto tecnico di Roma), Elementi di Trigonometria piana. Roma e Torino. Ermanno Loescher. 1880. IV. 108 S. Pr.: 2 Frank = 1,60 ℳ
— Tavole di Seni e Coseni. Appendice agli Elementi di Trigonometria piana. Ibid. 12 S. Pr.: 0,30 Frank = 0,24 ℳ

Dieses kleine Lehrbuch der ebenen Trigonometrie, von der bekannten Verlagshandlung in ihrer gewöhnlichen einfachen und doch geschmackvollen Art und Weise ausgestattet, hat manches Eigenartige und Empfehlenswerthe. Es verweilt in der Goniometrie sehr lange bei Sinus und Cosinus des spitzen Winkels und giebt ungewöhnlich tiefgehende Aufschlüsse über Sinus, Cosinus und Bogen bei sehr kleinen Winkeln und, damit zusammenhängend, über Construction und Einrichtung einer trigonometrischen Tabelle. Erst nachdem diese, ein Drittheil des Buches absorbirenden, Entwickelungen abgeschlossen sind, wird gezeigt, was man sich unter Tangente und Cotangente, sowie unter den vier Grundfunctionen für andere als spitze Winkel zu denken habe. Die eigentliche Trigonometrie beschränkt sich dagegen mehr auf das unbedingt Erforderliche. Eine ausgiebige Beispielsammlung ist dem Büchlein beigegeben, nicht minder auch ein Anhang, welcher über numerische Annährungen, sowie über die Fehlergrenzen beim Rechnen mit abgekürzten Zahlen handelt. Was wir vermissen, ist die wenigstens gelegentliche Erwähnung der Functionen Secans und Cosecans, sowie eine geometrische Darstellung der Wanderung jeder der vier Functionen durch die vier Quadranten des Einheitskreises. Indess hindert dies ja den Lehrer nicht, solche Erläuterungen noch nachträglich beizufügen, und wir zweifeln nicht, dass das Werkchen den Bedürfnissen der Gymnasien und höheren Gewerbeschulen — mit letzteren sind die „istituti tecnici“ Italiens so ziemlich identisch — sehr wohl entsprechen werde.

Die separat zu beziehende kleine Tafel ist eine angenehme Zugabe. Weiss ja doch jeder Lehrer, dass in vielen Fällen, wenn es sich blos um einfache Uebungen, nicht aber um wirkliche genaue Berechnungen handelt, das Rechnen mit den natürlichen Sinus und Cosinus weit bequemer als mit deren Logarithmen zu bewerkstelligen ist.

Ansbach. Dr. S. Günther.

MALTHE-BRUUN, V. (Ingénieur civil), et C. CRONE (Cand. Math.), Quatre Modèles représentant des surfaces développables avec des renseignements sur la construction des modèles et sur les singularités qu'ils répresentent. Avec quelques remarques sur les surfaces développables et sur l'utilité des modèles. Par M. le Dr. H. G. Zeuthen. Leipzig, Bernard-Hermann, Editeur; Copenhague, And. Ferd. Höst et Fils; Paris, J. Baudry. 1877. 15 S. Text. Preis?

Modelle spielen in neuerer Zeit beim geometrischen Unterrichte eine Hauptrolle, und das mit Recht. Insbesondere für die Flächen der zweiten Ordnung ist in dieser Hinsicht sehr viel geschehen; sei es, dass man die besonders in Frankreich beliebten Fadenmodelle oder Gypsabgüsse, oder endlich die Brillschen Compositionen von Kreisschnitten verwenden will. War dagegen von developpablen Flächen die Rede, d. h. von solchen, welche durch die continuirliche Bewegung einer geraden Linie erzeugt und — im Gegensatz zu den windschiefen Flächen — in eine Ebene ausgebreitet werden können, — so blieb dem Lehrer nur für gewöhnlich übrig, auf das allbekannte Beispiel des Cylinders und Kegels hinzuweisen. So hilft denn diese Modellsammlung einem gewiss in manchem Colleg über analytische Geometrie gefühlten Bedürfnisse ab. Die vier Modelle, mit dem Text in einem und demselben Umschlage befindlich, sind aus starker, feiner Pappe gefertigt; wie aus denselben durch passendes Zerschneiden und Zusammenleimen die wirklichen geometrischen Gebilde herzuleiten seien, wird in der Gebrauchsanweisung des Näheren gezeigt. Auch die Rückkehrkante und gewisse für die Fläche charakteristische Linien, wie eine und die andere Generatrix u. s. w., sind auf dem zusammengeklappten Modell bereits deutlich erkennbar. Die angehängte theoretische Erläuterung Zeuthens verleiht dem Ganzen natürlich noch einen besonderen Werth; dieser hervorragende Sachkenner weist namentlich auch darauf hin, wie die Betrachtung der vorliegenden Modelle für seine eigene Specialität, die Lehre von den Singularitäten der Curven, nutzbar gemacht werden kann.

Ansbach. Dr. S. GÜNTHER.

BARDEY, Dr. E., Arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik, vorzugsweise für Realschulen zweiter Ordnung, Gewerbeschulen und höhere Bürgerschulen. Leipzig, Teubner 1881. Preis 2 *M.*

Mit diesem neuen Werke haben Verfasser und Verleger sich selbst eine, wie wir glauben, arge Concurrenz gemacht, indem viele Lehrer, namentlich wenn ähnlich, wie bei der grösseren Aufgabensammlung, auch die Lösungen der Aufgaben käuflich zu haben sein werden, es vorziehen dürften, sich für den Schulgebrauch dieses

Lehrbuchs statt der „methodisch geordneten Aufgabensammlung" auch in Gymnasien und Realschulen 1. Ordnung bis Secunda incl. zu bedienen. Der Verf. hat sich in der Vorrede weitläufig über den Unterschied zwischen diesem seinem „Lehrbuch" und seiner grösseren Aufgabensammlung ausgesprochen; wir erwähnen hiervon nur das Wichtigste. Den Brüchen ist ein eigener Abschnitt gewidmet; manche Abschnitte sind anders und zweckmässiger geordnet, einzelnen auch überhaupt eine andere Stelle angewiesen; z. B. wird die Ausziehung der Quadrat- und Kubikwurzeln vor der Rechnung mit Wurzelgrössen gelehrt, was durchaus zweckmässig ist; den Kettenbrüchen ist eine weit spätere Stelle angewiesen und die diophantischen Gleichungen sind ziemlich ans Ende gerückt wegen ihrer Verwandtschaft mit der Theorie der Maxima und Minima, der ein besonderer Abschnitt eingeräumt ist, auf welchen noch ein Abschnitt über graphische Darstellungen, als Schluss des ganzen Werkes, folgt. Mit Recht legt der Verf. diesen graphischen Darstellungen eine besondere Wichtigkeit bei, durch welche die Theorie der Maxima und Minima erst zum rechten Verständniss gelangt und ein besonderes Interesse gewinnt. Der wesentlichste Unterschied zwischen beiden Büchern aber liegt darin, dass hier den Aufgaben in jedem Abschnitt die Theorie in knappester Form vorangeschickt ist, so dass ein besonderes Lehrbuch neben den Aufgaben überflüssig ist. Die Abfassung dieser Theorie müssen wir für durchaus praktisch erklären, indem die von den Schülern zu lernenden Lehrsätze und Regeln mit gesperrter Schrift hervorgehoben und so ausgedrückt sind, dass sie leicht zu lernen und zu behalten sind.

Ueber Einzelnes gestatten wir uns noch einige Bemerkungen. Der Verf. legt selbst grossen Werth darauf, dass alle Sorgfalt darauf verwendet werde, die Definitionen richtig zu stellen; wir mussten uns daher wundern, dass er in dem zweiten Abschnitt, „Einführung in die allgemeine Arithmetik", die grundlegenden Definitionen des Addirens, Subtrahirens, Multiplicirens und Dividirens anstatt in präcisen Worten zu geben, in Form von Fragen blos angedeutet hat. Verf. fordert in einer sublinearen Bemerkung, dass die Fragen dieses Abschnitts vom Lehrer gründlich zu erörtern und die Antworten von den Schülern schriftlich auszuarbeiten seien. Wir fürchten, dass ersteres nicht in der rechten Weise geschehen werde, weil meistens der erste Unterricht entweder seminaristisch gebildeten oder noch wenig geübten Lehrern zugewiesen wird, und dass letzeres eine zu starke Zumuthung für so junge Schüler sein werde, möchten daher rathen, hierin in der späteren Auflage eine Aenderung zu treffen. Die Bemerkung auf S. 8: „Man vermeide für $\frac{3a}{a}$ den Ausdruck Verhältniss", halten wir an dieser Stelle für völlig unmotivirt und über den weiteren Inhalt derselben lässt sich streiten. Bei den Sätzen „Gleiches zu Gleichem addirt u. s. w."

hätten wir gern gesehen, wenn auch noch hinzugefügt wäre „Gleiches zu Ungleichem u. s. w.“ und dann später, wo auch mit negativen Zahlen gerechnet wird, auf die Unstatthaftigkeit der stricten Anwendung dieser Ungleichheitssätze aufmerksam gemacht worden wäre, um die Ungereimtheiten, die noch häufig in den Köpfen von Nichtmathematikern spuken, aus dem Wege zu schaffen, und die Sache richtig zu stellen.

Die Multiplicationsregel, wenn der Multiplicator negativ ist, ist auf eigenthümliche Weise auf dem Wege der Induction bewiesen: jedenfalls gewährt dieser Beweis mehr Befriedigung und Ueberzeugung, als wenn er auf eine eigens für diesen Zweck zugestutzte Definition gegründet wird. Bei dieser Gelegenheit wollen wir noch erwähnen, dass, wie hier, so auch öfters Anmerkungen vorkommen, die an sich zwar berechtigt sind, in denen aber zugleich eine Kritik über andere Lehrbücher oder andere Mathematiker in geringschätzender Form geübt wird: wir halten diese in einem für die Hand des Schülers bestimmten Buche nicht für angemessen.

Mit des Verfassers Feststellung des Begriffs des Verhältnisses zweier Grössen können wir, wie andere Mathematiker, uns durchaus nicht einverstanden erklären. Es ist hierüber, auch in früheren Jahrgängen dieser Zeitschrift, viel geschrieben, wir wollen daher hier nicht weiter darauf eingehen, sondern nur hervorheben, dass der Verf. es unterlassen hat, anzugeben, wie das Verhältniss zweier Grössen bestimmt wird, nämlich durch Messen, und dass dazu ein gemeinschaftliches Maass gehört, dass es aber Grössen giebt, die kein gemeinschaftliches Maass haben, dass es also Grössen giebt, deren Verhältniss sich nicht genau angeben lässt; — dieser Fall und nicht die Wurzeln aus unvollkommenen Potenzen haben auf die irrationalen Zahlen geführt.

Bei Gelegenheit der Erklärung der Methoden, nach denen Gleichungen mit mehreren Unbekannten aufzulösen sind, wird auch der Determinanten gedacht, ohne jedoch das Wesen derselben zu erklären, nur die Form einer zwei- und dreizeiligen Determinante, die eine durch $\begin{pmatrix} a & b \\ a_1 & b_1 \end{pmatrix}$, die andere durch $\begin{bmatrix} a & b & c \\ a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \end{bmatrix}$ wird angegeben; aber die Anwendung bei der Auflösung der Gleichungen wird nicht gegeben; statt dessen finden wir vielmehr die auffallende Anmerkung: „Die Determinanten zur Auflösung von Gleichungen zu benutzen, in welchen die Unbekannten Zahlencoefficienten haben, — — ist gänzlich unzweckmässig“ — — —. „Bei den meisten Aufgaben, welche hierher gehören, hat es in der That etwas Komisches, mit dem Apparat der Determinanten ans Werk zu gehen; denn ein leidlich tüchtiger Rechner wird nach der Additionsmethode schon das Resultat haben, bevor sich mit Hülfe der Deter-

minanten nur die Form des Resultats hinschreiben lässt"*). Der Verf. übersieht hierbei, dass es einem selbst nur sehr wenig geübten Rechner, wenn er nur erst das Wesen des zur Anwendung kommenden Algorithmus begriffen hat, gar nicht einfallen wird, erst die Form der Determinanten, sondern sofort das Resultat der Rechnung hinzuschreiben, wie folgendes Beispiel zeigen möge, wo wir den Gang der Rechnung durch Pfeile angedeutet haben:

$$ax + by = c$$

$$a_1 x + b_1 y = c_1$$

$$(a b_1 - a_1 b)\, x = c\, b_1 - c_1 b$$
$$(a b_1 - a_1 b)\, y = a\, c_1 - a_1 c$$

Ist das etwas Anderes oder Weitläufigeres, als das, was der Verf. lehrt? Ausserdem wird doch wohl der Verf. einem wenn auch noch wenig routinirten Lehrer nicht eine solche Pedanterie oder Bornirtheit zutrauen wollen, dass derselbe von seinen Schülern verlangen könnte, alle Gleichungen nach dieser Schablone zu rechnen, z. B. auch solche, bei denen die eine Gleichung die Form $y = ax$ hat, oder dieselbe Unbekannte in beiden Gleichungen denselben Coefficienten hat? Man darf doch wohl voraussetzen, dass die Schüler angeleitet werden, in jedem einzelnen Falle diejenige Methode zu finden und zu wählen, die am schnellsten zum Ziele führt? Wenn nun bei alledem der Verf. die Anwendung der Determinanten für etwas „Komisches", also vom ernsten Unterricht Fernzuhaltendes erklärt, so muss es Wunder nehmen, dass er 12 Seiten weiter dennoch wieder auf die Determinanten zurückkommt und von den Schülern verlangt, die Werthe einer Reihe von zwei- und dreizeiligen Determinanten zu berechnen oder Eigenschaften derselben zu beweisen, ohne auch nur die geringste Anleitung gegeben zu haben, wie das am einfachsten zu bewerkstelligen sei. Ist das nicht reiner Ballast, wenn die Schüler sonst weiter nichts damit anzufangen wissen? Also dann lieber ganz weg damit! Dass die sonstige Behandlung der Gleichungen eine ganz musterhafte ist, sagt sich bei unserm Verf. von selbst, auch die Erklärung der Maxima und Minima und die Aufnahme der graphischen Darstellungen ist als eine werthvolle Beigabe dankend hinzunehmen. Wir wünschen dem vortrefflichen Buche eine baldige zweite Auflage.

Lübeck. Chr. Scherling.

Nachschrift. Der Herr Referent ersucht uns, nachträglich zu bemerken, dass er vergessen habe, jene Stelle in der Vorrede zu erwähnen, wo der Hr. Verfasser dem Hr. Sinram-Hamburg den

*) Ein vollständiger Abdruck dieser Anmerkung findet sich in XII, S. 196 dieser Zeitschrift. Ref.

Vorwurf unerlaubter Ausbeutung seiner (Bardeys) Aufgabensammlung macht. Wir fügen hinzu, dass nach einer Mittheilung des Hr. S. letzterer wegen dieser Anschuldigung gegen Hr. Dr. B. gerichtlich klagbar geworden ist. D. Red.

Jenkin, F., Elektricität und Magnetismus. Aus dem Englischen ins Deutsche übertragen von Dr. Franz Exner (a. ö. Prof. an der Universität zu Wien). Mit 177 Holzschnitten. 8°. XXVIII und 404 S. Braunschweig, Vieweg. 1880.

Das vorliegende Buch giebt in gedrängter Kürze mittels elementarer Darstellung ein Bild von dem derzeitigen Stande der Elektricitätslehre nach der modernen physikalischen Anschauung, wobei die elektrischen Fundamentalerscheinungen, unter Erklärung und Anwendung der heutzutage üblichen Terminologie und Messungsprincipien, entwickelt werden. In deductiver Weise werden die Begriffe Quantität und Potential der Elektricität, elektrischer Strom, Leitungswiderstand, elektrostatische Messungen, Magnetismus und magnetisches Potential abgehandelt; ferner die magnetischen, elektromagnetischen und magneto-inductorischen Messungen, sowie die in der Praxis angenommenen Einheiten bezüglich des Leitungswiderstandes, der elektromotorischen Kraft und Intensität.

Einheitlich an die vorigen Grundlehren schliessen sich dann weiter an: Die chemische Theorie der elektromotorischen Kraft, die Thermoelektricität, die Galvano- und Elektrometer, die Volta'schen Batterien, die Widerstandsmessungen sowie die Vergleichung von Capacitäten, Potentialen und Quantitäten. Nun kommt die Reihe an die Reibungs-, Influenz- und magneto-elektrischen Maschinen, worauf die angewandte Elektricitätslehre — wie elektromagnetische Motoren, Telegraphie, Galvanoplastik, atmosphärische Elektricität u. dgl. m. — folgt. Als angewandte Lehre vom Magnetismus erscheint die Besprechung des Seecompass, und in einem Anhang werden das Telephon und Mikrophon principiell erklärt.

Aus dem hier nur angedeuteten reichen Inhalte (bei geringem Volumen des Buches) lässt sich schliessen, und es wurde auch schon oben ausgesprochen, dass die Behandlung nur dem Hauptwesen des Materials sein Augenmerk zuwendet und daher nur in Kürze eine Skizze der theoretischen und praktischen Lehren der beiden genannten Disciplinen bringt. Gerade jedoch hierin liegt der Vorzug des Buches, welches einerseits dem Fachmann einen Ueberblick über das Gesammtgebiet der Elektricität und des Magnetismus nach den heutigen Principien zu vermitteln vermag, und anderseits für den Unterricht in diesem Specialfach ein Compendium bieten soll. Allerdings wird es, in letzterer Eigenschaft von Studenten gebraucht, einen Lehrer wünschenswerth machen, der die Andeutungen ausführt, das zu kurz Behandelte erweitert u. s. w. Allein

dies liegt im Begriffe eines Lehrbuches. In dieser Wissenschaft genügend Fortgeschrittenen wird übrigens das Buch auch ohne Führer förderlich sein.

Was die Uebertragung betrifft, so hat der Herr Uebersetzer mit Recht es unterlassen — mit Ausnahme der Angaben nach metrischem Maass- und Gewichtsystem statt nach englischem — Aenderungen anzubringen, wo die Ansichten des Autors oder der Engländer von jenen des Uebersetzers oder der Deutschen abweichen. Derartige Abweichungen vom Original stören das einheitliche Bild des Ganzen und werden weder vom Autor noch vom Publikum mit besonderem Dank aufgenommen. In Noten, welche an das Ende des Buches verwiesen werden, lassen sich wohl derlei Abweichungen ohne Störung anbringen; aber es wäre, bei consequenter Anwendung dieses Verfahrens, ein Hauptvorzug des Buches, d. i. die Kürze, verloren gegangen.

Zu solchen abweichenden Bemerkungen und jedenfalls Ergänzungen wäre allerdings Gelegenheit gewesen, wie z. B. der Herr Uebersetzer selbst bemerkt, bezüglich der vom Autor noch immer festgehaltenen Contacttheorie. Ebenso sieht man jetzt in Deutschland die Elektrolyse des Wassers nicht als eine directe, sondern als eine indirecte Zerlegung an. Der Autor deutet wohl letzteres kurz an, fasst aber doch diesen Process als direct auf, trotz mancher entgegenstehender Gründe (Wüllners Compendium der Physik 1879. II. Bd. S. 506 und 519). Bezüglich der dynamo-elektrischen Maschinen fällt auf, dass die Grammesche Maschine nicht einmal erwähnt ist. Bei den Influenzmaschinen stehen Varleys und Thomsons Apparate vor jenem von Holtz. Obwohl der Autor das Geschichtliche der Wissenschaft überhaupt wenig berücksichtigt, so scheint doch eine derartige Verschiebung, da sie methodisch nicht geboten ist, eine Sünde gegen die Prioritätsrechte zu sein. Allein da derlei Anmerkungen und Ergänzungen zu weit geführt hätten, stimmt Referent dem Herrn Uebersetzer bei, dass er das Buch einfach gegeben hat — wie es ist. Jedenfalls hat der Uebersetzer auf Dank Anspruch, dem deutschen Publikum einen kurzen, übersichtlichen, auf moderner Grundlage beruhenden, eigenthümlichen Lehrgang der Elektricität und des Magnetismus zugänglich gemacht zu haben. Das Fehlende wird der Lehrer oder der fortgeschrittene Leser zu ergänzen haben.

P.

Keller, Dr. C. (Docent an der Universität und am schweizerischen Polytechnikum in Zürich), Grundlehren der Zoologie für den öffentlichen und privaten Unterricht. Leipzig, C. F. Winter 1880. Pr. 3 M.

Die Zoologie hat, wie ihre Schwester, die Botanik, schon seit langer Zeit endlich aufgehört nur „beschreibende Naturwissenschaft“ zu sein. Seitdem sie durch die fruchtbare Idee der organischen

Entwickelung, die sich als eine unabweisbare Naturwahrheit herausgestellt hat und glänzende Anwendung in ihr fand, einen fest begründeten causalen Hintergrund erlangt hat, ist sie zu einer echten Wissenschaft geworden. Und doch galt bisher in den meisten Lehrbüchern das Bekanntwerden mit den Thatsachen der organischen Natur für ausreichend. Das Kellersche Buch erhebt sich dadurch hoch über seine meisten Geschwister, dass es den alten Schlendrian verlässt und — nur auf festbegründete haltbare Thatsachen gegründet — die Idee der Entwickelung zur vollen Geltung kommen lässt.

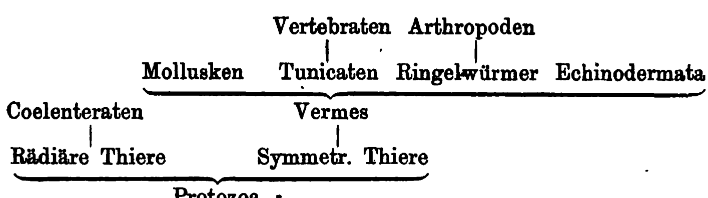
Nach einigen einleitenden Paragraphen werden zunächst Bau und Leistungen des Thierkörpers im allgemeinen besprochen. Bei den einfachsten Thierwesen sind die herkömmlicherweise unterschiedene animale und vegetative Function (Bewegung, Empfindung — Ernährung, Fortpflanzung) an dieselbe einfache gleichartige Leibesmasse gebunden, während bei den höheren Thieren eine Theilung der Arbeit stattgefunden hat, specielle für besondere Leistungen bestimmte Werkzeuge, Organe oder Organgruppen, Organsysteme den Körper zusammensetzen. Aber auch diese Organe erweisen sich zusammengesetzt aus, jenem einfachen Leib ähnlichen, elementaren Gebilden, den Zellen, auf deren Thätigkeit sich alle Lebensthätigkeiten zurückführen lassen.

Dies führt zur Besprechung von Bau und Leben, Formen und Inhaltsbestandtheilen, der Lebensäusserungen und der eigenthümlichen neuerdings erst genauer erforschten Arten der Entstehung jener winzigen Arbeitsstätten. Der Thierkörper wird betrachtet als eine Zellcolonie, deren einzelne Gruppen je nach ihrer Thätigkeit, ihrer Aufgabe, ein besonderes Gepräge erhalten haben, nun das Nervengewebe, Muskelgewebe, die Bindesubstanzen und das Epithel bilden, deren Functionen näher erörtert werden. Der Aufbau des thierischen Körpers, seine Entwickelung aus dem Ei, dessen Befruchtung, Differenzirung werden, soweit dies eben möglich ist, nach den neuesten Forschungen vor Augen geführt, ebenso besondere Erscheinungen in der Entwickelung, als Metamorphose, Generationswechsel.

Die folgenden §§ handeln von der Architectonik des Thierleibes und den Beziehungen der Thiere zur umgebenden belebten und unbelebten Natur, von denen die äussere Form der Thiere, Organisation und Lebensäusserungen abhängig sind. Als auffallende Belege für die mannigfachen Anpassungen an die Lebensbedingungen dienen die „sympathischen Färbungen“ welche die Thiere der Sandwüste, der Schneewüsten, der grünen Tropenwälder, die Boden- und Rindenthiere, die Meeresthiere etc. schützen, die „Glasthiere“ des Meeres und der Süsswasserseen, die zum Theil bis in die Neuzeit der Beobachtung entgangen sind und doch in grossen Mengen vorkommen, der willkürliche Farbenwechsel, die „Mimicry“ (Heliconidenform und -Färbung der sonst weisslingartigen Leptaliden;

Hornissen-, Wespen-, Hummel-, Bienenform von Fliegen, Käfern, Schmetterlingen, Formähnlichkeit mit Blättern bei Callima paralecta, Phyllium, mit Reisern und Aesten bei Phasma und Amphidasis betularia, merkwürdig täuschende Aehnlichkeit eines australischen Spinnercocons mit einer Orchideenfrucht sind meist durch treffliche Abbildungen zur Anschauung gebracht), schliesslich der Parasitismus mit seinen verschiedenen Formen (Commensalismus, Symbiose etc.). Nicht minder lebendig als die gegenseitigen Lebensbeziehungen der Organismen sind die Geschichte ihrer geographischen Verbreitung, die Erklärungen für die verschiedene verticale Vertheilung von der Tiefsee bis zur Meeresoberfläche, der Tiefebene bis zur Schneeregion und der verschiedenen horizontalen Vertheilung der Thierwelt über die Erdoberfläche, die Erörterungen über die thiergeographischen Regionen, die vicariirenden Arten und deren Beziehungen zur ursprünglichen Configuration der Continente und Meere, über active und passive Wanderungen und die geologische Stufenleiter der thierischen Organismen dargestellt.

Der Idee der Entwickelung entspricht auch die gesammte systematische Anordnung. Nach dem Verfasser gestaltet sich der Stammbaum der Thierwelt etwa in der folgenden Weise:



Dem entsprechend werden der Reihenfolge nach behandelt: Protozoa, Coelenterata, Vermes, Echinodermata, Mollusca, Arthropoda, Vertebrata. Von der gewöhnlichen Behandlung weicht die Stellung der Echinodermata ab, die trotz ihres anscheinend radiären Baues erst auf die Ringelwürmer folgen. Sie erhalten diese Stellung mit vollem Recht, nicht nur wegen ihrer hohen Organisation, sondern vor allem wegen der zweiseitig symmetrischen Gestalt ihrer Larven, die denen der Ringelwürmer oft ähnlich aussehen. Ohne besondere Bedeutung, aber unserer Ansicht nach besser begründet, würde die Veränderung der Reihenfolge in Arthropoden, Mollusken, Vertebraten sein, da Arthropoden und Echinodermen einer- und Mollusken und Vertebraten andrerseits näher mit einander verwandt sind, als Arthropoden und Vertebraten (im Buche folgen die Fische auf die Schmetterlinge). Auch die weitere Eintheilung der Thierkreise trägt den Entdeckungen auf entwickelungsgeschichtlichem, paläontologischem und morphologischem Gebiete völlig Rechnung (nur die zweifellos zu den Pilzen gehörenden Schizomyceten, sowie die ebenso zweifellos zu den Algen gehörenden Volvocineen sollten die

Herren Zoologen doch endlich den Botanikern überlassen!). Der Thierkreis der Würmer ist etwas weiter gefasst als gewöhnlich, so dass auch die Tunicaten (durch den Besitz einer Chorda dorsalis den Uebergang zu den Wirbelthieren vermittelnd) und die Brachiopoden, letztere als „Muschelwürmer", den Uebergang zu den Mollusken vermittelnd, dazu gerechnet werden. Die Larven der letzteren sind oft aus mehreren Ringeln zusammengesetzt und erinnern an die Borstenwürmer, bekommen die Muschelgestalt (wie ja z. B. auch unter den Crustaceen die Cirripedien) erst später durch rückschreitende Metamorphose. Das Fehlen des Fusses und anatomische Eigenthümlichkeiten unterscheiden sie auch dann noch von den Weichthieren. Die Bandwürmer und Kratzer (Acanthocephali) haben die übliche Stellung bei den Platodes und Nemathelminthes. Uns scheint es, als ob dieselben ihrer äusserst einfachen Organisation halber zu einer besonderen Classe, die den Protozoen näher stehen würde, zu vereinigen seien, wenn man sie nicht nach Giebels Vorgange direct als Taeniozoa zu den Protozoen rechnen will. Dieselben unterscheiden sich von den eigentlichen Würmern durch ihren weder deutlich symmetrischen noch strahligen, höchstens angedeutet bilateralen Typus (bei Echinorhynchus durch die beiden Lemniscen, bei den Cestoden durch die flachgedrückte Gestalt), wie er sich auch bei den Protozoen (den monostegien Polythalamien) findet, durch den gänzlichen Mangel eines Darmcanales und Mundes, die einfachste Differenzirung von Muskelfasern und zum Theil von Nervenfasern; nur die Fortpflanzungsorgane sind besser entwickelt. Die Wirbelthiere werden mit Recht in Acrania (Leptocardii) und Craniota, letztere in Cyclostomi, Pisces, Dipnoi, Amphibia, Reptilia, Aves, Mammalia eingetheilt; die Vögel mit Rücksicht auf die paläontologischen Funde in Saurura, reptilschwänzige mit Zähnen in den Kiefern (Archaeopteryx lithographica), Ratita, straussartige (mit Dinornis, Aepyornis etc.) und Carinata, kielbrüstige; die Säugethiere in Kloakenthiere, Beutelthiere, Placentalthiere. Die Ordnungen der Säugethiere sind: Monotremata, Marsupialia, Ungulata, Edentata, Chelophora, Carnivora, Pinnipedia, Prosimii, Rosores, Insectivora, Chiroptera, Simiae. Die unnatürliche Abtheilung der Dickhäuter ist nach Vergleich mit den ausgestorbenen Hufthieren gestrichen worden, die vorweltlichen Hufthiere nöthigen zur Vereinigung sämmtlicher Familien zu einer gemeinsamen Ordnung Ungulata, deren beide Unterordnungen Perissodactyla, Unpaarzehige, und Artiodactyla, Paarzehige, die früheren Multungulata Tapirus, Rhinoceros, resp. Schweine, Anoplotherien und Flusspferde umfassen; die Elephanten und Klippdachse bilden dagegen eine, hauptsächlich durch entwickelungsgeschichtliche Merkmale geschiedene Ordnung Chelophora, Scheinhufer. Die Prosimii bieten in den noch lebenden Formen Beziehungen zu den Affen, Nagern und Fledermäusen, und sind als Ausgangspunkt für die höheren Säuger zu betrachten, daher diesen

vorangestellt. Das Schlusscapitel bildet der Mensch, der in manchem Lehrbuche fehlt, obwohl er seinem naturhistorischen Charakter, seinen morphologischen Eigenschaften nach in den Stamm der Wirbelthiere gehört. Nimmt er auch unter den Säugethieren körperlich wie geistig den höchsten Rang ein, so giebt es doch neben dem Pflanzenreich und Thierreich kein besonderes Naturreich für ihn, er gehört unbedingt in ein vollständiges zoologisches Lehrbuch hinein.

Die einzelnen Abtheilungen, Gattungen und Arten sind in gleichem Sinne behandelt, wie ihn die allgemeine Anlage des Buches verräth. Nirgends finden wir todte systematische Formen, überall lebendige Entwickelung, nirgends veraltete Ansichten oder Ueberflüssiges, überall den gleichen frischen einheitlichen Guss. — Nur manche Abbildungen lassen ein einheitliches Gepräge vermissen; neben vorzüglichen kommen einzelne ganz schlechte und unbrauchbare vor, z. B. die Kreuzotter (die Abbildungen der Schlangen sind bei Thomé weit besser), des Schnabelthieres, der Hyäne, einzelner Vögel, der Biene u. s. w. Am störendsten ist es, dass jegliches Maass der Vergrösserung resp. Verkleinerung der Figuren fehlt, oft zudem im Texte die Angabe der natürlichen Grösse (den meisten dieser Figuren fehlen auch die Vergleichsobjecte, wie Pflanzen, bekanntere Thiere). So haben z. B. Thunfisch und Seepferdchen, Ibis und Eisvogel, Hyäne und Wiesel, Nielpferd und Spitzmaus etc. dieselbe Grösse in der Figur, während die Forelle grösser erscheint als der Sägefisch und dergl. Man übersieht indessen gern diese Fehler, welche sich nun einmal in die erste Auflage eingeschlichen haben, bei der grossen Zahl sonst überaus gelungener und trefflich gewählter Illustrationen, die zum Theil vom Verfasser, theils aus den berühmtesten Specialwerken stammen. Wir heben nur hervor die Illustrationen zur „Mimicry", dem Parasitismus, Entwickelung und Anatomie der Mollusken, Zusammenstellung europäischer Süsswassermuscheln (Unio, Anodonta — in Figur 228 fälschlich Anotonta — Cyclas, Dreissena), europäischer Lungenschnecken, die Illustrationen zu den Abtheilungen der Neuroptera, Orthoptera (z. B. die wohl selten abgebildete Fangmaske der Wasserjungfern) etc. etc.

Was die Auswahl des Stoffes anlangt, so hätten hier und da an Stelle weniger wichtiger Species die verbreitetsten einheimischen etwas mehr berücksichtigt werden können. So sind neben Ascaris lumbricoides noch Trichocephalus dispar und Oxyuris vermicularis die häufigsten Binnenschmarotzer des Menschen, von denen indessen der erstere nur beiläufig, letzterer gar nicht erwähnt wird. Bei den Hydroidpolypen hätte neben Hydra auch noch die zweite im Süsswasser (z. B. in der Elbe, dem salzigen See bei Halle etc.) vorkommende Gattung Cordylophora (lacustris) genannt werden können. Bei einigen der interessantesten Thiere ist die Entwickelung nicht, oder nur mangelhaft angegeben (z. B. das Vorleben des Echinorrhynchus gigas im Maikäferengerling, besonders aber die

höchst eigenartige, in der Entomologie einzig dastehende complicirte Entwickelung der Cantharides (Meloë, Lytta).

Ebenso vermissen wir hier und da kurze Notizen über Lebensweise und Gewohnheiten der Thiere (Athmung des Dyticus, dessen Dimorphismus auch unerwähnt bleibt, Nestbau des Hydrophilus und dergl.).

Bestimmungsübungen und andere Anregungen des Schülers zur eigenen Thätigkeit beim Unterricht sind bei diesem wie bei ähnlichen „Lehrbüchern" in die Hand des Lehrers gelegt, der in geeigneter Weise die „Grundlehren" vom Schüler selbst entwickeln lassen soll — sie fehlen im Buche. Jene unbedeutenden Mängel aber sind leicht zu corrigiren und können uns nicht abhalten, das vorliegende zoologische Lehrbuch für eines der besten — sicher für das zeitgemässeste zu halten, das es jetzt giebt.

Greiz. Dr. LUDWIG.

CLAUS, Dr. C. (o. ö. Professor der Zoologie und vergleichenden Anatomie an der Universität Wien, Director der k. k. zoologischen Station in Triest), Kleines Lehrbuch der Zoologie. Zum Gebrauche an Universitäten und höheren Lehranstalten. Marburg 1880. Pr. 9,50 ℳ

Das trotz seines Titels sehr umfangreiche Werk dürfte zwar für den Schüler unserer Gymnasien, schon wegen der fehlenden Abbildungen, weniger geeignet sein, als zum Gebrauche an Hochschulen, verdient aber um so mehr dem Lehrer als Hand- und Nachschlagebuch aufs wärmste empfohlen zu werden. Alle die Vorzüge der Kellerschen Schulzoologie, die wir oben besprachen, finden sich auch in diesem grösseren umfangreichen Werke; es ist eine auf den neuesten Standpunkt der Wissenschaft basirte Zoologie. — Wer sich über die im allgemeinen Theile behandelten wichtigen und für den Lehrer unumgänglichen Fragen genauer unterrichten will, dem empfehlen wir noch den separat erschienenen Abdruck der ersten 10 Bogen, „Grundzüge der Zoologie zum wissenschaftlichen Gebrauche" von demselben Verfasser (Marburg 1879. Preis 3,60 ℳ)

Greiz. Dr. LUDWIG.

FLÜGGE, Dr., Lehrbuch der hygienischen Untersuchungsmethoden. Eine Anleitung zur Anstellung hygienischer Untersuchungen und zur Begutachtung hygienischer Fragen für Aerzte und Chemiker etc. Mit 28 Abbildungen im Text, 17 Tabellen und 4 lithographirten Tafeln. Leipzig, Veit & Co. 1881. 602 S. 16 ℳ

Ein bedeutendes Buch, das den öffentlichen Interessen so nahe steht, darf wohl auch das Recht für sich in Anspruch nehmen, in unserer Zeitschrift besprochen zu werden, wenn sein Inhalt auch nur indirect mit unseren pädagogischen Zielen verwandt ist. Ganz

abgesehen von dem hohen Nutzen, den die Hygiene der Neuzeit der jetzigen Schule schon geleistet hat und noch zu leisten sich bemüht, stehen auch viele unserer Lehrer für Chemie der Hygiene und ihren Untersuchungsmethoden so nahe, dass es keine weitere Rechtfertigung bedürfen wird, wenn ich an dieser Stelle obiges Werk den chemischen Collegen aufs allerwärmste empfehle. Wer je schon in der Schule Untersuchungen der Luft oder Beobachtungen über den Einfluss einer bestimmten Ventilationseinrichtung gemacht hat, wird zu jeder Zeit dankbar sein für ein Werk, das so umfassend die hierauf bezüglichen Methoden zusammenfasst und dabei zugleich so treue Angaben über die gesammte einschlägige Literatur dem Chemiker zur Disposition stellt. — In seinem ersten Abschnitt behandelt nun Flügges Werk die Untersuchung der Luft. Alle neueren Instrumente über Temperatur- und Luftdruckmessungen sind hier besprochen: es ist in demselben überhaupt ein Compendium der Instrumentenkunde unserer jetzigen Meteorologie gegeben. An diesen physikalischen Theil schliesst sich gleich musterhaft bearbeitet die chemische Analyse der Luft. Wie eingehend man sich hier orientiren kann, mag daraus entnommen werden, dass ich hier zum ersten Male eine brauchbare Erklärung des Ausdrucks: Albuminoid-Ammoniak vorfand. Derselbe ist in keinem einzigen der grösseren chemischen Handbücher besprochen und doch wird derselbe jetzt häufig schon in chemisch-hygienischen Untersuchungen gebraucht. — Der zweite Abschnitt widmet sich der Untersuchung des Bodens. Sehr gut sind hier besonders das Grundwasser und seine verschiedenen Messungsmethoden besprochen, und es können Solche, welche praktisch hierüber arbeiten wollen, die schätzenswerthesten Winke über Auswahl der geeigneten Brunnen etc. sich erholen. — Daran reiht sich in der dritten Abtheilung die Untersuchung des Wassers selbst. Ich habe noch nicht leicht eine übersichtlichere Darstellung der hier einschlagenden Fragen in einem Werke vorgefunden, und es ist nicht zuviel gesagt, wenn ich dieselbe geradezu meisterhaft nenne. — Die vierte Abtheilung, Untersuchung der Nahrungsmittel, ist vielleicht diejenige, an welcher sich am meisten kritisiren liesse. Ich hatte ursprünglich die Absicht, die kritischen Notizen, die ich mir beim Durchstudiren des Werkes gesammelt hatte, hier mitzutheilen, doch fürchte ich, damit doch zu weit von der Tendenz unserer Zeitschrift abzuirren. — Sehr wichtig für den Lehrer der Naturgeschichte ist nun der fünfte Abschnitt: Untersuchung auf Fermente und Mikroorganismen und Prüfung von Desinfectionsmitteln. Nachdem zunächst der Begriff Ferment und Fermentwirkung mit Rücksicht auf alle neueren Forschungen und Hypothesen von Nägeli, Cohn etc. behandelt worden ist, wird die Untersuchung solcher Mikroorganismen nach der Methode von Koch ausführlich besprochen. Wer nicht im Besitze von Kochs Originalarbeiten in Cohns „Beiträgen zur Physiologie der Pflanzen“

ist, wird gewiss sehr dankbar für diese gründliche Belehrung sein. — Den Schluss des Werkes bildet die Untersuchung der speciellen Umgebung des Menschen, wobei Wohnung und Wohnungsfragen, z. B. Heizanlagen, Brennmaterialien etc., ferner Kleidung eingehend betrachtet werden.

Ueber welch reiches Material der Verfasser bei Bearbeitung seines Werkes verfügt hat — man kann ihm aber auch nirgends das Uebersehen einer bedeutenden Arbeit nachweisen — mag daraus entnommen werden, dass 94 Zeitschriften und eine noch viel grössere Anzahl von Handbüchern, Compendien etc. citirt sind. Dieser reiche Schatz an Wissenswerthem, der hier aufgesammelt worden ist, hat aber auch seine volle Anerkennung gefunden, indem an den bedeutendsten hygienischen Instituten, z. B. in München etc., das Werk bereits eingeführt worden ist*).

Memmingen. VOGEL.

B. Programmschau.

Mathematische und naturwissenschaftliche Programme des Königreichs Sachsen. Ostern 1880.

Referent: Prof. Dr. MEUTZNER in Meissen.

1. Dresden-Neustadt. Kgl. Gymnasium. Progr. Nr. 450. Hoffmann: *Experimentelle Untersuchungen über die vom galvanischen Strome bewirkte Aenderung der absoluten Festigkeit eiserner Drähte.*

Bereits seit 1856 wusste man durch Dufours Untersuchungen, dass die absolute Festigkeit eiserner Drähte, welche vom galvanischen Strome durchflossen werden, eine Steigerung erfährt, ohne indess bestimmte gesetzmässige Beziehungen zu kennen. Verf., welcher diese Versuche wieder aufgenommen hat, untersuchte die Festigkeit immer einige Zeit nach dem Durchgange eines möglichst schwachen, constanten Stromes — während des Durchgangs ist die absolute Festigkeit erheblich grösser cf. § 10 — unter Rücksicht auf die Dicke der Drähte, die Dauer und die Stärke des durchgeleiteten Stromes. Nach Angabe der Versuchsmethode mit allen zu beobachtenden Vorsichtsmassregeln folgen in §§ 7—9 die Tabellen mit den Ergebnissen: die Zerreissungswiderstände der Drähte im natürlichen Zustande sowie nach dem Durchfliessen des Stromes und die Festigkeitszunahme bei längerer Dauer des Stromes. Es ergab sich insbesondere hierbei: die Festigkeit wächst mit der Dauer der Länge der Einwirkung, doch nicht proportional der Dauer des Stromes; bei schwachen Strömen (nicht aber bei starken) ist die Festigkeitszunahme bei gleichlanger Wirkungszeit der Stromstärke nahezu proportional. §§ 12 und 13 sind theoretischen Erörterungen zur Erklärung der vorliegenden Erscheinungen gewidmet, welche wohl auch als Ursache dafür anzusprechen sein dürften, dass das Ohmsche Gesetz für eiserne Drähte keine strenge Giltigkeit besitzt. Ist nämlich, wie Verf. meint, die Festigkeitszunahme des Eisendrahtes als eine innere Arbeit des durchfliessenden Stromes anzusehen, so sind die bisherigen Angaben über die Grösse des galvanischen Widerstandes des Eisens um eben jenen Betrag zu gross.

---

*) Vergl. den Abdruck des Aufsatzes „Schulhygiene" aus dem Gesundheits-Ingenieur in der 3. Abth. des nächsten (4.) Heftes.
D. Red.

2. Freiberg. Gymnasium Albertinum. Progr. Nr. 451. Kallenberg: *Die Naturwissenschaften und die Culturentwickelung der Menschheit.*

Die vorliegende Arbeit zerfällt in zwei Theile, von denen sich nur der erste direct mit dem obigen Thema befasst, wogegen der zweite sich über die verschiedenen Stadien der Culturentwickelung der Menschheit im allgemeinen verbreitet. Wir greifen einige Sätze heraus, welche zur Charakterisirung des Standpunktes des Verf. dienen können. Die Fortschritte der culturgeschichtlichen Entwickelung offenbaren sich wesentlich in einer Steigerung von Eigenthum, Recht, Macht und Freiheit der Völker, womit in idealer Hinsicht eine Erhöhung aller Bestrebungen auf den Gebieten der Kunst, Moral und Wissenschaft Hand in Hand gehen muss. Eine gleichmässig fortschreitende Entwickelung nach allen diesen Beziehungen hat nie stattgefunden, zumeist vollzieht sich der Fortschritt in dem einen Gebiete auf Kosten der anderen. Unsere Zeit ist insbesondere charakterisirt durch die einseitige Betonung der Naturwissenschaften, deren staunenerregende Erfolge die gewaltigsten Umwälzungen im materiellen und geistigen Leben der Nationen theils bereits gezeitigt haben, theils noch herbeiführen werden. „Niemand wird behaupten, dass die auf den Ausbau realer Verhältnisse gerichteten Bestrebungen nicht ihre volle Berechtigung hätten; sie haben dieselbe aber nur im Dienste ethischer Ziele. Dass unser inneres Leben gegenüber der rastlosen Förderung äusserer Interessen einer Neubelebung in Hinsicht auf die idealsten und heiligsten Güter der Menschheit bedürftig ist . . . . dies Bewusstsein des gestörten Gleichgewichtes der geistigen Kräfte geht durch alle tiefer fühlenden Gemüther. Auch Männer der Naturforschung und der nüchternsten Gedankenarbeit verkennen die Berechtigung der Ansprüche des Herzens nicht." — Die Kräfte der Natur sind zielstrebig, die ganze Natur wirkt insofern vernünftig, also ist der Urgrund alles Seins in einer Einheit zu suchen, von welcher die Naturkräfte und ihre Ordnungen ausgehen; welche die Ziele bestimmt hat, nach denen die Entwickelung der Welt hinstrebt: der Schöpfer die Ursache aller Ursachen . . . . ist das Ziel aller Culturentwickelung. Nur auf Grund einer solchen einheitlichen — positiv christlichen — Weltanschauung ist eine Versöhnung der schroffen Gegensätze zwischen Geist und Natur, Religion und Wissenschaft herbeizuführen möglich.

3. Döbeln. Realschule I. O. und Landwirthschaftsschule. Progr. Nr. 464. Wolf: *Ueber das Wasser, insbesondere das Wasser in gesundheitlicher Beziehung, und chemische und mikroskopische Untersuchungen der Trinkwasser der Stadt Döbeln.*

Zum Gegenstande einer Programmabhandlung ein Thema zu wählen, das sich insonderheit auf die eigene Schule bezieht oder wie hier auf die Stadt, in welcher die Anstalt sich befindet, erscheint um so gerechtfertigter, als derartigen Specialuntersuchungen, sofern ihnen nicht durch ganz besondere Umstände ein hoher, allgemein wissenschaftlicher Werth verliehen wird, nur sehr selten die Spalten einer Fachzeitung offen stehen werden. Gegen das Thema ist also nichts einzuwenden, auch ist kein Grund vorhanden, den wissenschaftlichen Werth vornehmlich des vierten Theiles der Arbeit in Zweifel zu ziehen, wohl aber müssen wir gegen die hier beliebte Darstellungsweise entschieden protestiren (s. u.). — Ueber das Wasser im allgemeinen handelt der erste Abschnitt, „historische Einleitung" — dort wird erst in sehr seichter Weise über die Auffassung des Wassers als Elementes seiten der Alten, dann über van Helmonts Versuche (Pflanzen sind verdichtetes Wasser), endlich über Cavendishs epochemachende Entdeckung (Wasser das Verbrennungsproduct des Wasserstoffes) berichtet, angeschlossen der Begriff „reinstes" (!) Wasser; — und der zweite Abschnitt, „die Bedeutung des Wassers im Haushalte der Natur"

betitelt. Nach dieser stolzen Capitelüberschrift könnte man eigentlich statt $4\frac{1}{2}$ Seiten mit einem gewissen Rechte ein ganzes Buch erwarten; Verf. begnügt sich, zu bemerken, dass der menschliche Körper, um richtig zu functioniren, ein erhebliches Quantum Wasser bedürfe, welches er theils mit den Nahrungsmitteln (Tabelle des Wassergehaltes derselben) zu sich nehme, theils durch Trinken dem Körper zuführen müsse, weil das auf ersterem Wege aufgenommene Quantum den Bedarf nicht decke! Es wird bemerkt, dass „reinstes" Wasser in der Natur sich so gut wie nicht vorfinde, sofern das Wasser die für die Ernährung der Pflanzen aber auch der Thiere wichtige Eigenschaft besitzt, eine beträchtliche Anzahl von Stoffen in mehr oder weniger erheblicher Menge zu lösen (Tabelle).

Schon bis hierher hat man reichlich Gelegenheit, zu beobachten, dass die sehr schwerfällige, manchmal auch unklare Darstellung entsetzlich in die Breite geht und sich wunderbarer, hochtönender, tautologer Wortverbindungen mit einer Art Vorliebe bedient, welche fast der Vermuthung Raum geben, als verstehe Verf. den Sinn der angewendeten Fremdwörter nicht gehörig. So liest man S. 2 . . . „haben sie (die Griechen) meist nur die **philosophische Ideenspeculation** für die Erklärung der Begriffe Wasser u. s. w. allein massgebend sein lassen"; oder S. 8 „die eine wie die andere Ansicht der obenerwähnten **Ideenvorstellung** über die Elemente . . ."; später finden sich S. 10, 19 qualitative Beschaffenheit des Wassers, S. 13, 24 Wirkungseffect, S. 19, 20, 24 Qualitätsbeschaffenheit, S. 18 experimentelle Versuche; auch gehört hierher **Atmosphäre, mikroskopisch***).

Der dritte Theil, „das Wasser in gesundheitlicher Beziehung", sucht die Frage zu beantworten, in wie weit die im Wasser gelösten resp. ihm beigemengten unorganischen und organischen Stoffe als Ursachen von Krankheiten und von der Weiterverbreitung derselben anzusehen sind. Wir heben hervor, dass nach den hierüber angestellten Versuchen (bes. von Nägeli und Emmerich) sogar die von Fäulnissprocessen animalischer Substanzen herrührenden Verunreinigungen des Wassers und die im Wasser sich findenden Keime kleinsten organischen Lebens nur dann Krankheiten erregend zu wirken scheinen, wenn sie mit wunden Stellen der Schleimhäute in Berührung treten, wodurch ihnen der directe Uebergang in den Blutstrom ermöglicht wird. In dieser Hinsicht dürfte aber die Luft sich viel gefährlicher erweisen als das Wasser. Der vierte Theil bespricht die Bedingungen, denen ein gutes Trinkwasser genügen soll, weist darauf hin, dass die chemischen Befunde vorsichtig und mit Berücksichtigung aller einschlagenden Verhältnisse zu deuten sind, und giebt endlich die Methoden der chemischen und mikroskopischen Wasseruntersuchung an, welche insbesondere auch bei der Prüfung der Trinkwasser der Stadt Döbeln vom Verf. benützt worden sind. Die Angabe der gewonnenen Resultate und einige Mahnungen betreffs der Anlage von Brunnen machen den Beschluss.

4. Dresden. Realschule I. O. (Annen-Realschule). Progr. Nr. 465. Wobst: *Veränderungen in der Flora von Dresden und seiner Umgebung.*

In der einleitenden historischen Uebersicht, welche von den älteren und neueren Floren Dresdens handelt, macht Verf. als die ältesten nach wissenschaftlichen Principien gearbeiteten Werke namhaft: ein Manuscript der Dresdener kgl. Bibliothek von der Hand eines gewissen Schulze (gegen Ende des vorigen Jahrhunderts, 500 Phanerogamen, 100 Kryptogamen umfassend) und den Flora (ae?) Dresdensis Nomenclator von Bucher (1806;

*) Diese Mängel des Ausdrucks entstammen offenbar der mangelhaften, sprachlich-logischen Bildung des Programmschreibers. Da Landwirthschaftslehrer meist höhere Schulen, namentlich Gymnasien, nicht absolvirt, sondern ihre sprachliche Vorbildung nur etwa auf einer Realschule II. O., einer Handelsschule oder einem Seminar genossen haben, so sollten bei Veröffentlichung solcher Programme die Directoren vorsichtiger sein und solche literarische Erzeugnisse zuvor mit kritischer Philologenbrille durchlesen. D. Red.

gegen 1000 Phanerogamen enthaltend). Beide gearbeitet nach Linnés System und mit so sorgfältiger Angabe der Standorte, dass hiernach der Verf. die Berichtigung einiger fehlerhafter Bestimmungen noch zu unternehmen vermag, entrollen vor den Blicken des Botanikers ein ziemlich deutliches Bild der Gewächse, die damals die Umgebung der sächsischen Residenz in bei weitem reicherer Mannigfaltigkeit als heutzutage schmückten. Auf Grund dieser älteren Pflanzenverzeichnisse untersucht unsere Schrift hauptsächlich das Verschwinden früherer und das Auftreten neuer Pflanzen in der Umgegend Dresdens, wobei sehr richtig bemerkt wird, dass „die verschwundenen Pflanzen mit grosser Vorsicht zu verzeichnen sind, da namentlich perennirende, wo nicht Localitätsveränderungen vor sich gegangen sind, oft nach langem Ausbleiben plötzlich wiederkehren" (wofür Beispiele angeführt werden). Als die wichtigsten Umstände, welche das Verschwinden mancher Pflanzen zur Folge haben, werden aufgezählt: der künstliche Waldwechsel und die Abholzung der Forsten und Heiden; die Trockenlegung von nassen Waldflächen, von Sümpfen und Teichen; die sich immer weiter ausdehnenden Bauten und industriellen Anlagen; der Aberglaube der gewöhnlichen Leute und die Plünderung durch Apotheker, Gärtner und Botaniker (nicht auch durch botanisirende Schüler?). Zu alledem sind Beispiele gegeben. Mit besonderer Ausführlichkeit wird endlich die Einwanderung neuer Gewächse behandelt, welche durch Wind (Samen mit Federkronen) und Wasser (die Elbe führt aus dem pflanzenreichen Böhmen fortwährend bes. bei Hochfluten neue Formen ein; gegen 60 Beispiele), durch die Vögel und die Menschen vermittelt wird. Ganz vorzüglich haben sich neue Pflanzen bei uns angesiedelt im Gefolge der fremdländischen Producte, zu deren Einführung die mit der fortschreitenden Culturentwickelung sich steigernden Bedürfnisse des täglichen Lebens Veranlassung geben. Hierher gehören die mit dem Getreide, mit allerlei Sämereien, durch Kriegs- und Handelsverhältnisse (Heutransport, Waarenverpackung u. s. f.), durch Baumaterialien u. dgl. m. eingeschleppten Gewächse. Vor allem aber sind aus den Culturen zu Heckenanlagen, zu gewerblichen und öconomischen Zwecken, zu officinellem Gebrauche, aus Gärtnereien und botanischen Gärten viele (160) Pflanzen verwildert und, soweit sie günstige Lebensbedingungen vorfanden, bei uns heimisch geworden.

5. Grimma. Realschule II. O. Progr. Nr. 472. Saupe: *Die Spectralanalyse und ihre Anwendung in der Astronomie.*

Form wie Inhalt machen es Ref. sehr wahrscheinlich, dass diese Abhandlung einst als Vortrag wenn nicht gehalten, doch wenigstens entworfen war und für die Zwecke des Programmes nur noch einige Erweiterungen (vornehmlich Literaturnachweise) erfahren hat. Vielleicht ist dem Verf. von Seiten seiner damaligen Zuhörer der Wunsch geäussert worden, den Vortrag schriftlich zu besitzen; vielleicht auch hegte Verf. die Absicht, durch die hier gebotene Darstellung seine Schüler über die hauptsächlichsten Ergebnisse der Anwendung der Spectralanalyse auf die Astronomie eingehender zu belehren, als dies die dem physikalischen Unterrichte an einer Realschule II. O. zur Verfügung stehende Zeit erlauben dürfte. Nur von einem solchen Standpunkte aus glaubt Ref. vorliegender Abhandlung gerecht werden zu können. Im ersten Theile der Arbeit, welcher einiges aus der Theorie des Lichtes bringt (Vibrationshypothese, Dispersion, Linienspectra, Fraunhofers Linien etc.), ist mancherlei für das folgende überflüssige enthalten, anderes dürfte wieder in seiner Kürze für weitere Kreise kaum verständlich sein (z. B. S. 1, l. Z.), ja kann sogar zu falschen Schlüssen verleiten (S. 5); auch die Disposition des Stoffes lässt zu wünschen übrig. Der zweite Theil dürfte dagegen dem oben angedeuteten Zwecke in der Hauptsache besser entsprechen. Dort werden behandelt: Kirchhoffs Erklärung der Fraunhoferschen Linien

und Lockyers Fortsetzung dieser Untersuchungen; Drapers Entdeckung der Sauerstofflinien im Sonnenspectrum. Es folgen Kirchhoffs Ansicht über das Wesen der Sonne, die Hypothesen von Faye und Zöllner, Lockyers und Jansens Entdeckungen betreffs der Natur der Protuberanzen, die Methoden zur Beobachtung und die Classification derselben. Hierauf werden die Spectren der Planeten nach Vogel, die Fixsterntypen Secchis, die Spectren der Nebel und Kometen besprochen. Die in der Hauptsache überflüssige, jedenfalls zu breite und mangels Abbildungen für den Uneingeweihten kaum verständliche Behandlung der Spectroskope, die Bemerkung über das Funkeln der Sterne und der grösste Theil des über veränderliche und neue Sterne Gesagten konnte fehlen, dann hätte Verf. sehr gut „Platz und Zeit" (?!) gewonnen, die Verschiebung der Fraunhoferschen Linien in Folge der Bewegung der Sterne ausgiebig zu behandeln: bekanntlich wegen seiner weittragenden Folgerungen ein sehr wichtiger Abschnitt der Astrophysik. — Zum Schlusse nur noch die Frage: glaubt Verf. wirklich, dass Lockyers Analogie vom Geigenschirme*) dienen kann, zu einer richtigen Vorstellung von der Entstehung der Fraunhoferschen Linien jemandem zu verhelfen, der nicht schon grössere physikalische Vorkenntnisse besitzt?

6. Leipzig. Realschule I. O. Progr. Nr. 473. Weinmeister: *Die Flächen zweiten Grades nach elementar-synthetischer Methode bearbeitet.*

Diese jedenfalls Ref. sehr interessirende Arbeit ist leider ihrer ganzen Natur nach zu einem kürzeren Referate nur sehr wenig geeignet. Die sehr elegante und im ersten hier vorliegenden Theile mit ganz wenigen Rechnungen auskommende Methode der Behandlung kann man eben nur durch eigene Lectüre kennen lernen, wozu wir alle Herren Collegen, die für obengenannten Gegenstand Interesse besitzen und die aus den Schulbibliotheken dieses Programm entnehmen können, glauben auffordern zu sollen. Im Vorworte sagt Verf.: „Die vorliegende Arbeit behandelt die Flächen zweiten Grades nach elementar-synthetischer Methode. Elementar muss dieselbe insofern genannt werden, als sie von der Steinerschen Geometrie der Projectivität vollständig absieht, und synthetisch, insofern sie die Eigenschaften der Flächen nicht in ihren Gleichungen aufsucht, sondern unmittelbar an ihnen selbst. Die Methode dürfte daher bei der Einführung in die Lehre jener Flächen mit Vortheil zu verwenden sein, da sie einerseits der analytischen Behandlungsweise gegenüber den Vorzug grösserer Anschaulichkeit besitzt und andererseits im Gegensatz zur Steinerschen eng mit der Geometrie des Maasses verwachsen ist und sich so der abstracteren Geometrie der Lage fernhält. Freilich hat sie bei ihrer Weiterentwickelung vollständig mit den Schwierigkeiten zu kämpfen, die elementaren Methoden anhaften." Der ausschliesslichen Benützung der Focaleigenschaften der Kegelschnitte traten bei der Bearbeitung der Cylinder erhebliche Schwierigkeiten in den Weg, deshalb wurde dort ein anderes Verfahren eingeschlagen, und bei den allgemeinen Flächen zweiten Grades, die aber noch nicht in den Bereich dieses Programmes fallen, musste eine mehr rechnende Behandlung Platz greifen. Die Darstellung ist im allgemeinen „etwas gedrängt"; „für das leichtere Verständniss wäre jedenfalls eine grössere Anzahl Figuren sehr dienlich gewesen", leider

*) Lockyer, Studien zur Spectralanalyse. Intern. wissen. Bibl. XXXV. Die Absorption des Lichtes lässt sich einfach (??) erklären durch eine Analogie aus dem Gebiete des Schalles. „Angenommen an dem einen Ende eines langen Zimmers befinde sich eine Geige, am andern der Beobachter und zwischen beiden ein Schirm von Geigen, welche sämmtlich mit der einzelnen gleiche Stimmung haben. In diesem Falle würde der Beobachter kaum einen von der einzelnen Geige erzeugten Ton wahrnehmen. (?) Warum nicht? Weil die Saiten der einzelnen Geigen, die mit denen der übrigen gleichgestimmt sind, alle anderen entsprechenden Saiten in Schwingungen versetzen und deshalb die Schwingungen nicht unversehrt bis an das andere Ende des Zimmers durchdringen können, als ob sie unterwegs keine Arbeit geleistet hätten etc. Dies ist . . . . die richtige Erklärung der erwähnten Erscheinung."

liessen materielle Rücksichten den Verf. von dieser wünschenswerthen Zugabe Abstand nehmen: es stellt daher die Arbeit an die Aufmerksamkeit des Lesers nicht unerhebliche Ansprüche. Was man zu erwarten hat — von der grossen Fülle von Sätzen aller Art gewinnt man freilich so noch keine Ahnung — mag eine kurze Wiedergabe des Inhaltes zeigen: I. Der Rotationskegel. 1. Focalgebilde und Excentricität des ebenen Kegelschnittes. 2. Die verschiedenen Arten der Kegelschnitte. Tangenten; Asymptoten. 3. Algebraische Summe der Brennstrahlen. Ort der Brennpunkte. 4. Aufgabe: einen gegebenen Kegel durch einen gegebenen Kegelschnitt zu legen. 5. Uebertragung eines Satzes vom Kreis auf den Kegel und den Kegelschnitt. 6. Die Parabel und Hyperbel als geometrische Oerter. II. Die Cylinder. 1. Ebene Schnitte (der parabolische, hyperbolische, elliptische C.). 2. Die Cylinder als geometrische Oerter. 3. Parallele Cylindersehnen. 4. Die Methode der Parallelprojection und ihre Anwendung auf Kegelschnitte. III. Die Rotationsflächen. 1. Die Rotationsflächen, welche die Hauptaxe des Kegelschnittes zur Drehaxe haben. (Die Rotationsflächen als geometrische Oerter. Ebene Schnitte. Die Rotationsfläche als reciproke Polare einer Kugel in Beziehung auf eine andere.) 2. Die Rotationsflächen, welche die Nebenaxe des Kegelschnittes zur Drehaxe haben. (Die Rotationsflächen als geometrische Oerter. Das einschalige Rotationshyperboloid als Linienfläche.) 3. Gemeinsames Auftreten beider Arten. 4. Fortsetzung von 2. (Die ebenen Schnitte des Rotationshyperboloides. Das abgeplattete Rotationsellipsoid. Die räumlichen Leitlinien und Brennpunkte des Kegelschnittes.) 5. Zwei Aufgaben über allgemeine Rotationsflächen zweiten Grades.

7. Leipzig. Barths Erziehungsschule. Progr. Nr. 476. Niederley: *Die Botanik in den unteren Schulclassen.*

Der diesmalige Bericht der Barthschen Erziehungsschule erörtert in ziemlich eingehender Weise die Einordnung der wichtigeren botanischen Begriffe in die Concentrationsstoffe der unteren Classen (vergl. auch das vorjährige Referat XI. B. dieser Ztschr., S. 484). Sehen wir einmal davon ab, wie sehr durch solche Nebenbetrachtungen*) die Aufmerksamkeit der Kinder vom Hauptgegenstande abgelenkt wird, — was doch auch seine pädagogischen Bedenken hat, weswegen Ref. sich für eine solche Behandlung nicht begeistern kann — so wird man zugeben müssen, dass es auf diesem Wege allerdings möglich sein muss, schon frühzeitig das Interesse der Schüler für die Botanik zu erwecken, ja wohl auch ihnen eine ganz hübsche Summe botanischer Vorkenntnisse zu übermitteln. Dass aber ein solcher propädeutischer Cursus geradezu nothwendig wäre, den Schülern „die erforderliche Reife" zu geben, „um die höher liegenden Aufgaben der Botanik lösen zu können", wird zum mindesten fraglich sein. Wir halten den botanischen Unterricht, soweit er an den Schulen ertheilt werden soll, weder für so schwierig, noch so hochwichtig, dass es solcher Vorbereitung bedürfte. Und dann, was hilft es, das Interesse in den vorausgehenden Classen so energisch wachgerufen zu haben, wenn der nachfolgende Lehrer der systematischen Botanik — von der 5. Classe genannter Schule scheint die zusammenhängende Behandlung der Naturgeschichte anzuheben — es nicht versteht, dasselbe zu erhalten? Hinwiederum ein leidlicher Botanikus, der zugleich ein tüchtiger, gewissenhafter Lehrer ist, wird auch ohnedem etwas zu erreichen im Stande sein. Man sucht auf diese Weise den Unterricht im Hauptgegenstande durch solche Leckerbissen interessanter zu gestalten, ohne die Gefahr zu bedenken, dass ein unerfahrener Lehrer die Nebensache sehr gern zur Hauptsache machen wird! Es sei Ref. gestattet, hier der allerdings etwas ketzerischen

*) In derselben Weise wird ja die Zoologie, vielleicht aber auch Mineralogie, Physik, Chemie vorbereitet.

Ansicht Ausdruck zu geben, dass heutzutage durch die grossartigen Erfolge der Naturwissenschaften eine recht bedenkliche Verschiebung des Schwerpunktes auch des elementaren Unterrichtes nach Seite der Realien theils schon stattgefunden hat, theils noch erstrebt wird. Es ist hier nicht der Ort, des näheren auf dieses Thema vom „Schulschwindel" einzugehen, aber wir wollten die Gelegenheit nicht vorbeigehen lassen, im Namen vieler Gesinnungsgenossen ein warnendes *ne quid nimis* den betreffenden Lehrern zuzurufen. Wenn nur dieser Ruf zum Heile und zur Entlastung der heranwachsenden Jugend auch bis zu den Ohren der naturwissenschaftlichen Lehrer der Volksschulen resp. der Herren Schulinspectoren dringen könnte!*)

8. **Meerane.** Realschule II. O. Progr. Nr. 479. Kirsten: *Beitrag zu den Untersuchungen im Gebiete des logarithmischen Potentials.*

Vorliegendes Programm enthält eine wesentliche Ergänzung einer vom Ref. 1874 veröffentlichten Abhandlung: „Untersuchungen im Gebiete des logarithmischen Potentiales". Dort wurde unter anderen auch die Frage beantwortet, welche Masse und in welcher Dichtigkeit muss dieselbe längs der Peripherie einer Ellipse vertheilt werden, wenn sie in ihrer Wirkung auf einen ausserhalb oder innerhalb der Ellipse liegenden Punkt äquipotential sein soll einem innerhalb oder ausserhalb der Ellipse gelegenen Massenpunkte von gegebener Masse. Die Arbeit Kirstens setzt sich die Lösung von einer Art Umkehrung jenes Problems zum Ziele, sofern es sich hier darum handelt: „ausserhalb eines gegebenen Kreises, einer gegebenen Ellipse, soll ein Massensystem bestimmt werden, welches in Bezug auf alle Punkte der gegebenen Peripherie äquipotential ist einem gegebenen, inneren Massenpunkte". Zunächst wird die Dichtigkeit und Masse der Belegung einer zum gegebenen Kreise c concentrischen Kreislinie σ ermittelt, welche die geforderte Eigenschaft besitzt. Die Möglichkeit der Lösung erscheint davon abhängig, dass die Peripherie σ den dem inneren Punkte i in Bezug auf c conjugirten äusseren Punkt a ausschliesst. Man erhält damit das bekannte Resultat: „wird auf einer mit der gegebenen Kreislinie c concentrischen Kreislinie σ die Masse m derart ausgebreitet, dass die Dichtigkeit der Belegung in jedem Punkte umgekehrt proportional ist dem Quadrate des Abstandes vom Punkte a, so wird diese Randbelegung in Bezug auf alle Punkte der Peripherie c abgesehen von einer additiven Constanten äquipotential sein dem gegebenen Massenpunkte i." Geht σ durch a hindurch, so tritt an die Stelle dieser linearen Massenvertheilung die Concentration der Masse m im Punkte a. Eine ganz parallele Behandlung — und eben deswegen ist die Lösung des Kreisproblemes vorausgeschickt — lässt bei geeigneter Wahl des Coordinatensystemes die analoge Aufgabe für eine Ellipse zu. Die Lösung ist der obigen ähnlich. Um über die Convergenz der in der Dichtigkeitsformel auftretenden unendlichen Reihe und im weiteren über die Stetigkeit der Massenvertheilung zur Klarheit zu kommen, zerlegt Verf. jene Summe in vier Theile, deren Werthe einzeln berechnet werden, und gelangt so zu dem Ergebniss: der innerhalb der Ellipse c gegebene Massenpunkt i von der Masse m ist äquipotential einer Anzahl von Randbelegungen von einer gewissen Dichtigkeit und Masse, welche auf der mit c confocalen Ellipse ausgebreitet sind. Bei einer gewissen Grösse des Ellipsenparameters geht die stetige lineare Massenbelegung in eine punktuelle Anordnung über, und zwar liegen jene mit den Massen $\pm m$ behafteten Punkte sämmtlich auf derjenigen Hyperbel, die mit der gegebenen Ellipse c confocal ist und deren einer Ast durch den gegebenen Punkt i hindurch geht.

*) Wir fügen hinzu: und die Sorglosigkeit, um nicht zu sagen „Gewissenlosigkeit" beseitige, mit der man in jenen Kreisen von Incorrectheiten wimmelnde Schulbücher fabricirt! Man sehe das Capitel „Proben aus dem Seminar- und Volksschulunterricht".

D. Red.

C) Bibliographie.

Juni.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Betrachtungen über unser klassiches Schulwesen. (56 S.) Lpz. Abel. 1,50.
Schwicker, Gymn.-Prof. Dr., Die ungarischen Gymnasien. Geschichte, System, Statistik. (367 S.) Budapest, Kilian. 3,50.
Eiselen, Dir. Dr., Goethes Pädagogik. Vortrag. (28 S.) Frankfurt, Diesterweg. 0,50.
Franz, Dr., Der Rathgeber bei der Wahl des Berufs. (416 S.) Görlitz, Remer. 3.
Hagemann, weil. Gymn.-Dir. Dr., Was ist ein Charakter und wie kann er durch die Erziehung gebildet werden. (23 S.) Dorpat, Krüger. 0,75.
Prausek, Landesschulinspector, Ueber Schulbänke, Schultische und Stühle. (23 S.) Wien, Pichler. 0,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Dronke, Dir. Dr. A., Die Kegelschnitte in synthetischer Behandlungsweise für die Prima höherer Lehranstalten. (76 S.) Mit Fig. im Text. Lpz. Teubner. 2.

2. Arithmetik.

Harnack, Prof., Die Elemente der Differential- u. Integralrechnung. Zur Einführung in das Studium dargestellt. Mit Fig. im Text. (409 S.) Lpz. Teubner. 7,60.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Förster, Dr. Prof. Dir., Zur Beurtheilung einiger „Zeitfragen“, insbesondere gegen die Einführung einer deutschen Normalzeit. Berlin, Janke. (23 S.) 0,60.
Vogel, Prof. Dr., Unser Planetensystem u. die Planeten. Ebda. (29 S.) 0,60.
Bartholomaei's astron. Geographie in Fragen u. Aufgaben. Langensalza. Beyer. 0,60.

Physik.

Schmitz-Dumont, Die Einheit der Naturkräfte u. die Deutung ihrer gemeinsamen Formel. (168 S.) Berlin, Duncker. 4.
Krebs, Oberl. Dr., Leitfaden der Physik und astronom. Geographie für Mittelschulen, insbes. für höhere Töchterschulen. Mit 231 Abb. u. 1 Spectr.-T. (198 S.) Lpz., Veit. 2,20.
Carl, Prof. Dr., Repertorium für Experimentalphysik, für physikal' Technik etc. Generalregister zu Bd. I—XV. (71 S.) München Oldenbourg. 2.
Waals, Prof. Dr., Die Continuität des gasförmigen u. flüssigen Zustandes. Aus dem Holl. v. Dr. Fr. Roth. (168 S.) Lpz. Barth. 4.
Strott, Lehrer, Physikalische u. chemische Aufg. u. Aufl. Zum Gebrauche in Real- u. Gewerbeschulen. (66 S.) Holzminden. Müller. 1.

Chemie.

Kinkelin, Dr., u. Oberl. Dr. Krebs, Leitfaden der Chemie für Mittelschulen, insbes. für höhere Töchterschulen. Mit 50 Abb. u. 1 Spectraltafel. (115 S.) Lpz. Veit. 1,40.

Hejzlar, Dr., u. Hoffmann, Chemie für die 4. Classe der Gymnasien u. Realgymnasien, nach method. Grundsätzen bearb. (67 S.) Prag, Tempsky. 0,75.

Lorscheid, Prof. Dr., Leitfaden der organischen Chemie. (118 S.) Freiburg, Herder. 1,40.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Rupertsberger, Biologie der Käfer Europas. (295 S.) Linz. Fink. 6.

2. Botanik.

Burkart's Sammlung der wichtigsten europäischen Nutzhölzer in charakteristischen Schnitten. 40 Taf. mit Holzdurchschnitten. (77 S. Text.) Brünn, Knauthe. 20.

Pfeffer, Prof. Dr., Pflanzenphysiologie. Ein Handbuch des Stoffwechsels u. Kraftwechsels in der Pflanze. 1. Bd. Stoffwechsel. (383 S.) Lpz. Engelmann. 8.

3. Mineralogie.

Zwick, Stadtschulinsp. Dr., Lehrbuch für den Unterricht in der Mineralogie. Nach method. Grundsätzen für höhere Lehranstalten bearb. (132 S.) Berlin, Burmester. 1,60.

Geographie.

Döring, Gymnasialdir. Dr., Leitfaden für den Unterricht in der Heimathkunde als Vorbereitung des geographischen Unterr. (46 S.) Lpz. Teubner. 0,40.

Littrow, Heinr. v., Carl Weyprecht, der österr. Nordpolfahrer. Mit dem Portr. W.'s. (96 S.) Wien, Hartleben. 1,80.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Spitzer, Prof. Sim., Anleitung zur Berechnung der Leibrenten u. Anwartschaften etc. 2. Aufl. (188 S.) Wien, Gerold. 5.

Heis, weil. Prof. Dr., Sammlung v. Beisp. u. Aufg. 58. Aufl. (403 S.) Köln, Du Mont. 3.

Worpitzky, Prof. Dr., Elemente der Mathematik. 2. Aufl. 1. Heft: Arithmetik. (156 S.) Berlin, Weidmann. 2,40.

Gandtner, Geh. Ob.-Reg.-R. Dr., Elemente der analyt. Geometrie für den Schulgebrauch. 5. Aufl. Herausg. v. Dir. Gruhl. (92 S.) Berlin, Weidmann. 1.

Lorberg, Oberl. Dr., Leitfaden für den Unterricht in den Elementen der Algebra. 3. Aufl. (24 S.) Strassburg. Astmann. 0,80.

2. Naturwissenschaften.

Rammelsberg, Prof. Dr., Grundriss der Chemie gemäss den neueren Ansichten. 5. Aufl. (373 S.) Berlin, Habel. 6,60.

Crüger, Grundzüge der Physik. 20. Aufl. (227 S.) Lpz. Körner. 2,10.

Geographie.

Daniel's Leitfaden. 31. Aufl. (176 S.) Halle, Waisenhaus. 1.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Cantors Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.*)

Von Dr. S. Günther in Ansbach.

(Abdruck aus der Allgem. Zeitung.)

I.

An Versuchen, die geschichtliche Entwicklung des mathematischen Wissens einer bestimmten Zeitperiode zu schildern, hat es niemals gefehlt. Aus dem Alterthum werden uns die Namen Perigenes, Eudemus und Theophrast in Verbindung mit historischen Versuchen genannt, von denen leider nur schwache Spuren auf die Nachwelt gekommen sind; gegen Ende des 15. Jahrhunderts verfasste der Wiener Professor Stöberl (Striborius) seinen *„libellus de auctoribus mathematicis“*, einige fünfzig Jahre später beginnt mit dem durch seine tragischen Schicksale bekannt gewordenen Petrus Ramus die Reihe der rationellen Geschichtsforscher auf diesem Gebiete. Einen neuen Aufschwung nahm dieser Zweig gelehrter Thätigkeit um die Mitte des laufenden Jahrhunderts; eine überraschende Fülle von Detail-Untersuchungen und Monographieen ist durch die letzten dreissig Jahre zu Tage gefördert worden, und noch täglich nimmt diese erfreuliche Bewegung eine grössere Ausdehnung an. Ihre Ergebnisse sind um so achtungswerther, als die äusseren Umstände diesen Bestrebungen durchaus keinen besonderen Vorschub leisteten. Denn die an sich gewiss nicht fern liegende Ueberzeugung, dass, wie für alle anderen Wissenschaften, so auch für die Mathematik die Aufdeckung des von ihr genommenen Entwicklungsganges nicht nur ein allgemeines, sondern auch ein recht eigentlich positives, sachliches Interesse gewähre und gewähren müsse, wird noch lange nicht allgemein genug und leider nicht überall in jenen Kreisen getheilt, welchen die Aufmunterung und Förderung solcher Tendenzen in erster Linie am Herzen liegen sollte. Ein junger schwedischer Gelehrter, Dr. Eneström in Stockholm, hat vor kurzem eine lesenswerthe Studie über die Stellung der europäischen Universitäten zur geschichtlich-mathematischen Forschung veröffentlicht, aus deren sorgfältigen statistischen Nachweisen sich die wenig rühmliche Thatsache ergab, dass eigentlich nur an drei Hochschulen, nämlich zu Heidelberg, Kopen-

---

*) Wir glauben, dem gerechten Verlangen, über dieses für unsere Leser wichtige Werk in d. Zeitschr. zu berichten, nicht besser entsprechen zu können, als wenn wir diesen ausführlichen Artikel unseres geehrten Mitarbeiters aus der Beilage zur Augsburger allgem. Zeitung (1881, Nr. 112—114) mit gütiger Erlaubniss des Herrn Verfassers und der Verlagshandlung zum Abdruck bringen. Der vollständige Titel des Werkes heisst: Vorlesungen über Geschichte der Mathematik von Moritz Cantor. Erster Band (von den ältesten Zeiten bis zum Jahre 1200 n. Chr.). Leipzig 1880. Druck und Verlag von B. G Teubner. gr. 8. S. 1—804. (Mit alphabet. Register.) Pr. 20 *M.* D. Red.

hagen und Padua, die Geschichte der Mathematik als fester und häufig wiederkehrender Vorlesungsgegenstand sich eingebürgert hat. Man wird einräumen, dass diese Vertretung, so trefflich sie an sich ist, der Bedeutung des Gegenstandes numerisch durchaus nicht entspricht. Indess muss man auch so ehrlich sein zu gestehen, dass der Mangel guter universalgeschichtlicher Werke ein gut Theil der Schuld an diesen Verhältnissen trägt; denn mancher Lehrer, der vielleicht Lust hatte auch dieses Fach seinem Repertoire einzuverleiben, mag durch die Schwierigkeit abgeschreckt worden sein, welche das Zusammentragen des Stoffes aus Quellenwerken und Einzelschriften mit sich bringt. Es gab aber bis vor kurzer Zeit nur eine einzige literarische Leistung, welche auf den stolzen Titel einer Geschichte der Mathematik Anspruch erheben konnte, nämlich das grosse vierbändige Werk von Montucla (Paris 1758); denn Kästners den gleichen Namen führendes und durchaus nicht ganz unverdienstliches Buch besitzt nur für denjenigen Werth, der die Goldkörner aus zahlreicher Spreu zu sondern Lust und Zeit hat, und neuere Producte dieser Art vermochten ebensowenig voll zu befriedigen. Dass jedoch Montucla durch neuere Arbeiten in hohem Grad überflügelt, dass wohl keine Seite darin heutzutage noch als den Thatsachen entsprechend zu betrachten ist, wird niemand wundern, und als Compendium ihn bei Vorlesungen zu Grunde zu legen, wäre ein mehr als gewagtes Verfahren. Deshalb kann das Erscheinen des ersten Bandes von Moritz Cantors „Vorlesungen über Geschichte der Mathematik“ (Leipzig, Teubner 1880) mit allem Recht ein Ereigniss genannt werden. Das Horazische *„nonum prematur in annum“* ist bei diesem Werke zur ausgiebigsten Wahrheit geworden. Seit mehr denn einem Vierteljahrhundert betreibt dessen Verfasser die mathematisch-historischen Studien, deren Neubelebung zu einem guten Theil seiner Energie zu danken ist; in zahlreichen Artikeln der von ihm mitgeleiteten „Zeitschrift für Mathematik und Physik“, sowie in zwei grösseren selbständigen Schriften („Mathematische Beiträge zum Culturleben der Völker“, Halle 1864; „die römischen Agrimensoren und ihre Stellung in der Geschichte der Feldmesskunst“, Leipzig 1875)*) hat er die Früchte seines Schaffens niedergelegt, und so erscheint denn das gegenwärtige Werk in jeder Hinsicht als die Krönung des Gebäudes. Gelingt es dem Autor, woran wir angesichts seiner bewährten Arbeitskraft nicht zweifeln, auch noch die beiden anderen Bände seines von der Urzeit bis zu Lagrange sich erstreckenden Geschichtswerkes in gleich vollendeter Gestalt fertig zu stellen, so hat er der deutschen Literatur eine Gabe überreicht, um welche uns andere Nationen beneiden werden. Der zur Zeit allein vorliegende erste Band führt uns bis zu dem berühmten Italiener Leonardo Fibonacci, dessen Wirken, wie Herr Cantor mit Fug bemerkt, der Wissenschaft ein neues Zeitalter eröffnete; lernen wir jetzt den Inhalt dieses Bandes etwas näher kennen.

In der Einleitung wird mit kurzen Strichen ein Bild von dem Wissensstand eines Zeitabschnittes entworfen, in welchem die Grundbedingungen zu irgendwelcher wissenschaftlichen Thätigkeit zwar noch nicht gegeben, gewisse ursprüngliche rechnerische wie geometrische Verrichtungen jedoch bereits zur Nothwendigkeit geworden waren. Im Anschluss an Potts classische Arbeiten verbreitet sich der Verfasser über die Zahlensysteme, welch letztere fast durchweg auf unsere decimale Zählung oder doch auf einfache Abarten derselben, wie auf das Fünfer- oder Zwanziger-System, hinauslaufen. Indess giebt es auch bemerkenswerthe Ausnahmen von dieser Regel, welche hier sämmtlich aufgeführt und gewürdigt werden; hieher gehören z. B. die unverkennbaren Spuren eines nach den Potenzen der Zahl 11 fortschreitenden Zahlensystems bei den Maoris auf Neuseeland. Zahlen, die nicht durch unmittelbare Vervielfachung der Basis mit sich

*) Vgl. hierüber die Beilage der „Allg. Ztg.“ vom 21. März 1876.

selbst entstehen, werden durch Multiplication und Addition zusammengesetzt, welche sich sonach als zwei Rechnungsoperationen von einem der Bildung der Zahlwörter gleichen Alter darstellen. Jedoch wird bei einzelnen Völkern auch die Subtraction (duodeviginti = 18) oder die Division zur Bildung der Zahlformen herangezogen, letztere z. B. in verschiedenen Sprachen des hinterindischen Archipelagus. Ausserdem wird hier der merkwürdigen Thatsache Erwähnung gethan, dass gewisse Pfahlbauten in schweizerischen Seen eine überraschend genaue Orientirung nach den Himmelsgegenden aufweisen, wodurch unwiderleglich dargethan wird, dass jenen Altvordern der Steinzeit einige elementare geometrische und astronomische Kenntnisse zur Verfügung gestanden haben müssen. Wie gesagt, betrachtet der Verfasser aber all diese Erörterungen noch kaum als zu seiner eigentlichen Aufgabe gehörig, denn ihm „beginnt eine wirkliche Geschichte der Mathematik erst mit dem ersten Schriftdenkmal, welches auf Rechnung und Figurenvergleichung Bezug hat". Ein solches tritt uns zuerst auf dem Boden des ältesten Culturlandes der Erde, in Aegypten, entgegen, und der Darstellung altägyptischer Mathematik ist denn auch das erste, ziemlich umfangreiche, Capitel unseres Werkes gewidmet.

Dass schon in altersgrauer Vorzeit geometrische Kenntnisse bei den Bewohnern des Nilthals zu finden waren, lehrt der Riesenbau der Pyramiden, welch letztere bei ihrer Verschiedenheit in Grösse doch durchweg in dem Neigungswinkel der Seiten- zur Grundfläche übereinstimmen, also stereometrisch ähnliche Körper sind. Diese ihre gemeinsame Anlage muss ein zweckbewusster Wille geleitet haben, welchem Zahl und Maass keine fremden Begriffe waren. Unter der Herrschaft der Hyksos-Könige aber entstand jenes in kurzer Zeit berühmt gewordene mathematische Handbuch, der Papyrus Eisenlohr, wie man ihn nach dem glücklichen Entzifferer wohl am richtigsten nennen würde. Die Leser der „Allg. Ztg." sind über diesen Papyrus bereits durch Aufsätze von Lauth und Cantor selbst unterrichtet worden und wissen, dass man es hier nicht mit einem gelehrten Opus eines Angehörigen der Priesterkaste, sondern mit einem Manual für den täglichen Gebrauch des Kaufmanns, Landwirthes oder Feldmessers zu thun hat. Der Inhalt dieser hochwichtigen Schrift wird nun hier in der eingehendsten Weise analysirt. Besonders zieht unsere Augen auf sich die ägyptische Bruchrechnung, deren Eigenthümlichkeiten unser Verfasser vollständig zu enträthseln das Glück hatte, indem er nicht nur herausbrachte, dass man damals ausschliesslich mit sogenannten Stammbrüchen (vom Zähler Eins) rechnete, sondern auch dem von den ägyptischen Arithmetikern bei der Zerlegung eines gewöhnlichen Bruches in solche Stammbrüche angewandten Verfahren allem Vermuthen nach auf die Spur kam; es ist von hohem Interesse zu sehen wie z. B. auf diesem Wege die Identität ${}^7/_{29} = {}^1/_6 + {}^1/_{24} + {}^1/_{58} + {}^1/_{87} + {}^1/_{232}$ gewonnen werden kann. Nicht minder spannend sind die über Vereinigung von Brüchen unter gemeinsamem Nenner gegebenen Mittheilungen, indem das bezügliche Verfahren von dem heute üblichen mehrfach abweicht. Unter dem Namen „Hau" (Haufen) stellt der ägyptische Compilator eine Anzahl von Aufgaben zusammen, die ihrem Wesen nach nichts anderes sind, als textuell eingekleidete Gleichungen vom ersten Grade, noch dazu untermischt mit Fragen, die eine sichere Kenntniss der arithmetischen und geometrischen Progressionen verrathen. Was die Schreibung der Zahlen anbelangt, so ist nätürlich zwischen hieroglyphischer und hieratischer Schrift zu unterscheiden, welch letztere in diesem Punkte über die auf den hieroglyphischen Denkmälern zu bemerkende einfache Nebeneinanderstellung der Zahlzeichen bereits entschieden hinausgegangen ist. Dass die Aegypter mit den Fingern zu rechnen verstanden, ist sehr wahrscheinlich, nicht minder auch dass sie für grössere Rechnungen sich irgendwelcher instrumentaler Hülfsmittel bedienten, wie deren ja auch bei den Chinesen (die sogenannten Kuas) und bei den Peruanern (die auf einem ganz ähnlichen Princip beruhenden Knotenschnüre) im Gebrauche

waren. Ob ein auf Seite 45 abgebildetes eigenartiges Bild aus den Jahren 1341—1321 v. Chr. ein Rechenbrett darstellen soll, lässt Hr. Cantor unentschieden. Der geometrische Theil des Papyrus Rhind — dies der eigentliche Name der Handschrift — beginnt mit metrologischen Erklärungen; sodann werden die Inhaltsformeln für die einfachsten planimetrischen Figuren, für das Rechteck, das gleichschenkelige Dreieck, das Antiparallelogramm (letzteres die Lieblingsfigur der Aegypter) angegeben. Die Kreisquadratur führt auf den vom wahren erst in der zweiten Decimalstelle abweichenden, für gewöhnliche Zwecke somit ausreichend genauen Werth $\pi = 3{,}1604$. Auch einige stereometrische Berechnungen kommen vor, und sogar eine Anwendung der Proportionslehre auf die Durchschnittsfigur einer geraden Pyramide findet sich, welche Anklänge an unsere moderne Trigonometrie erkennen lässt. Die Seitenlänge des betreffenden Körpers führt den Nammen Piremus, welcher wahrscheinlich für die Entstehung des griechisehen πυραμίς massgebend war, so dass demgemäss dieses letztere Wort mit πῦρ, das Feuer, nicht das mindeste zu thun hat. Nachdem solchergestalt die aus der ägyptischen Literatur selbst einfliessenden Nachrichten zusammengestellt und verwerthet sind, schreitet der Verfasser noch zu der Prüfung der als Quelle von secundärem Werthe zu betrachtenden Ueberlieferung hellenischer Schriftsteller. Diese Angaben beziehen sich hauptsächlich auf die Thätigkeit gewisser priesterlicher Sachverständiger, welche „Harpedonapten" (Seilspanner) genannt werden; über deren Amtsverrichtungen erfahren wir hier vieles Neue und Interessante, auf dessen nähere Charakterisirung wir uns jedoch erst bei einer späteren Gelegenheit zurückzukommen erlauben werden. Natürlich wird auch der bekannten Tempelinschriften von Edfu gedacht, welchen eine falsche, ihrer Bequemlichkeit halber jedoch auch später noch häufig wiederkehrende Formel zur Berechnung des Viereckinhalts entstammt; in dem einen der mitgetheilten Zahlenbeispiele wollte man den Gebrauch der Zahl Null erkannt haben, gewiss mit Unrecht, wie Cantor schlagend nachweist. Endlich begiebt sich der Verfasser noch auf einen Seitenpfad, dessen Betretung dem Berichterstatter schon seit langer Zeit als unabweisbare Nothwendigkeit erschienen ist, an welchem die Forscher aber achtlos vorüberzugehen pflegten. Er untersucht nämlich die auf den ägyptischen Baudenkmälern keineswegs spärlich vorkommenden geometrischen Verzierungen, welche denn doch häufig eine sachkundige Hand ihres Verfertigers verrathen; insbesondere verdient die ägyptische Sitte, zum Zweck der Anbringung ihrer Reliefs die Zimmerwände in rechteckige Muster abzutheilen, später wiederkehrender Analogieen halber genannt zu werden; Herons geodätische Coordinatenmethode erinnert lebhaft hieran.

Von den Aegyptern vollzieht sich unschwer der Uebergang zu den benachbarten, in der Geschichte der Mathematik gleichfalls von jeher viel genannten Babyloniern. Die Leistungen dieses Volkes, sowie der von ihm auf diesem Gebiete untrennbaren Assyrer, sind durch die neuesten Ausgrabungen und die auf diesen fussenden Untersuchungen von Oppert, Rawlinson, Lepsius und Sayce vielfach in ein ganz neues Licht gerückt worden. Unser Verfasser giebt aus der Gesammtheit dieser Forschungen einen die wichtigsten und sichersten Daten enthaltenden Auszug, allenthalben sorgfältig abwägend und auf der Hut vor optimistischen, der Assyriologie nicht eben fremden Ausschreitungen. Die Keilschrift eignete sich gut zum Anschreiben auch grösserer Zahlen im Zehnersystem, doch sind alle bis jetzt zur Kenntniss der Entdecker gelangten Zahlen kleiner als eine Million. Die Sumerier jedoch, welche ihre nationale Eigenart noch vielfach auf den Schriftsteinen verrathen, so sehr sie auch allmählich mit den Ureinwohnern und mit den eingewanderten Semiten zu einem Volke verschmolzen, besassen ausser dem decimalen auch noch ein nach Potenzen der Zahl 60 fortschreitendes Zahlensystem, welches mit jenem ersteren in der sonderbarsten Weise vermischt ward, so dass z. B. auf der

von Rawlinson aufgefundenen Tabelle der Quadratzahlen die Quadrate von 1 bis 7 decimal, hingegen die Zahlen 8^2 bis 60^2 sexagesimal geschrieben sind. Die berühmt gewordene Tafel von Senkereh, welche eine Liste der Kubikzahlen von 1^3 bis 32^3 enthält, erhob die Vermuthung Rawlinsons zur vollen Gewissheit. Dieses Sexagesimalsystem nun umfasste nicht allein die ganzen Zahlen, vielmehr auch die Brüche, so dass mithin die Mesopotamier über ein mit unserer Decimalbruchrechnung in allen wesentlichen Punkten sich deckendes calculatorisches Hülfsmittel verfügten. Die Existenz einer Null dagegen, obwohl keineswegs unwahrscheinlich, ist zur Zeit noch durch kein wirkliches Document erwiesen. Wie es kommt, dass man gerade von der Zahl 60 ausging, darüber klärt uns ein interessanter Excurs auf die orientalische Zahlensymbolik auf, in welcher diese Zahl eine hervorragende Rolle spielte; der Tag zerfiel wahrscheinlich in 60 gleiche Theile, die Theilung des Kreises in die bekannte Anzahl von Graden ging aus einer irrthümlichen Bestimmung der Jahresdauer seitens babylonischer Astronomen hervor, und in der chaldäischen Götterlehre war jedem Gott seine Rangstufe mittelst einer zwischen den Grenzen 1 und 60 variirenden Zahl zugewiesen. Babylonischen Ursprungs ist die „Gematria" der späteren Kabbalisten, „wenn ein Wort durch das andere ersetzt wurde unter der Voraussetzung, dass die Buchstaben des einen Wortes als Zahlzeichen betrachtet dieselbe Summe gaben, wie die des anderen Wortes". Die Ueberreste babylonischer Geometrie sind geringfügig, indess ist so gut als gewiss, dass man eine Art geometrischer Wahrsagekunst besass, den rechten Winkel in drei gleiche Theile zu theilen wusste und astronomische Berechnungen mit Hülfe des als „Gnomon" bezeichneten Instrumentes anstellte, während man sich, hierin weit von den Aegyptern übertroffen, für Kreisrechnungen mit der rohen Annäherung $\pi = 3$ behalf, nach welcher auch die Israeliten die Dimensionen ihres ehernen Meeres bestimmten. Wir dürfen uns mit unserer Vorlage der frohen Hoffnung hingeben, dass der Boden des Zweistromlandes noch viele später zu behebende Schätze in sich schliesst.

II.

War bei den Aegyptern und Babyloniern die mathematische Wissenschaft noch immer nicht über ein gewisses Kindesalter hinausgekommen, so können wir jetzt bei den Griechen eine Entwicklungsperiode derselben verfolgen, welche man wohl als die des frisch aufstrebenden Jünglingsalters bezeichnen mag. Damals freilich, als sie zuerst in der Geschichte auftraten, zeigten sie sich noch ganz und gar von anderen Völkern abhängig. Die Zahlbezeichnungsweise der Griechen war nicht ihnen selbst eigenthümlich, sondern entstammte asiatischen Quellen, was wir mit Zuverlässigkeit daraus entnehmen, dass bei den Phönikern, Syrern, Palmyrenern und Hebräern lange vorher der Gebrauch herrschend war, die Buchstaben des Alphabets auch als Ziffern zu verwenden. So bildete sich allmählich durch Hinzunahme dreier direct aus dem Orient entlehnter Zahlzeichen, der sogenannten „Episema", das griechische Zahlsystem aus, welches dann auch auf die Brüche ausgedehnt wurde, der Null aber zu jeder Zeit vollkommen entbehrte. Das digitale Rechnen bürgerte sich, einer Stelle bei Aristophanes nach zu schliessen, allenthalben ein, und auch das instrumentale Manipuliren mit Rechensteinen ist nachzuweisen, wie aus der vom Verfasser gegebenen Erläuterung zu der bekannten salaminischen Tafel und zu der weit weniger bekannten Dariusvase in Neapel hervorgeht. Zu den eigentlich wissenschaftlichen Geometern der Griechen sich wendend, legt Herr Cantor seiner Geschichtserzählung die von dem neuplatonischen Philosophen Proklus verfasste Liste hervorragender Männer dieses Faches zu Grunde, welche er kurzweg als „das Mathematikerverzeichniss" charakterisirt. An erster Stelle erscheint natürlich der Milesier Thales, dem nach der Meinung eines

scharfsinnigen neueren Forschers, des Professors Allman in Galway, bereits die Kenntniss des Satzes von der constanten Winkelsumme im Dreieck zugeschrieben werden muss. Unser Verfasser acceptirt die Schlüsse Allmanns zum Theil, zum anderen Theil modificirt er sie. Er betont auch, dass auf Thales die Conception und der erste Lösungsversuch der Aufgabe von der Distanzmessung aus festem Stande zurückzuführen sei. Ueber Anaximander und Ameristus wird kurz hinweggegangen, um desto ausführlicher bei dem Manne verweilen zu können, dessen Genie die bis dahin noch immer aus ägyptischen und orientalischen Bezugsquellen gespeiste Wissenschaft mit specifisch griechischem Geist erfüllte und dadurch selbständig machte: bei Phythagoras. Freilich hat auch er die übliche Studienreise ins Ausland, wenigstens nach Aegypten, gemacht, ein viel erklärendes Factum, an dessen Bestehen ganz ohne Noth gerüttelt worden ist; von hier aus mag er manche Kenntniss mit nach Hause gebracht haben, so dass nicht genau festgestellt werden kann, was ihm, was seinen Lehrern gehört, wie denn auch andererseits die Leistungen des Pythagoras selbst und der ihm überaus ergebenen Schule nicht leicht zu trennen sind. Wir unsrerseits stimmen dem Verfasser bei, wenn er dem Meister selbst folgende Neuerungen zuschreibt: die Einführung des mathematischen Experiments als einer hodegetischen Untersuchungsmethode, die Begründung der mathematisch-musikalischen Intervallenlehre, die Entdeckung des bekannten Lehrsatzes vom rechtwinkeligen Dreieck und die erste Construction der regelmässigen Polyeder. Allein auch die Schüler blieben in neuen Erfindungen nicht hinter ihrem grossen Vorbilde zurück. Bei ihnen ward es üblich, arithmetische Gesetze durch ein geometrisches Bild zu veranschaulichen, wodurch sie beispielsweise zu der Auffindung des wichtigen Theorems geleitet wurden, dass die Summe der von der Einheit an gerechneten ungeraden Zahlen stets ein vollständiges Quadrat sei; hier entstand die Definition von Flächen- und Körperzahlen, hier die Lehre vom arithmetischen, geometrischen und harmonischen Mittel; hier bildeten sich die Begriffe specieller Zahlenkategorieen, der befreundeten, der vollkommenen, der polygonalen Zahlen heraus. In der Geometrie cultivirten die Pythagoreer die Aufgabe, welche sie die „Anlegung der Flächen“ nannten, und die, zu einer späteren Zeit allerdings, den Anstoss zur Betrachtung der Kegelschnittslinien geben sollte; der Verfasser nimmt hiervon Anlass, eine höchst interessante Bemerkung einzuschalten über den in der Geschichte immer wiederkehrenden Irrthum, aus dem Umfang einer Figur auf deren Inhalt zu schliessen — einen Irrthum, dem der kluge Thucydides verfallen war, den Polybius, Quintilian und talmudistische Schriftgelehrte bekämpften, der aber doch nicht auszurotten war und bis tief ins siebzehnte Säculum hinein die Geometer beschäftigte. Das mathematische Experiment verhalf dazu, die als Begrenzungsflächen der kosmischen Elementarkörper wichtigen regulären Polygone aus gewissen einfachen Dreieckformen zusammenzusetzen; wo man damit nicht reüssirte, gelangte man doch immerhin zu anderen bemerkenswerthen Wahrnehmungen, wie beim regelmässigen Fünfeck zum fünfeckigen Stern (Drudenfuss). Sowohl die Fünfecksconstruction und der dieselbe bedingende goldene Schnitt*) als auch der Pythagoreische Lehrsatz selbst nöthigten zur Betrachtung des Irrationalen, nicht der Irrationalzahl; denn, wie Cantor richtig betont, blieb griechischem Geiste die Wahrheit, dass z. B. $\sqrt{2}$ mit demselben Recht eine Zahl genannt werden kann, wie 2 oder 3, für immer verschlossen. Eine sehr dankenswerthe Uebersicht

*) S. 151 wird bemerkt, dass die athenischen Bauten aus den Jahren 450—430 das Theilungsverhältniss des goldenen Schnittes als das ästhetisch richtigste und wirksamste überall zum Ausdruck bringen. Auch Hauck in seinem anregenden Schriftchen „Die Stellung der Mathematik zur Kunst und Wissenschaft“ (Berlin 1880) betrachtet das fragliche Gesetz (S. 8) „als unmittelbarsten kunstgestaltlichen Ausdruck jener harmonisirenden Gesammtrichtung des hellenischen Geistes“.

orientirt noch einmal den Leser kurz über das, was in dem Gesammtbilde hellenischer Mathematik den von dem samischen Philosophen ausgegangenen Anregungen zugeschrieben werden muss, während das nun folgende achte Capitel die „Mathematiker ausserhalb der Pythagoreischen Schule" behandelt.

Hierher gehört Anaxagoras, dem jedenfalls das Verdienst gebührt, zuerst die Frage nach der Möglichkeit einer geometrisch exacten Kreisquadratur gestellt zu haben, und der im Verein mit Demokrit von Abdera die ersten Regeln für perspectivische Zeichnungen entworfen haben soll*). Der letztgenannte Mann, als Philosoph berühmt, war nach der übereinstimmenden Aussage alter Autoren auch im Besitze tüchtiger mathematischer Kenntnisse, zu denen er auf ausgedehnten Orientreisen den Grund gelegt hatte. Die Sage von einem achtzigjährigen Aufenthalte des Demokrit in Aegypten wird hier (S. 163) in ebenso einfacher als scharfsinniger Weise aufgeklärt. Es folgen die Sophisten, die, wie in allem menschlichen Wissen, so auch in der Mathematik sich auszuzeichnen suchten und die hin und wieder auch wirklich Positives schufen; es ist nämlich Cantor unseres Erachtens gelungen, die Identität des Hippias, der zuerst in der Quadratrix eine vom Kreise verschiedene Curve betrachtete, mit dem Sophisten gleichen Namens, Hankel gegenüber, sicher zu stellen. Auch die Eleatischen Paradoxa des Zenon, betreffs deren wir auf eine kürzlich erschienene Specialschrift**) verweisen möchten, finden eingehende Erörterung, und zwar wird dargethan, dass bei allen Sonderbarkeiten und Verstössen im Einzelnen diesen Trugschlüssen doch immer das berechtigte Bestreben zu Grunde liege, sich mit dem schwierigen mathematischen Begriffe der Grenze auseinanderzusetzen. Die Frage nach der Quadratur des Kreises ward um diese Zeit einigermassen gefördert durch die Philosophen Antiphon und Bryson, ganz besonders aber durch Hippokrates von Chios, dessen bekannte „Möndchen" zuerst den unangreifbaren Beweis dafür erbrachten, dass eine von lauter krummen Linien umschlossene Figur einer geradlinig begrenzten in der That mathematisch genau gleich sein kann. Der nämliche Hippokrates hat die erste systematische Zusammenstellung alles zu seiner Zeit vorhandenen geometrischen Wissens in einem Lehrbuche versucht, er hat als der Erste die Figuren mit Buchstaben bezeichnet und eine Methode zur Verdoppelung des Würfels angegeben. Dieses letztere Problem***) war bekanntlich für die weitere Ausbildung der griechischen Geometrie von höchster Bedeutung.

Ein neues Ferment in die wissenschaftliche Behandlung der Mathematik brachte der tiefe Denker Platon, dem natürlich auch in unserem Werke ein Ehrenplatz eingeräumt wird. In seinen verschiedenen Schriften kommen die mannichfachsten auf Mathematik bezüglichen Stellen vor, darunter einige wegen ihrer Dunkelheit berüchtigte (z. B. im Dialog Menon), deren Verständniss jedoch, wie hier gezeigt wird, besonderen Schwierigkeiten gar nicht unterliegt. Ein Hauptverdienst Platons ist darin zu suchen, dass er die mathematische Methodik durch schärfere Hervorhebung des analytischen Untersuchungsganges und der apagogischen Beweisführung erheblich vervollkommnete. Auch die Lehre vom Irrationalen und das Problem der Würfelverdoppelung verdankt ihm viel. Das

---

*) In seinem interessanten Buche „Die subjective Perspective und die horizontalen Curvaturen des dorischen Styles" (Stuttgart 1879) sucht Hauck (s. o.) nachzuweisen, dass die Perspective der griechischen Künstler eine andere gewesen sei, als die unsrige, nämlich „conform" und nicht „collinear". Seine Ausführungen, die natürlich vorläufig nur hypothetischer Natur sind, dürften auch von Seite des mathematischen Historikers Beachtung verdienen.

**) E. Raab, die Zenonischen Beweise, Schweinfurt 1880.

***) Die über dieses Problem angewachsene Literatur wird (S. 181) sehr sorgfältig angegeben. Die mit aufgezählte Monographie des Dänen Biering, auf welche als auf eine recht brauchbare Compilation auch Referent früher sich zu berufen liebte, darf übrigens kaum mehr dieser Ehre theilhaftig werden, da sie sich später als ein gewöhnliches Plagiat eines ganz unkundigen Laien herausstellte.

letztere giebt dem Verfasser Veranlassung, von diesem Thema gleich im Zusammenhange zu sprechen und die instrumentale Lösung Platons, die stereometrische Construction des Archytas, die von Menächmus vollzogene Reduction der Aufgabe auf die Verzeichnung von Kegelschnitten einer Discussion zu unterwerfen. Von Thäetet, Leodamas, Leon, welch letzterer das Kunstwort *διορισμός* eingeführt haben soll, und Neoklides ist wenig Thatsächliches zu berichten, vielmehr gewinnt die Geschichtserzählung erst wieder festen Boden bei Eudoxus von Knidos (408—355), der die Proportionenlehre erweiterte, eine Anzahl stereometrischer Elementarsätze auffand und bei seinem eminent geistreichen Versuche, die Erscheinungen des Planetenlaufes durch bewegliche homocentrische Sphären zu erklären, auf eine sehr merkwürdige Linie von doppelter Krümmung, die „Hippopeda", geführt ward. Des Würfelverdopplers Menächmus ist schon Erwähnung geschehen; auch sein Bruder Dinostratus darf nicht vergessen werden, da er die von ihm mittelst der Quadratrix des Hippias geleistete Geradstreckung der Kreisquadranten mit einem kunstvollen indirecten Beweise versah. Noch weniger darf der grösste philosophische Systematiker des Alterthums, Aristoteles, von einem Geschichtschreiber der Mathematik ausser Acht gelassen werden. Es ist eine erfreuliche Kundgebung echt historischen Geistes, dass Herr Cantor die vielgeschmähte Mechanik des Stagiriten gegen unberechtigte Vorwürfe in Schutz nimmt, und uns ersehen lässt, wie in diesen „mechanischen Problemen" oftmals ein gesundes geometrisches Gefühl das Richtige trifft. Völlig neu auch für den Sachkenner dürfte jedoch das sein, was der Verfasser über den Ursprung combinatorischer Untersuchungen gerade während dieser Aristotelischen Periode mittheilt. Xenokrates suchte die Anzahl der aus den Buchstaben zusammenzusetzenden Sylben, Chrysippus diejenige der aus gewissen Elementen zusammenzustellenden Begriffsbildungen zu bestimmen — Aufgaben von zweifellos combinatorischem Inhalt, die freilich nicht weiter geführt wurden, doch aber ein Zeichen geistiger Regsamkeit sind. Erst sehr viel später erregte die Combinatorik wiederum das Interesse eines griechischen Mathematikers, des universellen Pappus.

Ungefähr seit dem Jahre 300 datirt die Blüthezeit Alexandrinischer Gelehrsamkeit, als deren erster und zugleich gewichtigster Vertreter uns der bereits jedem Anfänger wohlbekannte Euklides entgegentritt. Ueber ihn und sein so vielfach durchforschtes Zeitalter liess sich des Neuen selbstverständlich weit weniger beibringen, und so wird auch die Darstellungsweise unserer Vorlage hier naturgemäss eine mehr referirende, ohne doch auf die kritische Prüfung des vorhandenen Materials zu verzichten. Zumal die Schilderung der früher als Mysterium betrachteten „Porismen" wird von Vielen mit Befriedigung gelesen werden. Dass Euklid ein verloren gegangenes Buch über die Curven zweiter Ordnung schrieb, wird zugestanden, jedoch bestritten, dass er sich der Einerleiheit derselben mit den aus dem Mantel eines Kegels herauszuschneidenden Linien bewusst war. Nach Euklid kommt Archimedes an die Reihe, dessen geometrischen und arithmetischen Leistungen je ein besonderes Capitel gewidmet wird. Abgesehen von einigen apokryphen oder wenigstens ungewissen Schriften, wie der Beschreibung einer Art geometrischen Geduldspieles (loculus Archimedis) werden zunächst die „Lemmata", die Kreismessung, die Quadratur der Parabel, das Buch von den Schneckenlinien, von den Konoiden und Sphäroiden, sowie endlich die zwei Bücher von Cylinder und Kugel besprochen, in welch letzteren Archimed die von ihm selbst am meisten geschätzte Entdeckung seines Lebens niedergelegt hat*). Auch die halbregulären Polyeder, über die uns Pappus

*) S. 254 heisst es: „Die besterhaltenen Schriften tragen als besonderes Kennzeichen noch an sich, dass sie im dorischen Dialekt abgefasst sind, wodurch sie auch sprachliche Wichtigkeit besitzen." Dies ist nur cum grano salis richtig: gerade die „*κύκλου μέτρησις*" und der Tractat „*περὶ τῆς σφαίρας καὶ κυλίνδρου*" gehören zu den besterhaltenen und

genügend ins Klare gesetzt hat, finden hier ihre Stelle. Das zweite von Archimedes handelnde Capitel berührt an erster Stelle dessen Verfahren, durch Rechnung die Mengen der in eine Legirung eingegangenen Bestandtheile zu finden, sodann das sogenannte Rinderproblem, an dessen Authenticität Herr Cantor zu zweifeln keinen Grund findet, die Summation der Quadratzahlen, die quadratischen und kubischen Aufgaben, die Sandrechnung und ganz besonders die räthselhaften quadratischen Irrationalzahlen, räthselhaft deshalb, weil man sich nicht vorzustellen vermag, wie Archimedes zu diesen ganz richtigen Annäherungen für die in seiner Kreismessung vorkommenden Quadratwurzeln gekommen sein mag. Der Verfasser lässt die verschiedenen Erklärungsversuche, welche zu diesem Zweck angestellt worden sind, Revue passiren, ohne sich für einen derselben zu entscheiden; einer Andeutung des Vorworts nach zu schliessen, scheint ihm eine ganz neuerlich erst erschienene Abhandlung von Paul Tannery der Lösung des Räthsels näher gekommen zu sein. Zwei gleichfalls verdienstliche, den gleichen Gegenstand behandelnde Aufsätze der Kopenhagener Professoren Steen und Zeuthen*), in denen nicht auf den sonst gewöhnlich zu Grunde gelegten Kettenbruch-Algorithmus zurückgegriffen wird, sind dem Verfasser anscheinend entgangen. Nachdem auch noch der mechanischen Arbeiten des grossen Syrakusaners in Kürze gedacht ist, geht der Verfasser zu Eratosthenes über, der als Chronologe, als Gradmesser, als Erfinder des Mesolabiums und der Siebmethode hier genannt zu werden verdient, um sodann wieder einen längeren Halt zu machen bei Apollonius von Pergä, dem unläugbar feinsinnigsten und elegantesten Geist unter den Mathematikern der klassischen Epoche. Wäre ein Vergleich erlaubt, so würden wir sagen: er stehe neben seinem an wuchtigen und augenfälligen Entdeckungen hervorragenderen Zeitgenossen Archimedes, wie zwei Jahrtausende später ein Dirichlet neben einem Jacobi. Sowohl von den geometrischen, auf Kegelschnitte und Oerter bezüglichen, als auch von den arithmetischen Leistungen des Apollonius, welch letztere in der Construction eines neuen Zahlensystems gipfeln, erhalten wir einen zwar gedrängten, aber doch ausreichenden Bericht. Das sprachlich unerklärbare Wort ὠκυτόβοος, welches den Titel einer anderen Schrift des Pergäers gebildet hat und früheren Etymologen häufig Gelegenheit gab, ihr Licht leuchten zu lassen**), heisst, wie wir hier nach neu aufgefundenen Handschriften erfahren, eigentlich ὠκυτόκιον, „Mittel zur Schnellgeburt", und der Inhalt der Schrift wurde wahrscheinlich von abgekürzten Rechnungsmethoden gebildet. Die Periode der nächsten hundert Jahre weist gerade keinen hervorragend genialen Mann, wohl aber eine Reihe tüchtiger Arbeiter auf, welche Cantor im siebzehnten Capitel als „die Epigonen der grossen Mathematiker" zusammen nimmt. Es sind dies Nikomedes, der die Conchoide, Diokles, der die Cissoide erfand, Perseus, der aus der „Torus" genannten Rotationsfläche des Kreises die vielgestaltigen spirischen Curven herauszuschneiden lehrte, Zenodorus, der Begründer der Isoperimetrie, Hypsikles, der sich in seinen Zusätzen zur Stereometrie des Euklides als scharfsinniger Kopf bewährt, endlich Hipparch, der treffliche Astronom, welcher zuerst sphärisch-trigometrische Berechnungen anstellte. Von Hypsikles ist ausser-

existiren doch nur in attischer Mundart; freilich kann man, wie neuerdings durch Heiberg nachgewiesen worden ist, den Spuren des „Uebersetzers" grösstentheils nachgehen, und constatiren, wie der dorische Urtext vor der Transscription in das herrschende Idiom gelautet hat.

*) Tidsskrift for Mathematik, Jahrgang 1879. S. 145 ff.

**) Eine ganz interessante Abhandlung über diese Schrift des Apollonius findet sich in Kästners „geometrischem Handbuch". 2. Theil, Göttingen 1791, als Nummer 20 (S. 174 ff.). Ein Philolog Nöhde, den Kästner zu Rathe gezogen hatte, schlägt vor ὠκυτεμίον zu lesen: „liber in quo rerum pretia celeriter aestimantur, ubi calculum commode faciendi ratio demonstratur." Trotz seines Missverständnisses ist Nöhde, wie man sieht, der richtigen Interpretation ganz nahe gekommen.

dem noch anzuführen, dass er sich mit der Theilung des Kreises in 360 Grade vertraut zeigt, während dieselbe zu Euklids Zeiten bei den Griechen noch nicht im Gebrauche war. Nunmehr aber, also etwa vor 100 Jahren vor dem Beginn unserer Zeitrechnung, tritt uns in Heron von Alexandria wieder ein weit über dem Niveau des Gewöhnlichen stehender Mathematiker entgegen. Die Schilderung dieses Mannes und seiner Geistesthaten kann natürlich nicht wesentlich abweichen von dem ersten Capitel der „Agrimensoren", welches eben auch Heron gewidmet ist; in Folge dessen darf auch unsere Berichterstattung sich kürzer fassen. Wir erwähnen also nur, dass der Verfasser an seiner früheren Ansicht festhält, die sämmtlichen bedeutenderen Schriften, welche als „Heronisch" bezeichnet werden, rührten von einem und demselben Träger dieses Namens her, hingegen jetzt zuzugeben geneigt ist, dass gewisse rohe Näherungsformeln in dem Heronischen Lehrbuche nicht erst späteres Einschiebsel, sondern von Heron selbst aus Gründen der Vollständigkeit aufgenommen worden seien. Was den Namen des trefflichen Geodäten für alle Zeiten unsterblich zu machen bestimmt ist, das ist seine Berechnung der regelmässigen Vielecke mit Hülfe von Formeln, die wir wohl oder übel trigonometrische nennen müssen, sowie der den Dreiecksinhalt als Function der drei Seiten darstellende „Heronische" Lehrsatz.

In der Folgezeit gewinnt die für die Praxis unentbehrliche rechnende Geometrie immer mehr ein Uebergewicht über die Synthese der Alten. Geminus zwar, Theodosius und Serenus beweisen sich noch sehr tüchtig in reiner Geometrie, und der letztgenannte stellt sogar Betrachtungen an, welche an die Transversalenlehre unserer heutigen projectivischen Geometrie erinnern, allein schon in des Menelaus sechs Büchern „über die Berechnung der Sehnen" liegt der Schwerpunkt in der Anwendung der Arithmetik auf geometrische Verhältnisse, und Claudius Ptolemäus, der als Mathematiker, Astronom, Physiker und Geograph gleich gross dastehende Zeitgenosse Trajans, ist sogar ein rechnender Geometer par excellence. Mit Hülfe des nach ihm benannten Theorems und einer reizend eleganten Grenzbetrachtung, welcher auch unser Verfasser (S. 353) die gebührende Ehre nicht vorenthält, construirt er seine Sehnentafeln, die ihn in den Stand setzen, alle möglichen Fragen der ebenen wie der räumlichen Trigonometrie zu lösen. Interessant ist uns dieser Mann auch deshalb, weil er die Mängel der Euklidischen Parallelentheorie eingesehen und ihr eine andere substituirt hat, welche es, wenn wir ehrlich sein wollen, mit einer grossen Anzahl ihrer jüngeren Schwestern aufnehmen kann. Die bis dahin etwas in den Hintergrund getretene theoretische Arithmetik, einst das Schoosskind der Pythagoreer und ja nicht zu verwechseln mit der von den Griechen als Logistik bezeichneten rechnerischen Praxis, beginnt nun auch wieder von sich sprechen zu machen; besonders Nikomachus von Gerasa hat sich um sie durch Angabe einiger hübscher zahlentheoretischer Lehrsätze verdient gemacht, aber auch Tymaridas, dessen „Epanthem" nach Cantor zuerst seit der „Haurechnung" der Aegypter wieder an unsere moderne Auffassung der algebraischen Gleichungen gemahnt, ist nicht ohne Bedeutung, und Theon Smyrnäus hat sogar eine Entdeckung gemacht, die, wäre sie ausgebeutet worden, zu den wichtigsten Consequenzen hätte führen können. Der Verfasser weist nämlich überzeugend nach, dass dem Theon in einem speciellen Falle die Berechnung der sogenannten Näherungswerthe eines gewissen Kettenbruches bekannt gewesen sein muss, eine um so höher zu schätzende Wahrnehmung, als gerade der Mathematiker, dem dieser wichtige Fund gelang, sich gegen alle Hypothesen, denen zufolge der Ursprung der continuirlichen Brüche auf grieschischem Boden zu suchen wäre, bisher spröd verhalten hatte. Nach einigen Bemerkungen über Sextus Africanus und dessen originelle arithmetische Feuertelegraphie wird zu Pappus übergegangen, der den Verfasser, wie Kenner seiner

Arbeiten wissen, seit je lebhaft angezogen hat. Wir wollen gestehen, dass dieser Abschnitt des Werkes uns rasch einer der liebsten geworden ist. Und das hat nichts Auffallendes, wenn man sich vergegenwärtigt, dass des Pappus Art zu arbeiten, seine liebevolle Hingebung an die Leistungen vergangener Zeiten, sein stetes Bestreben, Altes und Neues zu geistiger Einheit zu verschmelzen, gerade für den mathematischen Historiker etwas besonders Anziehendes haben muss. Bemerkt sei übrigens, dass Cantor die Lebenszeit des Pappus weit früher, ungefähr um 300 v. Chr., ansetzt, als dies die Historiographen gewöhnlich thun. Unendlich viel unbedeutender ist das, was die Neuplatoniker, auf deren Programm die Mathematik mit obenan stand, für diese Wissenschaft thaten. Dagegen lodert das griechische Genie noch einmal hell auf in dem Vater der unbestimmten Analytik, in Diophant, einem Zeitgenossen des Kaisers Julian Apostata. Zwei Kenner ersten Ranges, Hankel und Nesselmann, haben diesem letzten Vertreter der klassischen Mathematik ihre Theilnahme in so erschöpfendem Maasse zugewandt, dass die Thätigkeit eines neueren Geschichtschreibers sich mehr auf Sichten und Ordnen als auf Gewinnung neuer Gesichtspunkte beziehen musste, was denn auch bestens geschehen ist. Nun aber beginnt (Cap. XXIV) „die griechische Mathematik in ihrer Entartung“. Theon, dessen Methode zur Quadratwurzelausziehung registrirt zu werden verdient, die ebenso gelehrte als unglückliche Hypatia, die gelehrten Commentatoren Proklus und Eutokius, endlich jene athenischen Akademiker, die vor dem finsteren Glaubensdruck der byzantinischen Kaiser in das barbarische neupersische Exil flüchteten, sie alle sind immer noch hochgebildete Leute, ohne grosse Originalität freilich, aber respectabel als Bewahrer und Erklärer der Geistesschätze einer besseren Vorzeit. Um so gewaltigere Dimensionen nimmt der geistige Niedergang bei den stammverwandten Byzantinern an. Zum ersten Mal erhalten wir in einem Geschichtswerk ein deutliches und zusammenhängendes Bild byzantinischer Mathematik, dessen Untergrund zum Theil durch die neueren, angesichts des sterilen Gegenstandes nur um so dankenswertheren Forschungen von Usener gebildet wird. Sie alle, diese Psellus, Isaak Argyrus, Pediasimus, Maximus Planudes, Nicolaus Rhabda, und wie sie heissen mögen, sind geistlose Compilatoren, die ihr Wissen erst aus dritter und vierter Hand zu holen gewöhnt sind. Nur der einzige Kabasilas macht insofern eine rühmliche Ausnahme, als er nicht auf schlechte Rückübersetzungen aus dem Arabischen, sondern auf die griechischen Urtexte zurückgegangen wissen will. Auch Manuel Moschopulos bringt in seinem Tractat über die magischen Quadrate Dinge, die ganz und gar keinen byzantinischen Eindruck machen, allein Herr Cantor meint: ihm selbst dürfe man die Urheberschaft davon nicht zutrauen, und Referent, der sich gerade mit diesem Schriftsteller vielfach zu beschäftigen Veranlassung hatte, kann nicht umhin dem beizustimmen. So nehmen wir denn jetzt von den Griechen Abschied und wenden uns, um zwei Jahrtausende rückwärts schreitend, ihrem westlichen Nachbarvolke, den Römern, zu. (Fortsetzung folgt.)

Böcke und Böckchen.

Proben aus dem mathematischen Seminar- und Volksschul-Unterrichte.

VI.

1. Wir erhalten mit Bezug auf unsern Artikel Heft 3, S. 239 von Herrn Prof. Dr. Kallius in Berlin folgende bestätigende bezw. beifällige Zuschrift:

„In dem dritten Hefte Ihrer Zeitschrift S. 239 rügen Sie mit Recht, dass Verfasser von Rechenbüchern nicht einmal den richtigen Gebrauch

der Klammern kennen. Ich selbst bin übèr diese Unkenntniss nicht mehr erstaunt, da sie mir bei der Recension von Rechenbüchern schon oft genug begegnet ist: so habe ich z. B. im Jahrgang XXIII Heft 12 der Zeitschrift für Gymnasialwesen Aufgaben derselben Art, wie die von Ihnen angeführten erwähnt, dieselben waren vielleicht noch etwas verkehrter, wie z. B. die folgende:

$$(6\tfrac{3}{4} + 5\tfrac{1}{6}) + (4\tfrac{5}{9} + 3\tfrac{7}{12}) \times 2\tfrac{16}{19}) : 7\tfrac{3}{5},$$

welche dem Resultate nach zu schliessen so zu schreiben war:

$$(6\tfrac{3}{4} + 5\tfrac{1}{6} + 4\tfrac{5}{9} + 3\tfrac{7}{12}) \times 2\tfrac{16}{19} : 7\tfrac{3}{5}.$$

Dass der Verfasser dieser Aufgabe keine Idee von dem richtigen Gebrauch der Klammern hat, erhellt namentlich aus der Klammer hinter $2\frac{16}{19}$, der gar keine zweite frühere Klammer entspricht. Zu erklären ist diese grobe Unwissenheit nur dadurch, dass der mathematische Unterricht auf den Seminaren meist nicht in der Hand von Mathematikern, sondern in der Hand von Seminarlehrern liegt, die ihre Mathematik auf dem Seminar gelernt haben. So erbt sich diese Unwissenheit immer weiter fort. Auf diese Weise sind nun diese schönen Aufgaben zu erklären. Nun erklären Sie mir aber gefälligst*), wie es möglich ist, dass derartige Rechenbücher auf Gymnasien und Realschulen (siehe die Zusammenstellung der Schulbücher im Centralblatt) auch von studirten Mathematikern gebraucht werden können, ohne dass solcher Unsinn aus den Büchern auf ihre Veranlassung verschwindet? Die von mir angeführten Aufgaben rühren aus einer **33.****) Auflage her!

Aus einem Heft desselben Buches (der **171.****) Auflage) setze ich noch einige Aufgaben her: „1) A. hat in seiner Brieftasche $572\frac{13}{20}$ *M.* Papiergeld (!) Er nimmt davon $93\frac{17}{20}$ *M.* und legt sie in den Geldkasten, in welchem sich schon anderes Geld befindet. Jetzt sind im Kasten $318\frac{3}{4}$ *M.* mehr als in der Brieftasche. Wie viel war vorher im Kasten?"

2) 751 Gros 3 Dtz. $5\frac{7}{24}$ (!) Stück — 468 Gros 8 Dtz. $9\frac{13}{14}$ (!) Stück.

3) Nimm 43 Jahre 8 Monate $14\frac{1}{4}$ Tage $\frac{4}{7}$ mal! etc."

2. C. Schwabe (Rector in Neustadt a. Orla) und C. Schmidt (Rector in Auma), Die mathematischen Körper und die Geometrie in der Volksschule. Nebst vollständiger Raumrechnung. Praktischer, nur auf Anschauung gegründeter Lehrgang. Mit 191 Figuren. Weimar, Hermann Böhlau, 1881. 180 S.

Viele Bücher sind in neuerer Zeit erschienen als Hülfsbücher für den mathematischen Unterricht in Volksschulen, Bürgerschulen, Präparandenanstalten etc., aber kaum hat wohl je eins das Licht der Welt erblickt, welches an Absurditäten und Unrichtigkeiten so reich ist, als das oben bezeichnete***). Zum Beweise mögen folgende Proben dienen:

S. 46 ist vom regulären Tetraeder die Rede; es werden die Flächenwinkel desselben, sowie auch die Neigungswinkel der Kanten gegen die Flächen betrachtet; letztere werden als „Linienflächenwinkel" bezeichnet. Da heisst es von den Flächenwinkeln: „Die Grösse dieser Winkel lässt sich leicht bestimmen, jeder beträgt $60^0 = \frac{2}{3}R$"; und von den „Linienflächenwinkeln" ist gesagt: „Eine Messung ergiebt, dass alle Linienflächen-

*) Wie soll man das erklären? Doch nur aus der Indolenz der Betreffenden und — aus der Unkenntniss resp. Unwissenheit derjenigen Schulräthe oder Schulinspectoren, denen die Gymnasien und Realschulen unterstehen. Es wäre die Aufgabe der Mathematiker-Versammlung bei den Philologen und Naturforschern, einmal in pleno durch eine Resolution den höchsten Schulverwaltungen in Deutschland resp. der Reichsschulcommission auf den Leib zu rücken, damit sie hierin Wandel schaffen! Vielleicht ist auch eine Besserung von der Ueberproduction mathem. Lehrer zu erwarten? — D. Red.

**) Horribile dictu!! D. Red.

***) Also Kehr noch übertroffen? Da gilt es freilich, tüchtig auszukehren! D. Red.

winkel schief und unter einander gleich gross sind, nämlich $60^0 = \frac{2}{3} R$“ (!). — Auf Seite 50 werden die von den Seitenflächen einer geraden vierseitigen Pyramide gebildeten Flächenwinkel als rechte bezeichnet. — Das reguläre Octaeder wird zum Zwecke der Betrachtung so aufgestellt, dass eine Ecke unten und die ihr gegenüberliegende senkrecht darüber sich befindet; dann soll, wie S. 62 gesagt wird, ein Schnitt, der durch den oberen und unteren Eckpunkt, sowie durch die Mitten zweier gegenüberliegender wagerechter Kanten geht, eine quadratische Schnittfläche geben. — S. 90, wo vom Kreise die Rede ist, heisst es: „Wird die Peripherie von einer Linie an zwei Stellen durchschnitten, so wird sie Secante oder Durchschnittslinie genannt“. — Auf S. 95 wird der abgerollte Mantel eines geraden Kegels als ein „gleichschenkliges Dreieck mit krummer Basis“ bezeichnet, obwohl der Ausdruck „Kreissector“ auf S. 84 gegeben wurde. Auf S. 99 liest man sogar von einem gleichschenkligen Dreieck, dessen Basis elliptisch ist; diese Gestalt soll nämlich der abgerollte Mantel des schiefen Kegels haben (!). — S. 101 findet sich der Satz: „Der Kegel hat eine gerade Grundflächenkante“. — Auf S. 133 heisst es: „In der Summe ac“ (statt $a + c$!) und ebenso gleich darauf: „in der Summe dc ist c enthalten“; ferner auf derselben Seite: „ag, bo (statt a und g, b und o!) sind äussere Gegenwinkel. Diese beiden Fehler in der Bezeichnung kommen wiederholt vor. — Einen komischen Eindruck macht es, wenn auf S. 156, nachdem die Construction des regulären Fünfecks im Kreise beschrieben worden ist, gesagt wird: „Die Sehne dieses Bogens rd ist die Fünfeckseite (Fünfecks-S. D. Red.), welche sich in der Kreislinie fünf Mal herumtragen lässt. Auf derselben Seite enthält die Figur 185 die Buchstaben a und b zweimal, einmal als Bezeichnung von Ecken, das andere Mal von Winkeln. — S. 157 findet man: „Lege gleiche Geldstücken (!) auf einander“. Ein Druckfehler kann hier nicht vorliegen, da der Plural „Stücken“ auf derselben Seite noch zweimal vorkommt. —

Nun noch einige Proben, wie die Verfasser Beweise führen und Aufgaben lösen. Auf S. 143 soll bewiesen werden, dass die Basiswinkel eines gleichschenkligen Dreiecks gleich sind. Der Beweis lautet: „Zeichne das gleichschenklige Dreieck abc*). Ziehe die gleichen Verlängerungslinien ad, bg (statt: verlängere die Schenkel ca und cb. D. Red.). Verbinde g mit a und d mit b (aber was sind denn g und d? D. Red.), so ist $\triangle\, dba \cong \triangle\, gab$ (warum?). Es ist mithin der $\angle cbd = \angle cag$; ferner $\angle abd = \angle gab$. Zieht man nun $\angle abd$ von dem ganzen $\angle cbd$, und $\angle gab$ von dem ganzen $\angle gac$ ab, so muss $\angle abc = \angle bac$ sein; denn Gleiches von Gleichem bleibt Gleiches.“ Zur Erläuterung sei gesagt, dass ab die Basis ist, und dass ad und bg Verlängerungen von ca und cb über a und b hinaus sein sollen. Die Frage „warum?“ ist nicht vom Referenten hinzugefügt worden, sondern findet sich im Text. Die Verfasser scheinen sich dieselbe jedoch nicht beantwortet zu haben, denn sonst hätten sie den Beweis in dieser Form nicht liefern können. — Aehnlich auf S. 149, wo die Gleichheit der Diagonalen in rechtwinkligen Parallelogrammen folgendermassen bewiesen wird*): „$AD = BC$ und $DC = AB$; folglich $\triangle\, ADC \cong \triangle\, BCD$(!); demnach müssen die Diagonalen AC und DB als gleichliegende Seiten in congruenten Dreiecken gleich sein.“ Lässt sich wohl eine grössere Confusion denken?**) — Zum Schluss ein Beispiel aus der Körperberechnung. S. 171 ist folgende Aufgabe gestellt: „Die Seiten der Grundfläche einer dreiseitigen (geraden oder schiefen? D. Red.) Pyramide betragen 6 — 5 — 4 cm, die Höhe 10 cm, wie gross ist

*) Das zugehörige Oblong ist bezeichnet mit $ABCD$, welche Buchstaben dem Laufe des Uhrzeigers folgen. In der Wahl der grossen und kleinen Buchstaben herrscht keine Consequenz. D. Red.

**) Die Seite (Höhe) AB kommt bei der Congruenz gar nicht in Betracht und zum Beweise der Congruenz fehlt der eingeschlossene (rechte) Winkel. D. Red.

ihre Oberfläche?" Obwohl die Aufgabe vollständig unbestimmt ist, haben die Verfasser sie doch mit grösster Sicherheit gelöst in folgender Weise:

„Grundfläche 6 × 3 (senkrechte Höhe) = 18 : 2*) = 9 qcm (!!)
1. Seitenfläche 6 × 10 : 2 = 30 „
2. „ 5 × 10 : 2 = 25 „
3. „ 4 × 10 : 2 = 20 „
84 qcm."

Das ist doch wirklich haarsträubend! Wie haben denn die Verfasser gefunden, dass in dem Dreieck, dessen Seiten 6, 5 und 4 cm lang sind, die auf die Seite von 6 cm gefällte Höhe 3 cm beträgt? Und wodurch ist die Lage der Spitze der Pyramide bestimmt? Wie kommen ferner die Verfasser dazu, bei Berechnung der Seitenflächen statt der Höhe derselben die Höhe der Pyramide in die Rechnung einzuführen? Auf S. 173 bei der Berechnung des Kegelmantels kommt allerdings die weise Anmerkung nachgehinkt: „Selbstverständlich darf hier nicht die senkrechte Höhe gemessen werden." Aber daran hätten doch die Verfasser bei der Pyramide auch schon denken sollen!

Doch genug! Die angeführten Proben sind hinreichend, um die völlige Unbrauchbarkeit des Buches darzuthun.

Stegemann,
Gymnasial-Elementarlehrer in Prenzlau.

Nachschrift der Redaction. Wir haben das obgenannte Schulbuch, das uns vom Hr. Verf. vorstehender Beurtheilung vorgelegt wurde, durchgesehen und nicht nur das Vorgebrachte bestätigt gefunden, sondern uns auch überzeugt, dass der Hr. Verf. nur wenige Proben aus der Masse des Tadelnswerthen herausgegriffen hat. Nicht blos die „völlige Unbrauchbarkeit" dieses Buches — wie der Hr. Ref. am Schlusse sagt — ist hierdurch nachgewiesen, sondern auch der trostlose Zustand des mathematischen Volksschulunterrichts, zumal da das Buch von zwei „Rectoren" verfasst ist (vergl. XI_6, 498/9), eben so sehr aber auch die Indolenz — um nicht zu sagen Gewissenlosigkeit — derjenigen Schulbehörden, denen die genannten Schulen unterstehen. Denn — wie überall — so müssten auch hier die Lehrbücher vor ihrer Einführung einer gewissenhaften Prüfung seitens der Schulbehörde unterliegen, und diese vorausgesetzt, könnten doch Machwerke, wie das vorliegende, gar nicht die Approbation erhalten. Freilich gehören hierzu Fachmänner und nicht Theologen! Bei sonst guten Büchern verfährt man nicht selten mit grosser Rigorosität und absolut schlechte lässt man durch. Wir möchten den Vorschlag machen, dass eine Anzahl solcher Prachtwerke an die Reichsschulcommission eingesendet und später einem Museum für Geschichte der Schulwissenschaften oder des Volksschulunterrichts der Nachwelt aufbewahrt würden.

Die mathematischen Studien an der Universität in Tokio (Japan) während des Jahres 2539—2540 (1879—1880).

(Mitgetheilt von Dr. Lieber-Stettin aus dem Journal de Math. élément.)

Die Universität in Tokio wird in drei Facultäten gtheilt: die der Rechtswissenschaft, der Wissenschaften und der Literatur

Zu der Facultät der Wissenschaften gehören 14 Lehrer, welche 124

---

*) Hier wiederholt sich der ungemein häufig in Volksschulen vorkommende und in dieser Zeitschrift schon oft gerügte grobe Fehler: „Missbrauch des Gleichheitszeichens"

$6 \cdot 3 = 18 : 2 = 9$; (also ist $6 \cdot 3 = 9$!)

statt $6 \cdot 3 = 18$

$18 : 2 = 9$.

D. Red.

Schüler unterrichten, von diesen studiren 18 Chemie, 4 Mathematik, Physik, Astronomie, 4 Biologie, 20 Baufach, 27 Geologie und Bergbau, 42 befinden sich im ersten Studienjahre, 9 studiren Physik (französische Vorlesungen).

Die von der Universität gegebenen mathematischen Prüfungsarbeiten waren während des Jahres 2539—2540 folgende:

Differential- und Integralrechnung.

1) Die Bedingungen dafür zu finden, dass eine Function einer Variablen ein Maximum oder Minimum sei. Das Maximum oder Minimum der Function $y = m \sin(x - a) \cos x$ zu finden.

2) Die Dimensionen des Cylinders zu bestimmen, welcher bei gegebenem Volumen die kleinste Fläche hat.

3) Zu beweisen, dass, wenn $y^3 + x^3 - 3axy = 0$ ist, die Function y für $x = a^3\sqrt{2}$ ein Maximum und für $x = 0$ ein Minimum ist.

4) Den grössten Werth von $u = al + bm + n$ zu finden, wenn zwischen l, m, n die Gleichung $l^2 + m^2 + n^2 = 1$ besteht.

5) Für die Curve $y^m = a^{m-1}x$ zu finden die Gleichung der Tangente im Punkte (x, y), die Länge der Subtangente, Subnormale und der Senkrechten vom Anfangspunkte auf die Tangente.

6) Eine Methode anzugeben, um die Asymptoten an eine gegebene Curve zu finden. Die geradlinigen Asymptoten der Curve $y^4 - x^4 + 2bx^2y = 0$ zu finden.

7) Wie findet man die Doppel-Punkte einer Curve, und die Tangenten an Doppel-Punkte? Die verschiedenen Arten von Doppel-Punkten sind zu unterscheiden.

8) Die singulären Punkte der Curve $x^4 - 2ay^3 - 3a^2y - 2a^2x^2 + a^4 = 0$ zu finden.

9) Mittelpunkt und Radius des Krümmungskreises für einen Punkt (x, y) der Curve $y = f(x)$ zu finden.

10) Definition vom Beugungspunkt; ferner anzugeben, wie man den Beugungspunkt einer in Polarcoordinaten gegebenen Curve findet.

11) Alle Lösungen der Differentialgleichung $x^3dy - x^2ydx + y^3dx - xy^2dy = 0$ zu finden.

12) Die Gleichung $\frac{1}{x}\frac{dz}{dx} + \frac{1}{y}\frac{dz}{dy} = \frac{z}{y^2}$ zu integriren.

13) In einer Ebene, in welcher zwei feste Punkte gegeben sind, soll man eine Curve so bestimmen, dass das Product der Entfernungen dieser beiden Punkte von jeder Tangente an der Curve einen constanten Werth hat.

14) $\frac{x}{(x+1)(x-2)(x^2+1)}$ in Partialbrüche zu zerlegen.

15) Zu bestimmen die Summe der vierten Potenzen der Wurzeln von $x^3 - 3x + 1 = 0$.

16) Zu finden die Differentialgleichung der Projectionen der Krümmungslinien einer Fläche auf der xy-Ebene.

Analytische Geometrie.

17) Gleichung einer Geraden, welche durch zwei Punkte geht. Bestimmung der Coordinaten des Durchschnittspunktes der Geraden, welche durch die Punkte (a, o), (o, b) und (b, o), (o, a) gehen.

18) Welchen Winkel bilden die beiden Geraden $Ax + By + C = 0$ und $A'x + B'y + C' = 0$.

19) Zu beweisen, dass sich die Diagonalen eines Rhombus rechtwinklig schneiden.

20) Die Ecken eines Dreiecks sind durch ihre Coordinaten gegeben, die Fläche des Dreiecks zu berechnen; und hieraus die Bedingung dafür abzuleiten, dass drei gegebene Punkte in gerader Linie liegen.

21) Die Bedingung dafür anzugeben, dass die allgemeine Gleichung zweiten Grades zwei gerade Linien darstellt. Zu untersuchen, ob die Gleichung $x^2 - 5xy + 4y^2 + x + 2y - 2 = 0$ diese Bedingung erfüllt.

22) Die Gleichung des Kreises für ein rechtwinkliges Coordinatensystem zu finden.

23) Analytisch zu beweisen, dass, wenn sich zwei Kreise schneiden, die Centrale senkrecht zur gemeinschaftlichen Sehne ist.

24) Gegeben der Kreis $x^2 + y^2 = r^2$; die Linie $xx' + yy' = r^2$ zu discutiren, wo x', y' die Coordinaten eines Punktes der Peripherie sind.

25) Analytisch zu beweisen, dass, wenn man an einen Kreis von einem Punkte ausserhalb desselben eine Tangente und eine Secante zieht, die Tangente mittlere Proportionale zwischen der ganzen Secante und ihrem äusseren Abschnitt ist.

26) Die Gleichung der Tangente und Normale an einer Ellipse im Punkte (x', y') zu finden.

27) Analytisch zu beweisen, dass die Tangente mit den Brennlinien gleiche Winkel bildet.

28) Zu beweisen, dass es ein constantes Verhältniss giebt zwischen den Entfernungen irgend eines Punktes der Ellipse von dem Brennpunkte und der Richtlinie.

29) Die Gleichung eines Kegelschnittes mit Mittelpunkt in Polarcoordinaten zu finden, wenn man den Brennpunkt als Pol nimmt. Die halben Achsen einer Ellipse sind 5 und 3; ihre Polargleichung zu finden.

30) Die Gleichung eines Kegelschnittes ist $ax^2 + 2hxy + by^2 + 2gx + 2fy + c = 0$. Zu beweisen, dass die beiden geraden Linien $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ den Asymptoten parallel sind.

31) Zu beweisen, dass die Gleichung $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy}{ab} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{2x}{a} - \frac{2y}{b} = 0$ eine Parabel darstellt, welche die Achsen berührt.

32) Die Bedingungen dafür zu finden, dass die allgemeine Gleichung zweiten Grades eine Ellipse, Hyperbel, Parabel darstellt.

33) Der Endpunkt eines Durchmessers ist (x', y'); die Coordinaten der Endpunkte des conjugirten Durchmessers zu finden.

34) Man zieht in den Endpunkten zweier conjugirten Durchmesser die Normalen an eine Ellipse. Zu beweisen, dass der Ort der Durchschnittspunkte die Curve $2(a^2x^2 + b^2y^2)^3 = (a^2 - b^2)(a^2x^2 - b^2y^2)^2$ ist.

35) Die Gleichung der Hyperbel zu finden, wenn die Asymptoten als Achsen genommen werden.

36) Geometrischer Ort für die Mitten paralleler Sehnen in einer Parabel.

Journalschau.

Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens, Jahrg. IX.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 243.)

Heft 1. Die „Reisefrüchte“ I. Abth. „das Festland Italien“ von Strack bieten jedem, ganz besonders aber dem Lehrer der Geographie eine Fülle von Anregung und Belehrung. — Recensirt ist von Strack: Olk, „die neuesten Ansichten über die Ziele des höheren Unterrichts“; darnach kann das Buch weder auf Vollständigkeit noch auf kritische Durcharbeitung, höchstens auf angenehme Unterhaltung Anspruch erheben. Von Schmid, Encyclopädie des ges. Unterr.- und Erz.-Wesens 2. Aufl., III. Bd. wird der Inhalt angegeben und das Referat mit dem Passus beschlossen: „Welch eine Fülle des Reichthums! Wäre sie bekannt, wie sie's verdient und wie Ref. es dringend wünscht, manch junger Mann behielte seine Abhandlungen mit „völlig

neuen Ansichten" bescheiden in der Mappe, anstatt sie überflüssig in die Druckerei zu schicken." Den letzten (von uns hervorgehobenen) Passus möchten wir auch unseren jüngeren Fachgenossen zur Beherzigung recht warm empfehlen! Die übrigen Recensionen betreffen Religion und Sprachliches. — Programm- und Journalschau. Archiv: Züchtigungsrecht, Turnlehrerprüfungsordnung in Preussen, Sächsische Orthographie-Verordnung. Vermischtes: Prüfungsresultate der früheren Gymnasiasten und Realschüler beim Ex. pro fac. doc. (s. u. beim Päd. Arch.). — Sectionsbericht der Stettiner Philologenversammlung. (s. u. Z. S. 79 u. f.) — Die feierliche Eröffnung der Falk-Realschule zu Berlin. Bericht von Strack. Berechtigungs-Erweiterung der R. II. O. (Steuersupernumerare).

Heft 2 und 3. Strack setzt seine „Reisefrüchte" in II. „Ein Ausflug nach Sicilien" fort. Dieser längere Theil (S. 65—116) ist nicht minder interessant und belehrend, als der erste. — Dir. Schwalbe-Berlin behandelt eingehend die Programmfrage und macht uns bekannt mit der Literatur, Geschichte und gegenwärtigen Organisation dieser Schulorgane. Er übt Kritik an der bis jetzt üblichen Einrichtung der Programme und macht Vorschläge für die künftige Gestaltung derselben. Ein beigegebenes Programm der Dorotheenstädtischen Realschule in Berlin 1880/81 (Dir. Kübler) soll bezüglich des statistischen Materials als Muster dienen. Der Verf. kommt zu dem Schlusse, die Programme, als nicht blos für die Schule vielfach wichtige Organe, seien auch künftig beizubehalten, jedoch zu reformiren. Diese Abhandlung war ursprünglich ein in der Berliner Gymnasial- und Realschulgesellschaft gehaltener Vortrag, an den sich eine lebhafte Discussion anschloss. — Die beiden bekannten Rectoratsreden von Hofmann (s. u. Z. 3. Heft, S. 228) und Rühle werden von Bach-Berlin einer eingehenden Besprechung unterworfen.

Unter den Besprechungen der Schulschriften für den Unterricht im Deutschen sei hervorgehoben: Palleske, die Kunst des Vortrags, und Sanders, Ergänzungswörterbuch der deutschen Sprache. — Programmschau: Elsass-Lothringen, Bayern. Journalschau. Im Archiv: Bayerns Prüfungsordnung für das höhere Lehramt. Schulnachrichten: Jubiläum der Realschule zu Bremen (Weserzeitung).

Heft 4. Die vorzügliche Rectoratsrede von Wislicenus-Würzburg wird mitgetheilt. Ueber Wiese, die höheren Schulen vor dem Abgeordnetenhause s. u. Päd. Archiv Heft 4. — Friedländers-Hamburg Aufsatz „Das *non liquet* des Herrn v. Puttkamer" ist aus den Hamburger Nachrichten abgedruckt. Hier wird die zögernde Haltung des preuss. Unterrichtsministers einer Kritik unterworfen und dabei der Lieblingsidee des Verf. Ausdruck gegeben, dass die „Einheitsschule als unmöglich anerkannt" (?) sei. — Recensirt sind von Strack die Schriften zur „Ueberbürdung" von den Medicinern Hasse, Haunhorst, Kotelmann, sowie die Vertheidigungsschrift („Pro domo") des Luckauer Stadtverordneten Jordan constra Pilger*). Der Recensent (Strack) bezeichnet die Vertheidigung als „gelungen" (?) und wünscht dem Anwalt dieser Sache Glück (!), missbilligt jedoch — und das war wohl das Mindeste, was er thun musste — dass J. dem Hr. P. unlautere Gründe unterschiebt. [Wir sind hierin anderer Meinung und werden bei Gelegenheit des Lemcke'schen Pamphlets „Schülerlist und Lehrertücke" darauf zurückkommen. D. Red.] Unter den anderweitigen Recensionen ist die von Engelhardt über Zwicks Lehrbuch für den zoologischen Unterricht wegen ihrer trefflichen Bemerkungen lesenswerth.

---

*) Man sehe das Referat über dessen Broschüre im Pädag. Archiv, Jahrg. XXII, Heft 7. S. 515 u. f. („Das Verbindungswesen auf norddeutschen Gymnasien").

Pädagogisches Archiv, Jahrg. XXIII.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 243.)

Heft 4. In dem Artikel „die höheren Schulen vor dem Abgeordnetenhause“ (einem aus der „allgem. conserv. Monatsschrift für das christliche Deutschland“ abgedruckten Aufsatze) unterwirft der bekannte frühere Oberschulrath Wiese die Debatten im Abgeordnetenhause, die im folgenden Artikel mitgetheilt sind, einer Kritik. Er gelangt zu dem Schlusse, dass mit theoretischen Darlegungen über die Frage, ob der Realschullehrstoff ebenso bildungskräftig sei, wie der gymnasiale, nichts gewonnen werde; vielmehr sei das Entscheidende ein thatsächlicher „Beweis des Geistes und der Kraft“, d. h. nicht nur die Erkenntniss, dass die Lehrkunst dort zu üben sei, wo schwierigere Aufgaben zu lösen sind, als auf dem von Alters her gebahnten Wege, sondern auch der Muth, diese neuen Wege zu betreten, muss unter den Lehrern lebendig werden.

Heft 5. In dem (ursprüngl. Zeitungs-) Artikel „Einige Worte über die Reinheit der Sprache“ von Schmits-Köln (Hauptredacteur der Kölnischen Zeitung) werden auch unsere Fachgenossen manche Belehrung finden. Er führt zu der Erkenntniss, dass selbst Sprachgelehrte sich „sprachlicher Sünden“ schuldig machen. (Sanders, Lehmann, Keller, Andresen werden hier vorgeladen und getadelt.) · Im Sprechsaal wird unter „Eine Kleinigkeit und doch keine“ vorgeschlagen das „Einmaleins“ so lernen zu lassen: $5 \times 7 = 7 \times 5 = 35$ etc. Recensirt sind: die fünfstelligen Logarithmentafeln von Gauss (günstig), Gallenkamp, Elemente der Mathematik IV. (Kegelschnitte synthetisch) und Seeger, neuere Geometrie, beide von Diekmann, welcher dem ersteren Werke den Vorzug giebt. Es folgen noch zwei Berichte über die Delegirten-Versammlung des allgem. Realschulmännervereins 1881 und über die Verhandlungen der 3. Directoren-Versammlung in der Provinz Sachsen, endlich drei Rectoratsreden im Auszug über die Reife der Realschulabiturienten (Wislicenus, Hofmann, Rühle). In den Verhandlungen der Dir.-Conf. wird „die Abgrenzung der Pensa der einzelnen Classenstufen“ besprochen und werden z. B. in Mathematik zwei verschiedene (!?) Lehrpensa aufgestellt und in Thesen (Schmieder-Schleusingen, Husle-Aschersleben) „angenommen“.

Heft 6 bietet für unsere Fächer wenig, indem es „die Ziele und Wege des Unterrichts in den neueren Sprachen“ bespricht. Wir erfahren hieraus auch, dass die Zahl der Neuphilologen „dank der zunehmenden Zahl von Realschulen“ wächst. Der Verf. (Prof. Stengel-Marburg) polemisirt (S. 388) gegen den Strassburger Zoologen O. Schmidt, welcher behauptet hatte, über die gänzliche Verkehrtheit der Verordnung, dass die Realschule für das Studium der neueren Sprachen vorbereiten solle, sei nur eine Stimme. — In den „Bestimmungen aus der neuesten Schulgesetzgebung Frankreichs“ ist der neue Lehrplan der französischen Lyceen mitgetheilt und die künftig anzuwendende Methodik angegeben. Aus den Recensionen sei bemerkt: Florschütz, Auge und Brille 3. Aufl. (rec. von Sattler-Bremen), worin man auch Einiges über die Literatur dieses Themas findet. — Der Bericht über die Sitzung der ständigen Commission für das technische Unterrichtswesen in Preussen verbreitet sich besonders über die Gewerbeschulen.

Nachtrag zu Jahrg. XII. (Vergl. Heft 1, S. 88.)

Heft 7. Gymnasialdirector a. D. Perthes-Davos (Schweiz) schreibt über „das Latein an der Realschule und die Zulassung zum Medicin-Studium“. In diesem ausführlichen und literaturreichen Artikel macht der Verf. Vorschläge zu einer Reform des Lehrplans der Realschule 1. O. und will dadurch vor Allem im Latein das gymnasiale Ziel der Untersecunda mit 7 St. in allen Classen von VI bis IIb er-

reichen. Den Schluss bildet ein „Entwurf“ eines Lehrplans für die Realschule 1. O. (Realgymnasium), in welchem den Classen IIa bis Ia noch je 2 St. w. Latein zugetheilt sind. — Hierauf folgt „das Verbindungswesen auf norddeutschen Gymnasien“, ein der Stettiner Zeitung entlehnter Artikel*), ein Auszug aus Dr. Pilgers Schrift, der einen traurigen Einblick in die Rohheit der gymnasialen Jugend gewährt. — Von den Recensionen seien hervorgehoben: Schüler, analyl. Geometrie (Günther), Münch, Physik (Leimbach), Letoschek, Tableau etc., Möhl, orogr. etc. Wandkarte; Kützing, Geographie, Liebe, botan. Grundriss.

Zeitschrift für das Realschulwesen, Jahrgang VI.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 244.)

Vorbemerkung der Redaction. Unter den pädagogisch-didaktischen Zeitschriften, welche nicht ausschliesslich der Pflege des mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterrichts dienen, behandelt die vorstehende unsere Fächer am fleissigsten und eingehendsten, natürlich immer mit besonderer Rücksicht auf österreichische Unterrichtsverhältnisse. Wir halten es daher für unsere Pflicht, mit Rücksicht auf unsere Empfehlung (X, 234. Anm.), unsere Fachgenossen auf dieses didaktische Organ wiederholt und angelegentlich hinzuweisen. Wir dürfen aber nicht verschweigen, dass jener Mangel, den wir so oft bei Aufsätzen unserer eigenen Zeitschrift zu beklagen hatten (vergl. z. B. X, 118), auch bei dieser Zeitschrift sich nicht selten findet, nämlich der Mangel kritischer Beleuchtung oder auch nur Anführung (Citiren) der Vorarbeiten über das betr. Thema. In den nachstehend inhaltlich skizzirten Heften kommen ein Paar solcher Beispiele vor, auf die wir deshalb hinweisen, weil für die betr. Arbeiten unsere Zeitschrift hätte nachgelesen werden sollen. Leider begegnen wir auch in einem dieser Hefte einer Incrimination, gegen welche für den Herausgeber ds. Zeitschr. eine „Abwehr“ geboten ist.

Heft 1. Pitsch-Wien schreibt mit besonderer Rücksicht auf Wieners Schrift („Vielecke und Vielflache“ Karlsruhe 1864) „über halbreguläre Sternpolyeder“ mit einer Einleitung „über die Beziehungen zwischen den halbregulären und den ihnen polar zugeordneten Polyedern“. Mit zwei Lichtdrucktafeln. Die zweite Hälfte ds. Aufsatzes folgt im nächsten (2.) Hefte. Die Redaction, nach welcher dieser Artikel „eine wesentliche Lücke in der Theorie der eckigen Körper ausfüllt“, ersucht in einer Schlussanmerkung die Leser, zum Beweise ihrer Behauptung eine Anzahl angeführter Werke (Meier Hirsch, T. Müller, Wiener, Hessel, Hess) zu vergleichen. Zugleich stattet sie den Herren, welche die beigegebenen Lichtdruckbilder ermöglichten (Hofphotograph Löwy, Photographenchemiker Dr. Eder und Hofbuchhändler Hölder, sämmtlich in Wien) für ihre Unterstützung den gebührenden Dank ab. Im 4. Hefte d. bespr. Zeitschr. aber theilt Hr. Pitsch in einem Nachtrage mit (S. 216), dass bereits vor ihm (1876—78) Prof. Hess in Marburg diesen Gegenstand wenigstens theilweise behandelt, und dass derselbe schon 1876 eine „erweiterte Eulersche Formel“ aufgestellt habe, die „an Allgemeinheit nichts weiter zu wünschen übrig lasse“. Der Herr Verf. hätte sich hierüber schon früher aus dem eingehenden Referate unseres geehrten Mitarbeiters Dr. Günther (s. unsere Zeitschr. VIII, 225 u. f.**) unterrichten können. — Besprochen sind die „Plastischen Pilznachbildungen für den Unterricht“ von Frau Johanna v. Strohbach-Wien („Atelier Haneton“), welche nach dem Referenten Hanausek-Krems die von Arnoldi-Gotha herausgegebenen weit überragen sollen. — Folgt

*) Dasselbe Thema ist behandelt vom Dir. Duden-Hersfeld i. C.-O. 1879, S. 129 u. f.
**) Ueber das Buch von Hessel s. IV, 45. D. Red.

eine Nekrologie des engl. Physikers James Clerk-Maxwell von Wagner-Bozen. Pisko-Wien giebt eine „Rückschau“ über den internationalen Unterrichtscongress in Brüssel. In einer Schlussanmerkung polemisirt die Redaction gegen die von Steinbart dort vertheidigten „Vorschulclassen“ und bestreitet, dass die betr. Anstalten die Schüler „gleichmässiger (vor-) gebildet“ erhalten, vielmehr seien sie nur gleichmässiger „gedrillt“. — Bücher-, Zeitungs- und Programm-Schau.

Heft 2. Fortsetzung und Schluss des Artikels von Pitsch (s. o.), besonders: „Ableitung der halbregulären Sternpolyeder aus den Archimedischen“. — Spitzer-Wien löst eine Aufgabe aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung, der Zahlenlotterie entnommen; sie findet sich auch in des Verf. neuesten (21.) Auflage seiner „Anleitung zur Berechnung der Leibrenten etc.“ S. 15 u. f. (Im 4. Hefte folgt eine andere Lösung von Morawetz.) — Pisko, Fortsetzung des oben bez. Berichts. Es folgt der Jahresbericht für 1879/80 des Vereins „Mittelschule“ in Wien. Obwohl die hier behandelten Themen meist altsprachliche sind, so bieten sie doch nach didaktischer Seite auch für unsere Fachgenossen Interesse, und besonders hervorzuheben ist der lebhaft discutirte Vortrag des Directors Hauler-Wien „es ist im Interesse der Vertiefung der Methode wünschenswerth, dass das Aufsteigen der Gymnasialprofessoren mit den Schülern auf gewisse Fälle beschränkt bleibe“. Der Bericht beweist übrigens, dass das Streben dieses Vereins eine exclusiv (alt-) philologische Färbung hat, und dass unsere Collegen dort, wie es scheint, nicht zu Worte kommen oder auf dasselbe verzichten. — Unter den Recensionen dürfte eine von Schödlers Buch der Natur befremden, da nach der Ansicht vieler Fachgenossen dieses Buch auf einem überwundenen Standpunkte steht, und besonders in der Naturbeschreibung (Naturgeschichte) in Stoff und Methode veraltet ist. — In der „Journalschau“ begegnen wir einem Ausfall auf den Herausgeber ds. Zeitschrift, in welchem demselben „eine schlecht begründete Abneigung gegen Oesterreich“ imputirt wird und zwar (!) aus dem Grunde, weil er in seinem Determinantenartikel (XI, Heft 5) die Methode eines „Oesterreichers“ einer scharfen Kritik unterzogen hat. Dass er aber ebenfalls einen „Oesterreicher“ (Studnička) als Muster für die Lehrmethode hingestellt hat, das — wird verschwiegen. Es ist doch etwas Herrliches um die liebe Unparteilichkeit bei Beurtheilungen. In derselben Journalschau wird weiterhin unserer Nachschrift zum Bericht über den Brüsseler Unterrichtscongress (XI, 492/3), in welchem die allzugeringe Ausbeute desselben für unsere Fächer bedauert wird, „desperat“ genannt. Wir können auch hierüber ohne Desperation das Urtheil unseren Lesern getrost überlassen und verweisen ausdrücklich auf unsere oben citirte Nachschrift (XI, 493).

Heft 3. Mitredacteur Kuhn-Wien liefert „Beiträge und Vorschläge zum Unterrichte in der Physik“. I. Electrische Influenz und die Fortsetzung davon im 5. Hefte. II. Contactelectricität. Diese Artikel sind deshalb den physikalischen Collegen sehr zu empfehlen, weil sie hinsichtlich der immer noch mangelhaften Methode in diesem physikalischen Zweige neue Gesichts- und Stützpunkte für die Methodik angeben. — Handl-Czernowitz liefert „zwei Beiträge zur Experimentalphysik“: I. Demonstration des Gesetzes vom hydraulischen Bodendrucke (mittelst „hydrostatischen Blasebalgs“*), II. Ein Versuch über die Ausdehnung durch Wärme (mittelst Glasfaden). — Unter den „Schulnachrichten“ erfahren wir von den technischen Instituten in Italien, von der Erweiterung der Berechtigung der preussischen Realschulen II. O., von den ungar. Realschulen (19. Jahresbr.), ferner die Ergebnisse der Aufnahmsprüfungen an den Mittelschulen Oesterreichs 1880. In der „Bücher-

*) Man vergl. hiermit den physikalichen Schulversuch von Kleinstück, ds. Zeitschr. XII, Heft 4. S. 255.

schau" sind Recensionen der allgem. Erdkunde von Hann-Hochstetter-Pokorny, Andree's allgem. und Arendts naturhist. Atlas, Fliedners Physik und zwei mathem. (analyt.) Werke von Hattendorf. — Journal- und Programmschau.

Heft 4. Ein Artikel über „die deutschen Sprachfehler slavischer Schüler" (mit bes. Rücksicht auf Schlesien) von Zvěřina wird auch unsere Fachgenossen interessiren. Steiner-Graz gibt einen constructiven Beweis zu dem Fundamental-Satze „Eine Punktreihe und ein Strahlenbüschel sind projectivisch, wenn sie in perspectivische Lage gebracht werden können", ein Satz, dessen constructive Durchführung nach dem Verf. „in allen ihm bekannten Lehrbüchern der Geometrie der Lage unterdrückt" sei. Im 6. Hefte (S. 350) aber macht Drasch-Steyer darauf aufmerksam, dass sich die Lösung dieser Aufgabe nicht nur erheblich vereinfachen lasse, sondern sich auch bereits finde in Staudigl's Lehrbuch der neuern Geometrie (Wien 1870. S. 33). — Dechant-Wien beschreibt einen von ihm construirten Apparat „zum Nachweis der bei Dichtigkeitsänderungen eines Gases eintretenden Temperaturänderungen". — Wallentin-Wien giebt als Ergänzung und Unterstützung der „goniometrischen" Auflösung der Gleichungen vom 2. Grade eine Combination der graphischen und trigonometrischen Auflösungsmethode. Die hier einschlägige Literatur ist mit Ausnahme eines Aufsatzes von Wagner (Realschule III, Nr. 6—7) leider übergangen. Vielleicht konnte wenigstens des Zieglerschen Aufsatzes und Buches gedacht werden*).

Wagner-Botzen bricht im Anschluss an einen früheren Aufsatz von ihm (Jahrg. V, S. 535) und unter Empfehlung der Lieber-Lühmannschen Aufgabensammlung eine Lanze für „geometrische Constructionsaufgaben". — Nachtrag von Pitsch (s. o.). — Morawetz giebt eine andere Lösung der Spitzerschen Aufgabe in Heft 2. — Folgt ein Ministerial-Regulativ für die Lehrer des Freihandzeichnens. — Bücher-, Zeitungs- und Programmschau: die botanischen Lehrbücher von Behrens und Bänitz, ersteres sehr, letzteres theilweise empfohlen. Wallentin-Wien Grundzüge der Physik sehr empfohlen. Ott, graphisches Rechnen 4. Aufl., nur bedingungsweise belobt.

Heft 5. Penl-Brünn giebt in „das Naturaliencabinet" zur Technik des naturw. Unterrichts einen Beitrag, den er im 6. Hefte fortsetzt, und zwar behandelt er I. das Schulmuseum, II. die Schulsammlung, diese als Ersatz für jenes, wo es nicht vorhanden ist. — Kuhn-Wien setzt seinen obenerwähnten Artikel (II. „Contactelectricität") fort, auf den wir wegen der darin niedergelegten Methodik für dieses schwierige Capitel die Lehrer der Physik besonders aufmerksam machen. (Fortsetzung in Heft 7.) — Wiskočil-Iglau giebt eine „directe Construction der Contouren derjenigen vier Systeme von windschiefen Hyperboloiden, welche durch ein Bild dreier Erzeugenden festgestellt sind". — In den „Schulnachrichten" ist mitgetheilt die Prüfungsvorschrift für die Befähigung zum Lehramte in den Elementarclassen der franz. Gymnasien (8. I. 1881) und „der Zeichenunterricht in den franz. Gymnasien". — Aus einer Ministerialverordnung über die Ausschliessung der Schüler wegen „schlechten Fortgangs"**) kann man die Genauigkeit und Bestimmtheit der österr. Schulgesetzgebung und Schuleinrichtungen kennen lernen. — Besprochen sind u. a.: Katalog für die Schülerbibliotheken österr. Gymnasien, die bei Hölzl-Wien erschienenen geogr. Charakterbilder und Letoscheks Tableau (von uns angezeigt XI, 388 u. f.), die botan. Lehrbücher von Lürssen, Grundzüge der Botanik, Wünsche, Schulflora von Deutschland und Kolbe, Chemie.

---

*) Ziegler, über das Zusammentreffen der graphischen mit der goniometrischen Auflösung quadratischer Gleichungen, unsere Zeitschr. I, 212 u. f. — Ebene und sphärische Trigonometrie, Programm der Freisinger Studienanstalten 1870 (s. u. Z. III, 550 u. f.).

**) Ein Austriacismus, für den man in Deutschland den Ausdruck „Fortschritte" hat.

Heft 6. Fortsetzung des Artikels von Penl „Naturaliencabinet" (s. o.). — „Aus der Denkschrift über die (preuss.) Gewerbeschulen", bekanntlich Realschulen ohne Latein mit neunjähr. Cursus, ist mit Berücksichtigung und auf Veranlassung der Angriffe auf diese Schulen das Wesentliche mitgetheilt. — Aus der „Statistik der Lehramtsprüfungen in Preussen" (1878/79 waren 433 Candidaten, darunter 362 frühere Gymnasiasten, 39 frühere Realschüler) geht hervor, dass die ehemaligen Realschüler ihre Universitätsstudien fleissiger und erfolgreicher betrieben haben, als die früheren Gymnasiasten. — Recensirt sind u. A. zwei geogr. Werke (Chavanne-Hardt, Schulwandkarte von Asien, und Delitsch, Deutschlands Oberflächenform) von Steinhauser, ferner die Wandtafeln für den naturgeschichtlichen Anschauungsunterricht an Volks-. und Bürgerschulen auf Grundlage der Lesebücher (Wien, Gerold), Weinholds physikalische Demonstrationen, Günthers Hyperbelfunctionen (von Kolbe sehr empfohlen). — Für Lehrer des Französischen ist noch ein „Eingesendet" interessant, in welchem ein literar. Streit zwischen Mitredacteur Bechtel und Prof. Seliger-Wien auf Grund einer Recension der franz. Grammatik Bechtels durch S. ausgefochten wird. Der Ton der „Entgegnung" ist ohngefähr jener, wie ihn i. d. Z. Godt gegen Pick führte (s. d. Jahrg. Heft 2), was auch von B. am Schlusse statt einer weiteren Entgegnung einfach constatirt wird.

In der „Journalschau" ist auch Frankreich berücksichtigt durch Besprechung der „Zeitschr. für neufranz. Sprache und Literatur" und der „Revue de l'Enseignement secondaire spécial et de l'Enseignement professionel". Aus dem Inhalte der letztern Zeitschr. ist ersichtlich, dass auch in Frankreich der Kampf zwischen der sogen. klassischen und der modernen Schule geführt wird.

Zeitschrift für Schulgeographie, Jahrgang II.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 246.)

Heft 4. Der Herausgeber empfiehlt die in diesem Hefte besprochenen geographischen Charakterbilder von Hölzel für Schule und Haus. — Steiner-Wien setzt den Artikel „Das geographische Cabinet, Reliefkarten und ihre Verwendung beim Unterricht" fort. — Der Artikel „Ist in derselben Classe der gleichzeitige Gebrauch verschiedener Atlanten zu gestatten?" (aus dem Realschulprogramm zu Frankfurt a/O. 1879) will zeigen, dass durch diesen Brauch „der Einheitlichkeit des Unterrichts der empfindlichste Abbruch" geschehe, und dass nur ein und derselbe Atlas zu brauchen sei. — Die Menschenrassen und die Verbreitung derselben aus der allgemeinen Erdkunde von Hann-Hochstetter-Pokorny (Verf. Pokorny). — Hundert Fragen für eine Prüfung in der astronomischen (mathem.) Geographie (nebst Antworten) v. Klöden-Berlin geben den mathem.-geogr. Collegen ein sehr hübsches Material für ihre Repetitorien*). — Notizen. Literatur. Recensirt sind: Delitsch, Deutschlands Oberflächenform; Kolberg, Nach Ecuador, Reisebilder; Nordenskiöld, die Umsegelung Asiens und Europas a. d. „Vega"; Peschel, Völkerkunde, 5. Aufl.; Pütz, Leitfaden etc., 18. Aufl. von Behr; Steinhauser, Grundzüge der mathem. Geographie 2. Aufl.; Wagner, Bericht über die Entwickelung der Methodik der Erdkunde (Separatabdruck). Bibliographische Rundschau: Zeitschriften, Karten. — Antworten auf Anfragen: Karte der Vulkanvertheilung in Andrees Handatlas, Völkertypen in plast. Darstellung bei Pichler-Wien.

Heft 5. Das geographische Cabinet behandelt: Die Bildung geographischer Begriffe von Zehden-Wien. Verf. will in diesem von ihm eröffneten „Sprechsaal für Erfahrungen und Wünsche, betr. die Hülfsmittel beim geographischen Unterricht", welche nach seiner Meinung zu wenig benutzt wurde, neue Anregungen geben. („Abbildungen sind nicht nur ein er-

*) Separatabdruck erschienen.

wünschtes, sondern ein geradewegs unentbehrliches Lehrmittel für alles geographische Studium". Wer hat das geläugnet? D. Red.) „Die Radkarten des Mittelalters" (mit 2 Abb.) sollen die geographische Unwissenheit des Mittelalters illustriren. Der Artikel: „Zur Beherzigung für Verfasser von geographischen Leitfäden" von Wolkenhauer-Bremen polemisirt gegen die allzugrosse Verquickung der Geographie mit Geschichte. Weigeldt-Leipzig schildert „Die Sturmfluthen in der Nordsee", Jarz die Tundra (nach Brehm). Arabien von Skalla (Erg. zu Jahrg. I, S. 269). — „Ueber Afrika", Reproduction eines Vortrags von Hellwald. Das interessante Capitel „Erbsünden" enthält: Klöden-Berlin, geographische Orthographen und Accentfehler; Geistbeck-Freising, linguistische und ethnographische Fehler (aus einem Vortrage von Schott in der königl. preuss. Akademie d. W.); Bass-Wien, falsche Accentuirungen; Wolkenhauer-Bremen, verschiedene Arten überseeischer Besitzungen" (Classification). — Notizen. Literatur. Recensirt sind ca. 9—10 geographische Werke, darunter auch eine (späte!) von Gretschels Lehrbuch der Kartenprojection (1873) und Wagners geographischem Jahrbuch VIII. Bd. — Bibliographische Rundschau: Bücher, Karten, unter letzteren Kiepert, phys. und polit. Schulwandkarte von Afrika, und Hirts geographische Bildertafeln. — Antworten auf Anfragen: Beste phys. Karte von Oesterreich-Ungarn die von Dolečal bei Perthes-Gotha. Statistische Werke von Kolb: Handbuch 8. Aufl. (1879), Handbüchlein 5. Aufl. (1875). — In dem Nachtrage am Schlusse d. H. ist angegeben: die Bevölkerungssumme von Oesterreich 22 130 684 E. (Cisleithanien) und die Bevölkerungssumme von Oestr.-Ungarn 37 739 407 E.

Kettler, Zeitschrift für wissenschaftliche Geographie.

Bd. I. 1880.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 246.)

3.—6. Heft enth. a) von grösseren Aufsätzen: Ganzenmüller-Dresden, Die Entwickelung unserer Kenntniss des Himâlajasystems; Amat-S. Filippo, Mittelalterliche Seefahrten und Entdeckungen der Italiener an den westafrikanischen Küsten; Dozy-Leiden, Die geogr. Arbeiten der Niederländer im J. 1879; Supan-Czernowitz, Die Vertheilung der jährl. Wärmeschwankung auf der Erdoberfläche; Piper-Altona, Die geographische Vertheilung der Dialekte Deutschlands bis um das J. 1300; Wojeikoff-Petersburg, Die Vertheilung der Niederschläge über die Erde; Petrussewitz, Die Turkmenen zwischen Usboj und der Nordgrenze Persiens; b) von Besprechungen: Klein, Lehrbuch der Geographie; Noll, Dem Rheinthal von Bingen bis Koblenz eigenthümliche Pflanzen und Thiere; Conring, Marocco; Dieffenbach, Völkerkunde Osteuropas; Langs Schulatlas; Ravenstein, Karte der Ostalpen; Wettsteins Schulatlas; Gersters geogr. Anschauungslehre. c) Notizen.

Bd. II. 1881.

Heft 2. Günther-Ansbach, Die Kosmographie des Heinrich Schreiber von Erfurt; Christ, Die römischen Grenzlinien im Odenwald. Besprechung folgender Werke: Schneiders Typenatlas; Ritters Lehrbuch der Erdkunde; Steinhausers Lehrbuch der mathem. Geographie; Seydlitz Geographie; Stielers und Adami-Kieperts Schulatlas. Unter den Notizen finden sich: Krümmel, Neue Areale für die Meeresräume; bevorstehende geogr. Publicationen und Arbeiten; Pflege der geogr. Studien und des geogr. Unterr. in anderen Ländern (Polen und Frankreich); Fortschritte der officiellen Kartographie (Italien und Oesterreich); Beiträge zu dem Projecte eines Verbandes der deutschen geogr. Gesellschaften; Bedeutung des Namens Alfuren; Geographische Recensionen (Verzeichniss).

NB. Wir machen die Leser besonders aufmerksam auf die Recensionen der Atlanten.

Heft 3. Ruge, Geschichte der sächs. Kartographie im 16. Jahrh. Günther, Die Kosmographie des Heinrich Schreiber in Erfurt (Schluss). Christ, Die römischen Grenzlinien im Odenwald (Fortsetzung). Besprechungen folgender Schulatlanten: Klun, 3. Aufl.; Kozenn, 25. Aufl. (revidirt von Umlauft-Wien), Sydow, 33. Aufl., Steinhauser, 1. Aufl. — Heusers Katalog von kartographischen Werken, sämmtlich besprochen vom Herausgeber Kettler.

Weiter besprochen sind Bastian, Vorgeschichte der Ethnologie (Andree). Kühn, Die Staaten Europas (Scobel). — Unter den Notizen folgen noch: Bemerkungen zu der dem Hefte beigegebenen Tiefenkarte des Indischen Oceans von O. Krümmel. Eine Antikritik von Leipoldt contra Ratzels Kritik von Peschel-Leipoldts physicher Erdkunde. Nachträge (Antworten) zu Jarzs Aufsatz über die Lage der homerischen Inseln (II, Heft 1), veranlasst durch Anfragen eines Philologen. — Die Pflege geographischer Studien in fremden Ländern: 5. Italien. Ortelius (1558) der „Kartenmaler" und Plantin, Der Antwerpener Buchdrucker, eine Art geographisch-historischer Studie.

Kosmos, Jahrgang IV. Bd. 8.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 246.)

Heft 12*). Abhandlungen: Carneri, zur Erklärung des Bewusstseins. — Krause, die mythologische Periode der Entwickelungsgeschichte. (Mit Abbildungen.) — Mehlis, der Steinzeit-Grabfund von Kirchheim an der Eck und seine Bedeutung für die deutsche Urgeschichte. — R. Spencer, Staatliche Einrichtungen.

Kleinere Mittheilungen und Journalschau: Planeten jenseits der Neptunsbahn. Die Formwandlungen der Spaltpilze (Bacterien). Pinguicula alpina, eine omnivore Pflanze des Alpengebiets. Die Gifte der monokotylischen Zwiebelgewächse, als natürliche Schutzmittel derselben betrachtet. Farbenwechsel bei Krabben und Garneelen. Der genetische Zusammenhang einer Spiriferengruppe. Der Stier in der Mythologie, Prälinguistik und Vorgeschichte der Gesellschaft. Die Entwickelung der Musik in den vorhistorischen Perioden.

Literatur und Kritik: Müller, Alpenblumen (rec. von Behrens). Lippert, der Selencult etc. — Blenke, der Laacher See und seine vulkanische Umgebung.

Blätter für das bayerische Gymnasialschulwesen.

Redigirt von Dr. R. Deuerling.

(Fortsetzung von Heft 3, S. 245.)

Heft 2. 3. 4. 6 (Heft 5 fehlt). Auch diese Hefte bestätigen unser im 3. Hefte d. Z. S. 245 abgegebenes Urtheil, dass nämlich diese Zeitschrift ein fast rein philologisches Gepräge angenommen hat. Es sind nur einzelne kleinere Recensionen besonders geographischer Lehrmittel, die für uns in Betracht kommen; auf eine gründliche, eingehende Behandlung der Methodik und Didaktik unserer Lehrobjecte am Gymnasium scheint diese Zeitschrift völlig zu verzichten. — Wir werden daher künftig statt derselben die Blätter für bayr. Realschulwesen von Kurz, sobald wir sie erhalten haben, in unsere Journalschau aufnehmen.

---

*) Dass uns die Hefte 8—11 nicht zugingen, wurde schon Heft 3, S. 246 bemerkt. Seit der Zusendung des 12. Heftes ist uns kein Heft des nächsten Jahrgangs zugegangen. Wir wissen nicht, welche Ursachen dem zu Grunde liegen. Wahrscheinlich der Wechsel der Verlagshandlung. Diese Zeitschrift ist nämlich vom 1. April 1881 ab in den Verlag von Ed. Koch (Schweizerbartsche Verlagshandlung) in Stuttgart übergegangen. D. Red.

Naturforscher-Versammlung in Salzburg.

(18.—24. September 1881.)

Die der Redaction ds. Z. zugesandte „Einladung zur 54. Versammlung deutscher Naturforscher und Aerzte in Salzburg", unterzeichnet von den Geschäftsführern Dr. Güntner und Dr. Kuhn, enthält das Programm (§ 1—10) für die Versammlung und die Tagesordnung. Es werden 23 Sectionen vorgeschlagen; die unsere Leser interessirenden Sectionen sind folgende: Für I. Mathematik, Astronomie, Geodäsie: Schulrath *Wögerbauer**). — II. Physik, Meteorologie: Prof. *Sacher*. — III. Chemie: Dr. *Spängler*. — IV. Mineralogie, Geologie, Paläontologie: Prof. *Fugger*. — VI. Geographie, Ethnologie: Prof. *Richter*. — VII. Botanik: Prof. *Kastner*. — VIII. Zoologie und vergleichende Anatomie: Prof. *Simon*. — IX. Entomologie: Bürgerschuldirector *Seidl*. — XII. Mathematischer und naturwissenschaftlicher Unterricht: Schulrath Dr. *Pick*.

In der Tagesordnung (von Sonnabend den 17. bis Sonnabend den 24. September) sind auch die Vorträge der allgemeinen Sitzungen bekannt gemacht:

Sonntag, d. 18. September: „Der Boden und sein Zusammenhang mit der Gesundheit des Menschen". Vom Geh.-R. *v. Pettenkofer*-München.

Mittwoch, d. 21. September: „Gesetzmässigkeit des menschlichen Denkens und Handelns". Vom Reg.-R. *Meynert*-Wien.

Sonnabend, d. 24. September: 1) „Ist das Newtonsche Attractionsgesetz zur Erklärung der Bewegungen der Himmelskörper ausreichend und hat man Veranlassung, dasselbe nur als Näherungsausdruck zu bezeichnen?" Vom Reg.-R. Ritter *v. Oppolzer*-Wien. 2) „Der naturwissenschaftliche Unterricht". Vom Reg.-R. *Mach*-Prag.

Vielleicht bestimmen diese interessanten Themata neben der Annehmlichkeit des Versammlungsorts manchen unserer besser situirten Fachgenossen, besonders aus Süddeutschland, Oesterreich und der Schweiz, die Versammlung zu besuchen. Als Themen für die Berathungen der 12. Section möchten wir vorschlagen:

1) Wie ist den Mängeln des mathematischen (und naturw.?) Elementarunterrichts in Seminaren und Volksschulen zu begegnen?

2) Wie ist der Ueberproduction von Lehrkräften in unserem Fache zu steuern? Wie der Vielschreiberei?

3) Was können die Fachgenossen thun, um endlich die Errichtung von pädagogischen Seminaren mit Uebungsschulen an Universitäten herbeizuführen?

4) Wie wäre die engere Vereinigung unserer Fachgenossen (Verein, Congress) einzuleiten und zu bewirken?

Bei der Redaction eingelaufen.

(19. VII. 81.)

Mathematik.

Harnack, Die Elemente der Diff.- u. Int.-Rechnung z. Einführung in das Studium dargestellt. Lpz. Teubner 1881.

Dronke, Die Kegelschnitte in synthet. Behandlungsweise für die Prima höherer Lehranstalten. Ib. 1881.

Gut, Das Linearzeichnen. II. die rechtwinklige Projection (der I. Th. wurde nicht eingesandt). Wiesbaden, Limbarth 1880.

*) Die hinter den Sectionen mitgetheilten Namen bezeichnen die „Sections-Führer", die „Schriftführer" lassen wir weg, und theilen nur die „Einführenden" mit, bei denen die Vorträge anzumelden sind. D. Red.

Schwäbe u. Schmidt, Die mathematischen Körper und die Geometrie in der Volksschule. Weimar, Böhlau 1881. (Vergl. den Art. „Böcke u. Böckchen“ i. dies. Hefte.)

Neue Auflagen.

Meyer, Lehrbuch d. Geometrie für Gymnasien u. andere Lehranstalten, herausgegeben von Martus. I. Planimetrie. 13. Aufl. Lpz. Koch 1881.
Lorberg, Leitfaden für den Unterricht in den Elementen der Algebra. 3. Aufl. Strassburg, Astmann. 1881.
Raab, Rechenbuch für höhere Lehranstalten, Mittel- und Bürgerschulen. 1. u. 2. Curs. Mainz, Diemer 1878. (2. Curs. 3. Aufl.)
Schwarz, Die Algebra, die Kettenbrüche u. die Lehre von den einfachen Reihen, für den Schulgebrauch bearb. 2. Aufl. Siegen, Kogler. 1881.
Rummer, Lehrbuch der Buchstabenrechnung u. der Gleichungen. 1. Th. 5. Aufl. Heidelberg, Winter. 1881.

Zeitschriften.

Zeitschr. f. wissensch. Geographie v. Kettler. Bd. II. Heft 2—3.
Central-Organ IX, 5. 6. 7—8. — Päd. Archiv XXIII, 6. — Zeitschr. (öst.) f. Realschulwesen VI, 6. — Blätter f. d. bayer. Gymnas.-Wesen XVII, 6. — Revue de l'instruction publique en Belgique XXIV, 3. — Zeitschr. f. Schulgeographie II, 5.

Naturwissenschaften.

Neue Werke.

Verdet, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichts, deutsche Bearbeitung von Exner. I. Bd. 1. Abth. Braunschweig, Vieweg. 1881.
Ballauf, Die Grundlehren der Physik in elementarer Darstellung. 3 Bde. Langensalza, Beyer. 1879—1881.
Undeutsch, Einführung in d. Mechanik zum Gebrauch bei Vorlesungen, sowie zum Selbststudium. Freiberg, Graz u. Gerlach. 1881.
Krebs u. Kinkelin, Leitfaden der gesammten Naturwissenschaften für Mittelschulen, insbesondere für höhere Töchterschulen. 1. Heft Physik u. astronom. Geogr. 2. Heft Chemie.
Franke, Die Reptilien u. Amphibien Deutschlands, bevorwortet von Leuckart. Lpz. Veit u. C. 1881.
Kaltbrunner, Der Beobachter, allgemeine Anleitung zu Beobachtungen über Land u. Leute etc., deutsch bearb. von Kollbrunner. Zürich, Wurster u. C. 1881. Lief. 3. 4. 5.
Döring, Leitfaden für den Unterricht in d. Heimathskunde. Lpz. Teubner. 1881.

Neue Auflagen.

Houzeau et Lancaster, Bibliographie générale de l'Astronomie. Tome II. Mémoires et Notices. 3. Fasc. Bruxelles. Havermans. 1881.
Walberer, Anfangsgründe der Mechanik fester Körper. 4. Aufl. München, Ackermann. 1881.
Kraepelin, Leitfaden für den botanischen Unterricht an mittleren und höheren Schulen. 2. umgearb. Aufl. Lpz. Teubner, 1881.
Weber, Ueber Causalität in den Naturwissenschaften (Rectoratsrede, Königsberg). Leipzig, Engelmann, 1881.
Lederer, die Methodik des physikalischen Unterrichts.

NB. Die Redaction übernimmt keine Verpflichtungen bezüglich der zur Besprechung in ds. Zeitschrift nicht geeigneten Bücher.

Kleinere Mittheilungen.

Sprech- und Discussions-Saal.*)

Zur Frage der Determinanten.**)

(In Bezug auf die Erwiderung Herrn Erlers in XII, Hft. 3, S. 193).

Von Dr. Jos. Diekmann in Viersen.

In obiger Replik führt Herr Erler einige Gleichungen an, welche wie er meint, in der von ihm angegriffenen Arbeit des Verfassers nicht enthalten seien, weshalb er zu dem Vorwurfe der „Dürftigkeit" die in der „Behandlung" des Verfassers läge, sich berechtigt glaubt. Zu meinem Bedauern sehe ich daraus, dass Herr E. nicht im entferntesten die Tragweite der dort angegebenen Untersuchungsmethode aufzufassen verstanden hat, sonst würde er sich wohl nicht zu derartigen Aeusserungen haben hinreissen lassen. Ich will im Folgenden kurz zeigen, dass nicht nur die angeführten Formen des Herrn E. sondern noch viel mehr darin enthalten ist. Es handelte sich darum, dass die kubische Resolvente zweier quadratischen Gleichungen mit zwei Unbekannten reducirbar wird. Sie war in Determinantenform geschrieben:

$$\begin{vmatrix} a + \lambda a_1 & b + \lambda b_1 & d + \lambda d_1 \\ b + \lambda b_1 & c + \lambda c_1 & e + \lambda e_1 \\ d + \lambda d_1 & e + \lambda e_1 & f + \lambda f_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Der erste Gedanke war der, λ muss aus einer Reihe gänzlich verschwinden (XI, S. 176 oben), das führte zu den drei Gruppen, von welchen gesagt wurde (a. a. O. S. 177 unten), dass sie schon einen sehr grossen Theil der gewöhnlich behandelten Gleichungen umfassten.

---

*) Da es sich als nothwendig und zweckmässig herausstellte, viele zurückgelegte Beiträge noch in diesem Jahrgange zur Erledigung zu bringen, so musste diesmal von einem grösseren Eingangsartikel abgesehen werden. D. Red.

**) Auf Wunsch des Hrn. Verfassers bezeugen wir gern, dass dieser Artikel schon früher und zwar alsbald nach Hrn. Prof. Erlers „Erwiderung" (Heft 3) eingeschickt wurde, aber erst jetzt zum Abdruck kommen konnte. D. Red.

Der zweite Gedanke war der, λ muss in zwei Reihen an zwei Stellen verschwinden (S. 180 oben).

Das ist, wie man aus der Determinante sofort ersieht, wenn man proportional setzt:

$$1)\qquad \frac{a}{a_1} = \frac{b}{b_1} \quad \text{und} \quad \frac{b}{b_1} = \frac{c}{c_1}$$

oder kurz

$$a:b:c = a_1:b_1:c_1.$$

Der gemeinschaftliche Proportionalitätsfactor gleich μ gesetzt, liefert die erste der Gleichungen, welche Herr Erler vermeintlich neu hinzufügt.

In der ersten und dritten Horizontalreihe setzt man ebenso:

$$2)\qquad c:e:f = c_1:e_1:f_1$$

und in der zweiten und dritten Horizontalreihe:

$$3)\qquad a:d:f = a_1:d_1:f_1.$$

Für den gemeinschaftlichen Proportionalitätsfactor μ erhält man aus 2) und 3) die beiden anderen Formen, welche Hr. Erler anführt und welche für das Eliminationsproblem identisch sind. Es sind dabei jedesmal solche Reihen der Determinanten gewählt, dass in jeder einmal dasselbe Glied vorkommt (bezw. $b + \lambda b_1$; $d + \lambda d_1$; $e + \lambda e_1$); daher reducirt sich die Proportionalität der Coefficienten auf je drei. Zur Orientirung sei noch bemerkt, dass diese drei Gruppen erhalten werden, wenn man die Coefficienten in den Unterdeterminanten, welche zu den Gliedern der positiven Diagonalreihe gehören, proportional setzt. Parallel mit diesen Gruppen, und das hat Herr E. wohl deshalb übersehen, weil er die böse Determinante nicht vor sich hatte, gehen die Formen, welche sich ergeben, wenn man zwei beliebige andere Reihen wählt und z. B. die Coefficienten in der Unterdeterminante zu $e + \lambda e_1$ einander proportional setzt. Man erhält aus:

$$\frac{a}{a_1} = \frac{d}{d_1} = \frac{b}{b_1} = \frac{e}{e_1} = \mu$$

die Form

$$\mu a x^2 + 2\mu b x y + c_1 y^2 + 2\mu d x + 2\mu e y + f_1 = 0.$$

Oder, wenn man eliminirt, aus beiden Gleichungen eine rein quadratische Gleichung für y. Aehnlich für die übrigen Fälle. Sie stehen in dem Schema Seite 180 meiner Arbeit; nur wurde darin, um die langen Gleichungen zu sparen, für μ wie auch schon früher direct der Werth Null genommen, d. i. $a = b = d = e = 0$. Speciell stehen die Eliminationsformen der von Herrn E. vermeintlich neu hinzugefügten Gleichungen sub 4), 5) und 6) des angeführten Schemas, wobei in der ersten Rubrik

für diese Formen die Coefficienten b_1, d_1 und e_1 nicht ohne Absicht je doppelt gesetzt wurden.

Dann führt Herr E. noch zwei Formen an, welche auf quadratische Gleichungen für $\frac{x+\mu}{y}$ und $x+\mu$ führen. Auch dieses sind nur singuläre Formen, deren Zusammenhang mit dem allgemeinen Problem meiner Arbeit Herr E. nicht erkannt hat.

S. 179 meiner Arbeit steht nämlich die Untersuchung über die Reducirbarkeit der kubischen Resolvente für den Fall, dass eine Wurzel Null oder ∞ wird, im Anschluss an die von Plücker gegebenen Bedingungen; es wurde dies darauf zurückgeführt, dass gewisse Coefficienten nur einer Gleichung proportional bezw. Null zu setzen seien. Die Bedingung, welche Plücker angiebt, lautet für die Coefficienten einer Gleichung:

$$ae^2 - 2bed + cd^2 + fb^2 - afc = 0.$$

Es ist dies die bekannte Bedingung, dass die linke der gegebenen Gleichungen in zwei lineare Factoren zerfällt. Ich wähle dafür wieder die bei Herrn E. so schlecht angeschriebene Determinantenform

$$\begin{vmatrix} a & b & d \\ b & c & e \\ d & e & f \end{vmatrix} = 0.$$

Die Determinante wird Null, wenn zwei Parallelreihen proportional, bezw. wenn eine Null ist, was man für den ersten Fall durch Addition oder Subtraction stets erreichen kann.

Also wenn

1) $$a:b:c = b:c:e,$$

oder, wie Herr Erler schreibt, wenn

$$\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{d}{e}$$

ist. Setzt man den gemeinschaftlichen Werth $=\mu$ oder $\frac{1}{\mu}$, so erhält man die Form

$$ax^2 + 2\mu axy + \mu^2 ay^2 + 2dx + 2\mu dy + f = 0,$$

deren linke Seite das Product zweier linearer Factoren darstellt; es ist eine quadratische Gleichung für $x+\mu y$; Herr Erler schreibt statt dessen wohl irrthümlich $x+\mu$.

Setzt man die erste und dritte Colonne proportional, so erhält man die zweite Form, nämlich eine quadratische Gleichung für $\frac{x+\mu}{y}$.

Setzt man aber die zweite und dritte Colonne proportional, so erhält man eine quadratische Gleichung $\frac{\mu y+1}{x}$; parallel mit ihnen

gehen noch drei andere Formen, welche für die Elimination nicht wesentlich verschieden sind. Wie man sieht, ergeben sie sich klar und einfach aus der Betrachtung der Determinante, während sie bei Herrn Erler ziemlich unvermittelt erscheinen, wenn man nicht annehmen will, dass analog wie in meiner Arbeit Herr Erler gewisse Coefficienten versuchsweise proportional setzt. Die betreffenden Formen stehen in meiner Arbeit in dem Schema auf Seite 179, dabei in erster Rubrik die proportionalen Coefficienten, für den Fall, dass man $\mu = 0$ nimmt, wie es dort geschehen ist, behufs Erklärung der Plücker'schen Formen.

Wenn sonach Herr E. sich für berechtigt hält, die „Behandlung" als dürftig zu discreditiren, so kann ich das Urtheil über diese Art von Kritik wohl dem Leser überlassen; sie ist, wie dargethan, fruchtbar genug, auch die von Herrn E. angeführten Fälle hinreichend zu decken; dürftig oder oberflächlich war vielleicht nur die Auffassung des Herrn E. von derselben.

Schliesslich noch ein Wort zu der so wichtigen Frage selbst, auf welche es mir in erster Linie ankommt und welche allein mich veranlasst hat, auf derartige Invectiven das Wort zu ergreifen. Ich stimme vollständig bei, wenn man es für „unzweckmässig" erklärt, zur Auflösung von Zahlengleichungen ausschliesslich Determinanten verwenden zu wollen; es würde das zu einer traurigen Schablonenarbeit führen. Ein Blick auf die betreffenden Partieen und Aufgaben in dem Lehr- und Uebungsbuche von Heilermann und Diekmann (1. Theil 2. Auflage) zeigt deutlich, dass dort nichts weniger als das angestrebt ist. Aber zur principiellen und gründlichen Erledigung gewisser allgemeiner Fragen sind sie unentbehrlich. Dazu gehört in erster Linie die Frage nach der Elimination bei algebraischen Gleichungen mit mehr als zwei Unbekannten, sowie die Frage nach der Möglichkeit der Auflösung derselben. Dann aber das Capitel von den quadratischen Gleichungen. Herr E. versteht mich ganz und gar nicht, wenn er auf meine Frage nach dem „gewöhnlichen Verfahren" mit der Substitutions- oder Additionsmethode antwortet. Mir kam es darauf an zu erfahren, wie man allgemein die Factoren findet, mit welchen man die eine oder andere Gleichung multipliciren muss, um dann mit Erfolg die gewöhnlichen Eliminationsmethoden anwenden zu können. Denn die Additionsmethode ist nichts anderes, als aus

$$F + \lambda F_1 = 0$$

die linearen Factoren finden. Ergiebt sich aus der Natur der Aufgabe ein solcher Werth λ von selbst, so braucht er nicht gesucht zu werden. Das steht ausdrücklich in meiner Arbeit. Das Verfahren aber, welches sowohl die Lösung der speciellen Fälle als des allgemeinen Problems umfasst, war es was ich wünschte. Und da

behaupte ich nochmals, wenn der Schüler die anfangs citirte Determinante beherrscht, so beherrscht er damit das ganze Gebiet der quadratischen Gleichungen.

Kurze Entgegnung Erlers.

Herr Diekmann sagt S. 96: Jene drei Gruppen umfassen die ganze Schaar specieller Formen, welche an unseren Schulen ... behandelt werden. Es ist dieses in jener Arbeit eingehend nachgewiesen.

Ich habe gezeigt, dass dies nicht wahr ist; denn Herr Diekmann wird vergebens versuchen, unter seine drei Typen die von mir aufgestellten Gleichungen zu subsumiren.

Herr Diekmann hat hinterdrein gefunden, dass die von mir angegebenen Gleichungen sich auch aus seiner Determinante ergeben, was ganz natürlich ist. Er hat sie aber unter seinen Formen nicht aufgestellt; er wenigstens hat sie also aus seiner Determinante nicht „sofort" ersehen.

Ferner ist für die von mir angegebene Gleichung die Substitution $\frac{x+\mu}{y}$ nicht irrthümlich, sondern ganz richtig.

Uebrigens streiche ich vor der Kampfesweise des Herrn Diekmann hiermit bereitwillig die Segel, und ist dies mein letztes Wort in der Sache.

Nachschrift und Schlusswort der Redaction. Hiermit wollen wir diese Controverse schliessen. Die Leser werden sich ja nun aus dem „für" und „wider" ihre Ansicht gebildet, resp. modificirt haben. Wir bitten nur noch die beiden geehrten, uns gleich lieben Mitarbeiter und Freunde dieser Zeitschrift, es möge jeder in seiner Weise durch Betheiligung am Aufgaben-Repertorium für die Richtigkeit seiner Ansicht resp. für die Vorzüge seiner Methode (durch Stellung und Lösung von Aufgaben) eintreten.

Zu den Bemerkungen des Herrn Studienlehrers Schmitz über die Anwendbarkeit der französischen Methode zur Auflösung linearer Gleichungen. (XI_6, 428 u. f.)

Von Dr. Jos. Hahn, Gymnasiallehrer in Giessen.

Mit Gegenbemerkungen*) hierzu von A. Schmitz.

Bei Betrachtung des als Beispiel gegebenen Gleichungssystems ergiebt sich sofort, dass es nur der Vertauschung der ersten Gleichung

---

*) Herr Schmitz hat einige seiner Gegenbemerkungen gleich am Texte angebracht, um die später folgende Erwiderung nicht unübersichtlich zu machen. D. Red.

mit einer der drei anderen bedurfte, um ein System zu erhalten, das den Anforderungen, die Herr Schmitz stellt, genügt; durch Umstellung der Gleichungen I und II und Anwendung des gegebenen Verfahrens zur Bestimmung der Unbekannten u erhält man zwischen α, β, γ die Gleichungen

$$1+\alpha+\beta+\gamma=0,\quad 1+2\alpha+2\beta+3\gamma=0,\quad 2+5\alpha+5\beta+8\gamma=0$$

mit der Lösung $\alpha=0$, $\beta=-2$, $\gamma=1$. Diese Thatsache zeigt schon, dass die Schlüsse, welche von Herrn Schmitz aus dem System gezogen wurden, allgemeine Gültigkeit nicht haben. Dass aber überhaupt ein fehlerhaftes*) Resultat zum Vorschein kommen konnte, rührt daher, dass die Homogenität des zu bildenden Systems nicht gewahrt wurde; denn multiplicirt man die Gleichungen in der gegebenen Reihenfolge mit den Grössen α, β, γ, δ und addirt sie alsdann, so erhält man das System

$$\alpha+\beta+\gamma+\delta=0,\quad 3\alpha+\beta+2\gamma+3\delta=0,\quad 5\alpha+2\beta+5\gamma+8\delta=0,$$

welches stets eindeutig lösbar ist, sobald eine der vier Determinanten, die sich aus den Coëfficienten bilden lassen (Subdeterminanten von D, der Determinante des gegebenen Systems), von Null verschieden ist; das letztere wird aber immer der Fall sein, da sonst D verschwinden müsste, die gegebenen Gleichungen mithin von einander abhängig wären.

Sollte man zur Bestimmung des Verhältnisses $\alpha:\beta:\gamma:\delta$ abermals die französische Methode anwenden, so wäre das keine andere Aufgabe, als die eben erst gelöste**); man erhielte zwei homogene Gleichungen für drei Unbekannte, aus denen das Verhältniss der letzteren sich eindeutig bestimmen liesse, da ja die Determinante des vorhergehenden Systems nach Voraussetzung von Null verschieden ist***).

Damit glaube ich nachgewiesen zu haben, dass die französische Methode ebenso wie jede andere stets anwendbar ist, wenn die Determinante des gegebenen Systems nicht verschwindet. Eine besondere Bedingung, wie etwa die von Herrn Schmitz angeführte, dass jede Subdeterminante auch von Null verschieden sei, ist nicht erforderlich.

Ob nun die Lösung eines linearen Systems in der angedeuteten Weise im Unterricht zu verwenden ist, wird eine andere Frage sein; allein es will mir scheinen, dass da, wo die französische Methode

---

*) „Mangelhaft" dürfte richtiger sein als „fehlerhaft". S.

**) Die Aufgabe, das Verhältniss $\alpha:\beta:\gamma:\delta$ aus drei Gleichungen zu bestimmen, ist eine ganz andere Aufgabe, als die erst gelöste, x, y, z, u aus vier Gleichungen zu bestimmen; sie lässt sich nicht durch die französische Methode ohne Störung der Homogenität lösen. S.

***) Welche Determinante ist hier gemeint? Die Coëfficienten der drei Gleichungen für α, β, γ, δ liefern vier Determinanten, von denen nach obiger Voraussetzung nur eine von Null verschieden sein muss. S.

überhaupt angewandt wird und die elementarsten Dinge aus der Determinatentheorie vorangegangen sind, auch die im Vorhergehenden angedeutete Art der Behandlung keine Schwierigkeiten verursachen könne.

Erwiderung.

Durch die vorstehenden Bemerkungen des Herrn Dr. Hahn bin ich wirklich darauf aufmerksam geworden, dass man mit genügender Vorsicht es vermeiden kann, bei Anwendung der französischen Methode auf ein widersprechendes Gleichungssystem zu kommen. Indess ist dies nicht so ganz klar, wie Herr Hahn meint, aus seinen Deductionen zu ersehen.

Herr Hahn meint, dass ich zu meinem „fehlerhaften" Resultate gekommen sei, weil ich die Homogenität des Systems nicht gewahrt habe, aber sein eigenes Verfahren ist auch nicht homogen*), sondern er hat nur ein anderes Gleichungssystem mit einer andern Determinante (Subdeterminante des ursprünglichen Systems) zur Lösung gewählt, welche von Null verschieden war. Wenn man aber mit Herrn Hahn alle Gleichungen mit Hülfsgrössen multiplicirt und dann addirt, so kommt man zur Beantwortung der Frage, mit welchen Modificationen ein System durch die französische Methode lösbar sei.

Ist

$$\begin{array}{c} a_{11}\,x_1 + a_{12}\,x_2 + \cdots\cdots + a_{1,n}x_n = b_1 \\ \vdots \qquad\qquad\qquad\qquad \vdots \\ a_{n,1}x_1 + a_{n,2}x_2 + \cdots\cdots + a_{n,n}x_n = b_n \end{array}$$

unser System, so ist in der Eliminationsgleichung der französischen Methode, wenn wir die Hülfsgrössen mit $\lambda_1 \cdots \lambda_n$ bezeichnen,

$$\begin{array}{llll} \lambda_1 a_{11} + \lambda_2 a_{21} + \cdots\cdots + \lambda_n a_{n,1} & \text{der Coëfficient} & \text{von} & x_1, \\ \lambda_1 a_{12} + \lambda_2 a_{22} + \cdots\cdots + \lambda_n a_{n,2} & \text{,,} \quad \text{,,} & \text{,,} & x_2, \\ \vdots & & & \vdots \\ \lambda_1 a_{1,\mu} + \lambda_2 a_{2,\mu} + \cdots\cdots + \lambda_n a_{n,\mu} & \text{,,} \quad \text{,,} & \text{,,} & x_\mu, \\ \vdots & & & \vdots \\ \lambda_1 a_{1,n} + \lambda_2 a_{2,n} + \cdots\cdots + \lambda_n a_{n,n} & \text{,,} \quad \text{,,} & \text{,,} & x_n. \end{array}$$

*) Ich halte es überhaupt für einen Irrthum, dass durch Homogenmachen der Gleichungen eine Erleichterung im Rechnen eintrete. Im Gegentheil, sowie in der höheren Algebra oder Geometrie auf ein specielles Rechnungsbeispiel eingegangen wird, hebt man durch vereinfachende Substitutionen die Homogenität auf. Die Betrachtung homogener Gleichungen und Coordinaten hat ihren hohen Werth lediglich in der Verallgemeinerung der Untersuchungen und Ergebnisse, nicht aber in der Vereinfachung eines Rechnungsverfahrens.

Will man nun z. B. x_μ bestimmen, so bekommt man $n-1$ homogene Gleichungen mit n Unbekannten,

$$\begin{array}{l}
a_{11}\;\lambda_1 + a_{21}\;\lambda_2 + \cdots\cdots + a_{n,1}\;\lambda_n = 0,\\
\vdots \\
a_{1,\mu-1}\lambda_1 + a_{2,\mu-1}\lambda_2 + \cdots\cdots + a_{n,\mu-1}\lambda_n = 0,\\
a_{1,\mu+1}\lambda_1 + a_{2,\mu+1}\lambda_2 + \cdots\cdots + a_{n,\mu+1}\lambda_n = 0,\\
\vdots \\
a_{1,n}\;\lambda_1 + a_{2,n}\;\lambda_2 + \cdots\cdots + a_{n,n}\;\lambda_n = 0.
\end{array}$$

Dieses System gehört aber in das Gebiet der Diophantischen Gleichungen, und kann gar nicht durch die französische Methode gelöst werden, wenn man es nicht durch ein beliebiges λ dividirt, oder ein λ kurzweg als constant oder $=1$ betrachtet, und so die Homogenität wieder aufhebt. Setzt man der Reihe nach jedes $\lambda = 1$, so bekommt man für die Bestimmung von x_μ n verschiedene Systeme von $n-1$ Hülfsgleichungen, deren Determinanten man erhält, wenn man für $\lambda_\nu = 1$ in dem folgenden Systeme die ν^{te} Verticalreihe weglässt:

$$\left\| \begin{array}{lllll}
a_{11} & a_{21} & \cdots\; a_{\nu,1} & \cdots\; a_{n,1}\\
a_{12} & a_{22} & \cdots\; a_{\nu,2} & \cdots\; a_{n,2}\\
\vdots & & & \vdots\\
a_{1,\mu-1} & a_{2,\mu-1} & \cdots\; a_{\nu,\mu-1} & \cdots\; a_{n,\mu-1}\\
a_{1,\mu+1} & a_{2,\mu+1} & \cdots\; a_{\nu,\mu+1} & \cdots\; a_{n,\mu+1}\\
\vdots & & & \vdots\\
a_{1,n} & a_{2,n} & \cdots\; a_{\nu,n} & \cdots\; a_{n,n}
\end{array} \right\|.$$

Von diesen n Determinanten braucht nur eine einzige von Null verschieden zu sein, damit die Determinante des ursprünglichen Systems nicht verschwinde, und dieses eindeutig lösbar sei. Dass wir also gerade ein solches $\lambda = 1$ setzen, dass wir ein Hülfssystem mit einer nicht verschwindenden Determinante erhalten, welches allerdings immer vorhanden ist, davon hängt der Erfolg bei Anwendung der französischen Methode ab. Es verlangt also die letztere, dass man viele Versuche mache, die nur bei Vertrautsein mit der Determinantentheorie ohne viele Mühe zum Ziele führen.

Die Lösung eines Systems mit consequenter Anwendung der französischen Methode hat für den Unterricht wohl nur Werth als Vorbereitung zur Einführung in die Determinantentheorie; wenn man aber diese einmal inne hat, löst man ein System nicht mehr lange auf, sondern schreibt die Lösung gleich nieder.

Das Resultat obiger Untersuchung wird man nun endgültig richtig so aussprechen dürfen:

Lassen sich in einem Gleichungssystem zwei oder mehrere Gleichungen ableiten, in denen zwei oder mehrere Unbekannte der Reihe nach dieselben Coëfficienten haben, so ist die französische Methode auf dieses System nur bei Auswahl eines passenden Systems von Hülfsgleichungen möglich, bei einer Auswahl, welche nur bei Vertrautsein mit der Determinantentheorie systematisch getroffen werden kann.

Schlussbemerkung von Dr. J. Hahn.

Zu den Auseinandersetzungen des Herrn Schmitz möchte ich mir noch wenige Bemerkungen erlauben. Gegenüber der Behauptung, mein Verfahren sei nicht homogen, will ich nur darauf aufmerksam machen, dass in der vorstehenden Entgegnung wenige Zeilen später die ganze Deduction, die eigentlich nur eine ausführlichere Darlegung der von mir mit wenigen Worten angedeuteten Thatsachen enthält, auf ein homogenes System sich stützt und dass dabei ausdrücklich auf meine Bemerkungen recurrirt wird. Wenn ich oben eine Lösung des Systems gab, ohne dabei auf Homogenität Rücksicht zu nehmen, so hatte ich dabei nur die Absicht, zu zeigen, dass die Resultate des Herrn Schmitz mangelhaft waren und dass man auf das gegebene Gleichungssystem die französische Methode doch anwenden kann. Was Herr Schmitz in der Anmerkung über das Homogenmachen der Gleichungen sagt, ist, wie mir scheint, auf den vorliegenden Fall nicht anwendbar, da es sich hierbei nicht um eine Erleichterung, sondern um die Richtigstellung des Verfahrens handelt.

Dass die Aufgabe, das Verhältniss $\alpha:\beta:\gamma:\delta$ aus drei homogenen Gleichungen zu bestimmen, von der Aufgabe, x, y, z aus drei nicht homogenen linearen Gleichungen zu finden, nicht wesentlich verschieden ist, steht u. a. bei Baltzer, Determ. § 8, 2.

Zum Schluss möchte ich dem Ausdrucke „widersprechendes System" noch ein paar Zeilen widmen. Wenn ich denselben richtig verstehe, so soll damit gesagt sein, dass aus einem solchen System sich die Unbekannten nicht bestimmen lassen. Dass letzteres doch möglich ist, soll für den einfachsten Fall nachgewiesen werden.

Das Gleichungssystem $a_1x+b_1y+c_1=0$, $a_2x+b_2y+c_2=0$ ergiebt $x:y:1=(bc):(ca):(ab)$, wo (bc) die Bedeutung $b_1c_2-b_2c_1$ hat. Ist nun die Determinante $(ab)=0$, so folgt daraus $a_2=\lambda a_1$, $b_2=\lambda b_1$; ist dann zugleich $c_2=\lambda c_1$, so sind die beiden Gleichungen identisch und das System lässt unendlich viele Lösungen zu; ist aber $c_2 \gtrless c_1\lambda$, dann werden die Unbekannten x und y unendlich gross mit dem Verhältniss $x:y=(b\,c):(ca)$. Bei

mehreren Unbekannten ergiebt sich in ähnlicher Weise, dass unter den angegebenen Bedingungen dieselben unendlich grosse Werthe annehmen mit bestimmtem Verhältniss.

Giessen. Dr. Jos. Hahn.

Hiermit dürfen wir wohl diese Controverse als beendet ansehen.

Die Redaction.

Missbräuchliche Anwendung der wahrscheinlichen Lebensdauer in der Rentenrechnung.

Von O. Fleischhauer in Gotha.

Bekanntlich versteht man nach dem Vorgange Halleys unter wahrscheinlicher Lebensdauer einer Person von bestimmtem Alter die Anzahl Jahre, welche diese Person mit der Wahrscheinlichkeit 0,5 noch zu durchleben hat, oder mit anderen Worten: die Anzahl Jahre, welche sie noch durchleben müsste, bevor von den gleichalterigen Personen ebenso viel gestorben sind, als deren alsdann noch leben.

In den Aufgaben, die in dieser Zeitschrift gestellt werden, befindet sich unter Nr. 173 (S. 267, Heft 4) eine, bei welcher die wahrscheinliche Lebensdauer als Rechnungsbedingung benutzt worden ist, denn sie lautet:

„Zwei gleichalterige Personen treten gleichzeitig in eine Lebensversicherungsgesellschaft ein; für a Mark, zahlbar im Todesfalle, leistet die erste Person eine jährliche Einzahlung von b Mark, die zweite eine einmalige von c Mark. Welche wahrscheinliche Lebensdauer und welchen Zinsfuss berechnet die Gesellschaft?“

Bezeichnet man diese wahrscheinliche Lebensdauer durch λ (sc. Jahre), die Procentzahl des Zinsfusses durch p, den Zinsfactor $1+\frac{p}{100}$ durch q, und wird vorausgesetzt, dass die Einzahlungen sämmtlich vorauszahlbar sind, so scheint der Aufgabensteller die Bedingungsgleichung

$$\frac{q\,(q^{\lambda}-1)}{(q-1)\,q^{\lambda}}=\frac{c}{b}$$

im Sinne gehabt zu haben, aus welcher bekanntlich λ direct durch eine logarithmische Gleichung und q resp. p indirect durch Anwendung des Näherungsverfahrens bestimmt werden kann.

Allein eine derartige Anwendung der wahrscheinlichen Lebensdauer würde ihrem Begriffe geradezu widersprechen, und es ist darum kaum denkbar, dass sie jemals bei irgend welcher Lebensversicherungs-Gesellschaft stattgefunden hat. Einestheils nämlich würde eine solche Rechnung, wenn sie wirklich ausgeführt würde, mit dem Verlauf und den Bedingungen der Lebensversicherung in

gar keinem inneren Zusammenhange stehen, und anderntheils könnten nach ihr Werthe von Ueberlebensversicherungen für den Fall, dass die überlebende Person eine geringere wahrscheinliche Lebensdauer als die andere besässe, gar nicht ausgeführt werden.

Vielmehr muss bei Lebensversicherungs-Rechnungen statt der wahrscheinlichen Lebensdauer die Lebenswahrscheinlichkeit der Personen selbst zu Grunde gelegt werden, und zwar am bequemsten in der Form von sogenannten Decremententafeln der Lebenden. Bezeichnet man alsdann die Zahlen der Lebenden vom Alter x in einer solchen Tafel mit L_x, den für x Jahre discontirten Werth von L_x durch $\frac{L_x}{q^x}$, und die Summe dieser discontirten Werthe von $\frac{L_o}{q^o}$ bis $\frac{L_x}{q^x}$ durch $\sum\left(\frac{L_x}{q^x}\right)$, so ist für den vorliegenden Fall

$$\sum\left(\frac{L_x}{q^x}\right):\frac{L_x}{q^x}=\frac{c}{b},$$

ein Werth von $\frac{c}{b}$, welcher von dem oben dafür angebenen in den meisten Fällen wesentlich verschieden ist.

Legt man z. B. die Sterblichkeitstabelle von Dr. Heym und einen 3%igen Zinsfuss zu Grunde, so findet man für die Lebensalter von

	20 J.	30 J.	40 J.	50 J.	60 J.	70 J.	
$\frac{c}{b}=$	24,4	21,8	18,4	14,2	9,5	5,6	nach erster Formel,
$=$	22,2	20,0	17,2	13,7	9,9	6,4	nach letzter Formel.

Zur Bezeichnung der Binomialcoefficienten.

Der $n$te Binomialcoefficient für den Exponenten μ wird gegenwärtig entweder mit $\binom{\mu}{n}$ oder mit $(\mu)_n$ bezeichnet; die erste Schreibweise rührt, wenn ich nicht irre, von Ettinghausen her, die zweite von mir. Wie es scheint, hat sich jene mehr eingebürgert als diese, und ich möchte daher auf die Unbequemlichkeiten hinweisen, welche das Symbol $\binom{\mu}{n}$ mit sich bringt und die mich s. Z. zur Wahl einer anderen Bezeichnung veranlassten. In der That nimmt sich schon die Gleichung

$$(1+x)^{\frac{p}{q}}=\sum\binom{\frac{p}{q}}{n}x^n$$

unbehülflich genug aus; eine Formel aber wie

$$\frac{\alpha(\alpha+\delta)(\alpha+2\delta)\ldots(\alpha+[n-1]\delta)}{\beta(\beta+\delta)(\beta+2\delta)\ldots(\beta+[n-1]\delta)}=\frac{\binom{-\frac{\alpha}{\delta}}{n}}{\binom{-\frac{\beta}{\delta}}{n}}$$

bildet, sechs Etagen hoch, ein typographisches Monstrum. — Wer sich einigermassen mit Facultäten, Gammafunctionen und dergl. beschäftigt hat, wird mir wohl Recht geben. SCHLÖMILCH.

Zu Stammers Aufsatz über Combinationslehre.*)

(S. 190 ds. Jahrg.)

Von FR. ROTH in Buxtehude.

In dem Artikel: „Ueber den Unterricht in der Combinationslehre“ erhebt Herr Stammer gegen unsere Lehrbücher der Arithmetik den Vorwurf, dass dieselben die Combinationen den Variationen vorausgehen lassen, und dass sie in der Entwickelung der Formel für die Combinationen mit Wiederholungen den Anforderungen an mathematische Strenge nicht genügen.

Dagegen muss ich erinnern, dass der verstorbene Gothaische Professor Bretschneider bereits in seinem 1856 in Jena bei Mauke erschienenen „System der Arithmetik und Analysis“ die von Herrn Stammer empfohlene Reihenfolge der Theile der Combinationslehre eingehalten und ausserdem eine wissenschaftlich strenge Ableitung der fraglichen Formel gegeben hat, welche in der Auswahl der Beweismittel mit dem oben genannten Aufsatze einige Aehnlichkeit hat.

Nachdem im 2. Capitel des dritten Buches des ersten Lehrganges die Variationen durchgenommen worden sind, behandelt Bretschneider im 3. Capitel die Combinationen. Mit Hülfe des früher bewiesenen Satzes, dass

$$\binom{k}{k}+\binom{k+1}{k}+\binom{k+2}{k}+\cdots+\binom{n-1}{k}+\binom{n}{k}=\binom{n+1}{k+1},$$

und durch wirkliche Ausführung der Combinationen mit Wiederholungen zeigt er in § 153 die Gültigkeit der Formel für die drei ersten Classen. Von da durch die Natur der gefundenen Ausdrücke, ohne das Wagniss einer blossen Vermuthung, auf das allgemeine Gesetz hingewiesen, nimmt er dessen Richtigkeit für die $k$te Classe an und schliesst auf die $(k+1)$te Classe. Er denkt sich die Combinationen mit W. zur $k$ten Classe erst aus allen n

*) Man vergleiche die Notiz von Studnička im 4. Heft, S. 256. D. Red.

Gliedern, sodann aus den $n - 1$ Gliedern mit Ausschluss des ersten, dann aus den $n - 2$ Gliedern mit Ausschluss der beiden ersten u. s. w. gebildet und bestimmt ihre Anzahl nach der Voraussetzung. Setzt man dann den Complexionen aus n Gliedern das erste vor, denen aus $n - 1$ Gliedern das zweite u. s. w., und endlich der Combination aus dem letzten Gliede dieses selbst, so geben alle entstandenen Complexionen zusammen die Anzahl der Combinationen von der in Betracht kommenden Art. Mit Hülfe des schon einmal gebrauchten Hülfssatzes über die Binomialcoefficienten ergiebt sich daraus die Gültigkeit der Formel auch für die $(k + 1)$te Classe.

Die „Komik“ der Determinanten.

(Brief an die Redaction.)

Sehr verehrliche Redaction! In XII. 3, S. 196 dieser Zeitschrift druckt die Redaction in einer Note folgende Bemerkung aus einer neuen Aufgabensammlung von Bardey ab:

> „Die Determinanten zur Auflösung von Gleichungen zu benutzen, in welchen die Unbekannten Zahlencoefficienten haben, nicht ganz allgemeine, regelmässig gebildete Zahlzeichen, ist gänzlich unzweckmässig. Die Additionsmethode führt hier viel leichter und einfacher und folglich auch schneller und sicherer zum Ziel. Die Ausdrücke mit Hülfe der Determinanten hinzuschreiben ist leicht; dem Resultate ist man jedoch dadurch nicht näher gerückt als durch die Gleichungen selber. Bei den meisten Aufgaben, welche hierher gehören, hat es in der That etwas Komisches, mit dem Apparat der Determinanten ans Werk zu gehen; etc.“

Als ich Obiges las, habe ich anfänglich meinen Augen nicht getraut und glaubte vor einem Missverständnisse zu stehen, bis ich mich nachträglich aus dem Buche selbst von der Existenz jener wunderlichen Bemerkung überzeugte. Wenn Herr Bardey seine Leser hat nicht täuschen wollen, was ja bei einem Manne wie Bardey gänzlich ausgeschlossen ist, so sind mir jene Bemerkungen nur dann erklärlich, wenn ich annehme, dass Herr Bardey mit der Anwendung der allgemeinen Elimination durch Determinanten nicht bekannt ist, welche gerade bei Zahlengleichungen die grössten Vortheile bietet, da bei allgemeinen Coefficienten die Determinantenform nur ihrer Uebersichtlichkeit wegen einigen Vorzug hat. Da Gleichungen mit nur zwei Unbekannten, wenn die Zahlencoefficienten nicht zu gross sind, mit Hülfe der Determinanten überhaupt im Kopfe gerechnet werden können, so wähle ich sofort Gleichungen mit drei Unbekannten und zwar mit beliebigen Zahlencoefficienten:

$$\begin{aligned} 3x + 2y + 4z &= 16 \\ 5x + 7y + 6z &= 37 \\ 8x + 5y + 5z &= 36 \end{aligned}$$

Die allgemeine Elimination lehrt nun: Um x zu finden, multiplicirt man die Gleichungen mit der Unterdeterminante des Coefficienten von x in jeder Gleichung und addirt; dann fallen alle Unbekannten bis auf x fort, etc.

D. h. im vorliegenden Falle multiplicirt man die erste Gleichung mit 5, die zweite mit 10, die dritte mit — 16 und erhält folgendes leicht verständliche Schema:

$$\begin{array}{r|c|r} 15 & 3x + 2y + 4z = 16 & 80 \\ 50 & 5x + 7y + 6z = 37 & 370 \\ -128 & 8x + 5y + 5z = 36 & -576 \\ \hline \multicolumn{2}{r}{-63x \qquad\qquad =} & -126 \end{array}$$

$$x = 2.$$

Dazu ist zu merken, dass die Multiplication an den Coefficienten von y und z nicht ausgeführt zu werden braucht, weil der Schüler aus der allgemeinen Elimination weiss, dass bei der Addition die Summe dieser Coefficienten Null wird. Um aber y und z zu finden, braucht man die Multiplication mit den bezüglichen Unterdeterminanten ebenfalls nur an den absoluten Gliedern auszuführen, da der Schüler weiss, dass die Coefficienten der y und z ebenfalls 63 werden müssen.

Liegen aber gewisse Rechenvortheile in den Coefficienten, so kommt obiges Verfahren erst recht zur Geltung. Ich wähle aus dem citirten Buche die Aufgabe 220, S. 165. Man braucht nicht einmal ein „leidlich tüchtiger Rechner“ zu sein, um sofort hinschreiben zu können:

$$\begin{array}{r|c|r} -5 & x + 2y + 3z = 22 & -110 \\ +21 & 3x + y + 2z = 25 & +175 \\ +2 & 2x + 3y + z = 25 & +75 \\ \hline \multicolumn{2}{r}{18x \qquad\qquad =} & 90 \end{array}$$

$$x = 5.$$

Wo liegt da die Komik? In der Methode ganz sicher nicht. Im Grunde genommen ist ja die Elimination mittelst Determinanten nichts anderes als eine Art Additions- oder Bézoutscher Methode, nur dass hierbei die Grössen, mit welchen die einzelnen Gleichungen multiplicirt werden, von vornherein den denkbar passendsten Werth haben, so dass bei der Addition alle Unbekannten bis auf eine fortfallen. Die gewöhnlichen Methoden aber, mag der Rechner noch so tüchtig sein, können nur successive eliminiren. Allerdings muss vorausgesetzt werden, dass der Schüler das allgemeine Problem

obiger Elimination mit den nöthigen Sätzen über das Verschwinden von Determinanten kenne. Man kann in der That der Redaction nur dankbar sein, wenn sie derartige Bemerkungen in Schulbüchern ans Licht zieht. — Mit der ausgezeichnetsten Hochachtung Ihr ergebenster Dr. Josef Diekmann.

Zum Aufgaben-Repertorium.

(Unter Redaction der Herren Dr. Lieber-Stettin und von Lühmann-Königsberg i. d. N.)

A) Auflösungen.

110. (Gestellt von Consentius XI_3, 199.)

1) Ist die grössere Diagonale d_1 eines Sehnenvierecks ein Durchmesser, und die kleinere d_2, so ist die dritte Diagonale

$$d_3 = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 - d_2^2}}.$$

1. Beweis. $DD'^2 = D'N_{b'}^2 + DN_a^2$ (s. 102; XII_1, 34) $= D'B \cdot D'A' + DB' \cdot DA' = (AB' \cdot BA' + AB \cdot A'B') \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha^2}$ $= d_1 d_2 \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha^2}$, und da $\sin\alpha = \frac{d_2}{d_1}$, so ist $d_3 = DD' = \frac{d_1 d_2}{\sqrt{d_1^2 - d_2^2}}$.

Capelle (Oberhausen).

2. Beweis. $DB'D'B$ ein Sehnenviereck, daher $d_3 : d_2 = AD : AB'$. Zieht man den Durchmesser BG, so ist $\triangle BB'G \sim AB'D$; daher $AD : AB' = BG : GB'$, mithin auch $d_3 : d_2 = BG : GB' = d_1 : \sqrt{d_1^2 - d_2^2}$. v. Lühmann. Aehnlich Grabig (Sorau).

2) Ist die grössere Diagonale d_1 nicht ein Durchmesser, so ist d_3 nicht durch d_1 und d_2 bestimmt. Das Maximum und das Minimum von d_3 ist anzugeben.

Beweis. Die zu d_1 und d_2 gehörigen Peripheriewinkel seien β und α. Es ist nun $DD'^2 = D'B \cdot D'A' + DB' \cdot DA'$, mithin $d_3^2 = \sin\alpha \sin\beta \left(\frac{AB \cdot A'B'}{\sin(\beta-\alpha)^2} + \frac{AB' \cdot BA'}{\sin(\beta+\alpha)^2}\right)$ oder $d_3^2 = \frac{\sin\alpha \sin\beta}{\sin(\beta-\alpha)^2 \sin(\beta+\alpha)^2}$

$$d_1 d_2 (\sin\beta^2 \cos\alpha^2 + \cos\beta^2 \sin\alpha^2) + 2 \sin\alpha \cos\alpha \sin\beta \cos\beta (AB \cdot A'B' - AB' \cdot BA') \Big\}.$$

Es ist also das Maximum und das Minimum von $AB \cdot A'B' - AB' \cdot BA' = dd_1 - 2AB' \cdot BA' = 2AB \cdot A'B' - d_1 d_2$ zu suchen. Das Maximum tritt für $AB' = 0$, das Minimum für $AB = 0$ ein. Somit erhält man als Maximum und Minimum für d_3 bezüglich $\frac{d_1 \sin\alpha}{\sin(\beta-\alpha)}$ und $\frac{d_1 \sin\alpha}{\sin(\beta+\alpha)}$, woraus die XI_3, 200 angegebene Construction hervorgeht. Capelle.

145. (Gestellt von Schlömilch XII_2, 110.) Gegeben sind die Dreiecke ABC und ABD, Punkt E auf AC, F auf BD, P auf AB. Schneiden sich BC und PE in Q, AD und PF in R, so liegt der Durchschnitt von ER und FQ auf CD.

1. Beweis. Die Dreiecke AER und BQF liegen perspectivisch in Bezug auf P; AE und BQ schneiden sich in C, AR und BF in D, folglich ER und QF auf CD.

Kiehl (Bromberg). Godt (Lübeck). Roth (Buxtehude).
Aehnlich Hoch (Lübeck).

2. Beweis. Nimmt man P als beweglich an, so sind die Strahlenbüschel EP und FP projectivisch und entwerfen daher bezüglich auf BC und AD die projectivischen Punktreihen Q und R. Daher sind die Strahlenbüschel ER und QF projectivisch, und weil sie den Strahl EF gemein haben, auch perspectivisch. Die Schnittpunkte entsprechender Strahlen schneiden sich daher auf einer Geraden, und zwar auf CD, da sich die Strahlen EC und FC, sowie ED und FD entsprechen.

Cornely (Würzburg). Stoll (Bensheim).

3. Beweis. Es schneiden sich RE und CD in V, FQ und CD in W. Wendet man auf die Dreiecke ABC, ADC, ADB, DCB mit den bezüglichen Transversalen EP, ER, FP, FQ den Satz des Menelaus an und multiplicirt alles, so ergiebt sich $CV \cdot DW = DV \cdot CW$, also $CV : VD = CW : WD$.

Glaser (Homburg v. d. H.).

4. Beweis. Sind $A = 0$, $B = 0$, $C = 0$, $D = 0$ die Gleichungen der gleichnamigen Punkte in Liniencoordinaten, so sind $A + \lambda B = 0$, $A + \mu C = 0$, $B + \nu D = 0$ diejenigen von P, E, F. Da Q sowohl auf BC als auch auf PE liegen soll, so ist seine Gleichung $\lambda B - \mu C \equiv (A + \lambda B) - (A + \mu C) = 0$. Ebenso findet man für R, den Schnittpunkt von AD und PF, die Gleichung $A - \lambda \nu D \equiv (A + \lambda B) - \lambda (B + \nu D) = 0$. Die Gleichung des Schnittpunktes von QF und RE ist daher $\lambda B - \mu C - \lambda (B + \nu D) \equiv (A - \lambda \nu D) - (A + \mu C) = 0$, d. h. $\mu C + \lambda \nu D = 0$. Er liegt also auf D. Stoll (Bensheim).

Aehnlich Capelle mit Benutzung der symbolischen Form der Geraden.

Herr Roth (Buxtehude) bemerkt, dass sich der Lehrsatz und zwar ohne Beweis in einer anderen Fassung in Jakobis Anhängen zu van Swindens Geometrie findet (Anhang zum 4. Buch Nr. 360).

146. (Gestellt von v. Schaewen XII_2, 110.) Für ein Dreieck bestehen die beiden Sätze $d^2 = r(r - 2\varrho)$ und $d_1{}^2 = r(r + 2\varrho_1)$. Wie heissen die analogen stereometrischen Sätze?

1. Auflösung. Bezeichnet man die Höhe einer geraden n-seitigen Pyramide mit h, die Radien ihrer Umkugel, Inkugel und An-

kugel der Grundfläche resp. mit r, ϱ, ϱ_1; den Radius des Umkreises der Grundfläche mit a; die Mittelpunkte der drei Kugeln resp. mit M, m, m_1; ferner Mm mit d und Mm_1 mit d_1, so ist $h(2r-h) = a^2$; $a^2(h-2\varrho)\cos^2\frac{\pi}{n} = h\varrho^2$; $r+\varrho+d=h$. Eliminirt man a und h, so folgt $d^2 = \left(r-\varrho+\varrho\sec\frac{\pi}{n}\right)\left(r-\varrho-\varrho\sec\frac{\pi}{n}\right)$. Ebenso findet man $d_1^2 = \left(r+\varrho_1-\varrho_1\sec\frac{\pi}{n}\right)\left(r+\varrho_1+\varrho_1\sec\frac{\pi}{n}\right)$. — Für die gerade dreiseitige Pyramide wird $d^2=(r+\varrho)(r-3\varrho)$ und $d_1^2=(r-\varrho_1)(r+3\varrho_1)$. — Für den geraden Kegel gelten, wie a priori klar, dieselben Sätze wie für das ebene Dreieck.

von Schaewen (Saarbrücken).

2. Auflösung. Liegen zwei Kugeln so, dass sich ein Tetraeder beschreiben lässt, dessen Ecken in die eine Kugel fallen, während seine Seiten die andere Kugel berühren, so giebt es dreifach unendlich viele Tetraeder gleicher Art. Sei nämlich das eine Tetraeder $ABCD$, so wird die Ebene ABC von der äusseren Kugel in einem Kreise geschnitten, von dem von D aus an die innere Kugel gelegten Berührungskegel aber in einer Ellipse. Zwischen Kreis und Ellipse ist das Dreieck ABC beschrieben, so dass seine Ecken in dem einen liegen, seine Seiten die andere berühren. Es giebt daher (vergl. z. B. Salmon Art. 352) unendlich viele Dreiecke gleicher Art und ebenso auch unendlich viele Tetraeder mit der Spitze D, die zwischen beiden Kugeln beschrieben sind. Es ist leicht zu sehen, dass man im Ganzen ∞^3 solche Tetraeder erhalten kann, und dass eine Ecke derselben ganz willkürlich ist. Verlegt man diese in die Centrallinie, so wird die gegenüberliegende Seite ein gleichseitiges Dreieck, und ein Schnitt durch AD und senkrecht zur Grundfläche schneidet aus dieser die Höhe AG und aus der Kugel m einen Kreis, welcher AG in F berührt; es ist dann $AF=2FG$. Es ist nun $FG:GD=Fm:mD$, oder

$$\frac{\frac{1}{2}\sqrt{r^2-(d+\varrho)^2}}{\sqrt{(r+d+\varrho)^2+\frac{1}{4}(r^2-(d+\varrho)^2)}} = \frac{\varrho}{d+r}.$$

Nach einigen Reductionen erhält man $d^2=(r+\varrho)(r-3\varrho)$; und ebenso $d_1^2=(r-\varrho_1)(r+3\varrho_1)$.

Godt (Lübeck).

147. (Gestellt von Weinmeister XII_2, 110.) Es seien $A_1 A_2$, $A_2 A_3$, ... Parabelsehnen von der Art, dass die Krümmungskreise an A_2, A_3, ... die Parabel zum zweiten Male resp. in A_1, A_2 .... schneiden. In welchem Verhältniss steht eins der durch eine Sehne abgeschnittenen Segmente zur Summe der unendlich vielen kleineren?

Auflösung. Hat die Parabel den Parameter p, und sind y_1 und y_2 die Ordinaten von A_1 und A_2, so ist das durch A_1A_2 ab-

geschnittene Segment $= \frac{(y_1 - y_2)^3}{6p}$. Ferner ist $y_2 = -\frac{1}{3}y_1$ (vergl. Salmon Art. 252, Aufg. 2), und mithin Segment $S_1 = \frac{32}{81}\frac{y_1^3}{p}$; aus $y_2 = -\frac{1}{3}y_1$, $y_3 = -\frac{1}{3}y_2 \ldots$ folgt ferner $S_2 = \frac{1}{27}S_1$, $S_3 = \frac{1}{27}S_2 \ldots$; demnach ist $S_1 + S_2 + \ldots$ in inf. $= S_1\left[\frac{1}{27} + \left(\frac{1}{27}\right)^2 + \left(\frac{1}{27}\right)^3 + \cdots\right] = \frac{1}{26}S_1$. Das gesuchte Flächenverhältniss ist daher 1 : 26. Stegemann (Prenzlau). Stoll (Bensheim). Weinmeister I (Leipzig).

148. (Gestellt von Weinmeister XII_2, 110.) Gegeben ein Kreis und auf seiner Peripherie zwei Punkte. Durch diese Punkte eine Parabel zu legen, für welche der Kreis Krümmungskreis ist.

Auflösung. Sind A_1 und A_2 die gegebenen Kreispunkte und soll A_2 Berührungspunkt werden, so ziehe man an A_2 eine Tangente und trage auf derselben nach beiden Seiten $A_2B = A_2A_1$ ab; hierauf verbinde man B mit A_1 und den Punkt C, in welchem diese Gerade den Kreis ausserdem schneidet, mit A_2; theilt man endlich A_2C in vier gleiche Theile, so ist der A_2 am nächsten liegende Theilpunkt Brennpunkt, während BA_1 die Richtung der Achse angiebt. — Man erhält immer zwei Lösungen, die nur dann in eine zusammenfallen, wenn sich A_1 und A_2 decken; die beiden Parabeln sind congruent, wenn A_1A_2 Kreisdurchmesser ist. Spannt A_1A_2 am Mittelpunkte einen Winkel von 120^0, so geht es durch den Brennpunkt der einen Parabel. Weinmeister I.

(Verwandte Lösungen von Stegemann und Stoll.)

149. (Gestellt von Weinmeister XII_2, 110.) Gegeben ein Kreis, ein Punkt der Peripherie und ein Punkt ausserhalb. Durch diese Punkte eine Parabel zu legen, welche vom Kreis als Krümmungskreis im gegebenen Peripheriepunkte berührt wird.

Auflösung. Man denke sich eine Parabel auf das System einer Tangente und ihres Berührungsdurchmessers bezogen, ausserdem den Krümmungskreis des Berührungspunktes construirt. Alsdann ist die Ordinate eines beliebigen Parabelpunktes mittlere Proportionale zwischen dem Abstande dieses Punktes von der Tangente und dem Kreisdurchmesser. Mit Hülfe dieses Satzes lässt sich die Aufgabe lösen. Ist nämlich A der gegebene Kreispunkt und P der Punkt ausserhalb, so ziehe man die Kreistangente durch A und zu ihr parallel eine Gerade durch P, die den Kreis in H trifft. Trägt man nun $AE = AH$ auf der Kreistangente von A aus nach beiden Seiten ab, so giebt PE die Richtung der Parabelachse an. Trifft die Parallele durch P den Kreis nicht, so construire man die mittlere Proportionale auf andere Art. Ist ferner AN die der Parabelachse parallele Kreissehne, so trage man dieselbe noch einmal als AZ

von A aus in den Kreis ein. Theilt man nun AZ in vier gleiche Theile, so ist der A am nächsten gelegene Theilpunkt Brennpunkt. — Die Aufgabe ist ein specieller Fall der Construction der Parabel aus vier Punkten. WEINMEISTER I.

(Verwandte Lösungen von STEGEMANN und STOLL.)

150. (Gestellt von Budde XII_2, 111.) Der Gang des Beweises ist bereits bei der Aufgabe selbst mitgetheilt.

151. (Gestellt von Schmitz XII_2, 111.) Ein Polygon mit lauter hohlen Winkeln werde n-Eck der ersten Art genannt. Wie gross ist die Winkelsumme in einem n-Eck der μten Art, welches dadurch entsteht, dass man die 1te und $(\mu + 1)$te etc., zuletzt die $n$te und μte Seite bis zu ihrem Durchschnitt verlängert?

Auflösung. An der Figur lässt sich zeigen, dass die Summe der Winkel eines n-Ecks der $(\mu + 1)$ten Art um die Summe der Aussenwinkel des ursprünglichen Polygons d. h. um $4R$ kleiner ist als die Summe der Winkel eines n-Ecks der μten Art. Nun ist $W_1 = 2(n-2)R$, also $W_2 = 2(n-4)R$, also $W_3 = 2(n-6)R$ etc. oder allgemein $W\mu = 2(n - 2\mu)R$.

NB. Nimmt man $\mu \geqq \frac{1}{2}n$, so ergeben sich in umgekehrter Reihenfolge dieselben Vielecke. Ist aber μ nicht relativ prim zu n, so zerfällt das Vieleck in mehrere von einander getrennte Vielecke niedrigerer Seitenzahl. BUDDE (Duisburg). GRABIG (Sorau).

SCHMITZ (Neuburg a. D.). STOLL (Bensheim).

Auch unmittelbar herzuleiten, wenn man durch einen beliebigen Punkt zu den Seiten des Polygons Parallele zieht.

152. (Gestellt von Schlömilch XII_2, 111.) Es sollen alle Brüche von der Form $\frac{1}{N}$ angegeben werden, deren Periode $2k$ Stellen enthält, so dass die 1te und die $(k+1)$te, die 2te und $(k+2)$te etc. sich zu 9 ergänzen.

Auflösung. Sind $x_1, x_2, x_3, \ldots x_k$ die Ziffern der Periode und P der Werth der ersten Periode, so ist

$$P = \frac{x_1}{10} + \frac{x_2}{10^2} + \cdots + \frac{x_k}{10^k} + \frac{9 - x_1}{10^{k+1}} + \frac{9 - x_2}{10^{k+2}} + \cdots + \frac{9 - x_k}{10^{2k}}$$
$$= \frac{10^k - 1}{10^{2k}}\left(10^{k-1}x_1 + 10^{k-2}x_2 + \cdots + x_k\right) + \frac{9\left(1 + 10 + \cdots + 10^{k-1}\right)}{10^{2k}}$$
$$= \frac{10^k - 1}{10^{2k}}\left(10^{k-1}x_1 + 10^{k-2}x_2 + \cdots + x_k + 1\right).$$

$$\text{Mithin } \frac{1}{N} = P + P\,10^{-2k} + P\,10^{-4k} + \cdots \text{in inf.} = \frac{P}{1 - 10^{-2k}}$$
$$= \frac{P\,10^{2k}}{10^{2k} - 1} = \frac{10^{k-1}x_1 + 10^{k-2}x_2 + \cdots + x_k + 1}{10^k + 1},$$

Hieraus ergiebt sich, dass N ein Factor von $10^k + 1$ ist; es sei

$NT = 10^k + 1$, so ist $T = 10^{k-1} x_1 + 10^{k-2} x_2 + \cdots + x_k + 1$; mithin sind die Ziffern der Zahl $T - 1$ die der ersten Hälfte der Periode.

Capelle (Oberhausen). Glaser (Homburg v. d. Höhe).
Sievers (Frankenberg i. S.). Stammer (Düsseldorf).
Stoll (Bensheim). von Zettmar (Marburg a. D.).

Zu **119** und **120** (XII_3, 107 und 108) sind nachträglich noch Lösungen von Emil Erlenmeyer, Secundaner des Max-Gymnasiums in München, eingegangen, welche von den veröffentlichten nicht wesentlich verschieden sind.

B) Neue Aufgaben.

NB. Um den dem Aufgaben-Repertorium zugewiesenen Raum nicht zu überschreiten, müssen solche Lösungen, die nicht wesentlich verschieden sind, zusammengefasst werden; hierzu ist durchaus nothwendig, dass die Redaction einen klaren Einblick in die Lösungen gewinnt; aus diesem Grunde werden die Herren Einsender von Lösungen gebeten, nicht fertige Constructionen und Resultate, sondern Analysen einzusenden.

185. Den geometrischen Ort für die Spitze eines Dreiecks von constanter Grundlinie zu bestimmen, wenn der Mittelpunkt des Feuerbachschen Kreises die Seiten des Dreiecks durchläuft.

Dr. Kiehl (Bromberg).

186. Welche Curven werden durch die Seiten und durch die merkwürdigen Punkte eines Dreiecks von constanter Gestalt erzeugt, wenn die Ecken des Dreiecks drei feste Gerade durchlaufen?

Dr. Kiehl (Bromberg).

187. Wenn ein Durchmesser des einem Dreieck umgeschriebenen Kreises auf einer Dreiecksseite senkrecht steht, so schneidet er auf den beiden anderen Seiten, vom Endpunkte der ersten Seite an gerechnet, solche Abschnitte ab, die von jedem Punkte der Kreisperipherie unter gleichen Winkeln gesehen werden.

Dr. Stammer (Düsseldorf).

188. Zieht man von zwei Punkten eines Kreisdurchmessers, welche in Bezug auf den Kreis harmonisch zugeordnet sind, zwei Secanten nach demselben Punkte der Peripherie, so steht die Verbindungslinie der beiden Durchschnittspunkte auf dem Durchmesser senkrecht. Dr. Stammer (Düsseldorf).

189. In jeder gleichseitigen Hyperbel erscheinen die Gegenseiten eines eingeschriebenen Parallelogramms von jedem Punkte der Curve aus unter gleichen Winkeln.

Dr. Stammer (Düsseldorf).

190. Zu beweisen, dass, wenn man durch zwei Gegenecken A, C eines Parallelogramms ($ABCD$) die sich in O schneidenden

Geraden AO, CO so zieht, dass sie mit den anstossenden Seiten die gleichen Winkel BAO, BCO bilden, auch $\angle ODA = OBA$ ist. — Welches ist der geometrische Ort des Punktes O?

Dr. Bermann (Liegnitz).

191. Durch einen innerhalb des rechten Winkels XOY gegebenen festen Punkt K lassen sich unendlich viel Ellipsen legen, deren Halbachsen in die Richtungen von OX und OY fallen; welche von diesen Ellipsen hat den kleinsten Flächeninhalt?

Schlömilch.

192. (Synthetisch zu beweisen.) Haben zwei Ellipsenpunkte A und C eine derartige Lage, dass ihnen gleiche Durchmesser zugehören, so theilt die Normale AN des einen den Durchmesser CD des anderen in einem nur von der Gestalt der Ellipse abhängigen Verhältniss $DN : NC$. Dr. Weinmeister I (Leipzig).

193. Ein rechtwinkliges Dreieck zu construiren, von welchem die Seiten e und f der beiden eingeschriebenen Quadrate gegeben sind (e Seite des Quadrats über der Hypotenuse). — Im Journal de Mathématiques élémentaires ist die Aufgabe durch Rechnung gelöst, nämlich Hypotenuse $c = \frac{ef}{\sqrt{f^2 - e^2}}$; es giebt aber auch eine rein geometrische Lösung.

194. Ist $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$, so ist $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma + \sin\delta = 4\sin\frac{\alpha+\delta}{2}\sin\frac{\beta+\delta}{2}\sin\frac{\gamma+\delta}{2}$. Aus dieser Gleichung sind als specielle Fälle die folgenden herzuleiten:

1) $\sin 2n\alpha + \sin 2n\beta + \sin 2n\gamma + \sin 2n\delta = -4\sin n(\alpha+\delta) \sin n(\beta+\delta)\sin n(\gamma+\delta)$;

2) $\sin\alpha + \sin\beta + \sin\gamma - \sin\delta = 4\sin\frac{\delta-\alpha}{2}\sin\frac{\delta-\beta}{2}\sin\frac{\delta-\gamma}{2}$;

3) $\cos\alpha + \cos\beta + \cos\gamma + \cos(\alpha+\beta+\gamma) = 4\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\gamma}{2} \cos\frac{\beta+\gamma}{2}$.

Für 1) soll $\alpha + \beta + \gamma + \delta = 360^0$, für 2) $\alpha + \beta + \gamma = \delta$ und für 3) sollen α, β, γ ganz beliebige Winkel sein.

Auflösung. Man setze für α, β, γ und δ Winkelwerthe, welche sich aus folgenden Gleichungen ergeben:

1) $2n\alpha + 2n\beta + 2n\gamma + (2n\delta - (2n-1)\,360^0) = 360^0$;

2) $\alpha + \beta + \gamma + (360^0 - \delta) = 360^0$;

3) $(90^0 - \alpha) + (90^0 - \beta) + (90^0 - \gamma) + (90^0 + \alpha + \beta + \gamma) = 360^0$. Dr. Glaser (Homburg v. d. H.).

Berichtigung. In der Aufgabe 180 (XII_5, 363) ist in der vierten Zeile $B\alpha$ statt $A\alpha$ zu lesen. Herr Dr. Weinmeister macht zu 180 noch folgende Bemerkung: Zur Construction der Dreiecke

empfiehlt es sich, die Punkte A und B auf dem einen Schenkel eines Winkels und den Punkt α auf dem anderen beliebig zu wählen (B dem Scheitel zu) und dann die Zickzacklinie $A\alpha B\beta C\gamma D\delta$..... derart zwischen die Winkelschenkel zu legen, dass $B\beta \parallel A\alpha$, $C\beta \parallel B\alpha$, $C\gamma \parallel B\beta$ u. s. w. Dreht man nun $\varDelta B\beta C$ um den Punkt B bis $B\beta$ in $B\alpha$ liegt u. s. w., so erhält man die erforderliche Lage der Punkte A, B, C, D.

C. Aufgaben aus nichtdeutschen Fachzeitschriften.

Lehrsätze und Aufgaben über einfache Curven.

83. Lehrsatz. Zieht man von einem gegebenen Punkte P die beiden Normalen PA und PB zu einer Parabel, macht $PC \perp AB$ und construirt den zu C in Bezug auf A und B conjugirten harmonischen Punkt D, so ist PD senkrecht zur Achse der Parabel.

Beweis. Zieht man die Tangenten EA und EB, und verbindet E mit der Mitte H von AB, so ist EH parallel der Achse der Parabel; zieht man ferner $EG \parallel AB$, so bilden EA, EB, EH, EG ein harmonisches Büschel. Die drei Strahlen EA, EB, EG sind bezüglich senkrecht auf den drei Strahlen PA, PB, PC des harmonischen Büschels $P(ABCD)$; also sind die vierten Strahlen EH und PD der beiden Büschel auch senkrecht zu einander.

Nouv. Ann.

84. Aufgabe. Eine Gerade AD schneidet zwei Kreise K und K' so, dass die abgeschnittenen Sehnen AB und CD einander gleich sind. Gesucht wird 1) der geometrische Ort der Mitte von AD; 2) die Umhüllungscurve der Geraden AD.

Auflösung. 1) Die Potenzlinie. 2) Eine Parabel, deren Scheitel der Durchschnittspunkt von Potenzlinie und Centrale, und deren Brennpunkt die Mitte der Centrale ist. Journ. élém.

85. Lehrsatz. Gegeben eine Ellipse, deren kleine Achse $BB' = 2b$ mittlere Proportionale zwischen der grossen Achse $AA' = 2a$ und der Excentricität $FF' = 2e$ ist. In $\triangle FF'P$ (P ein Punkt der Ellipse) ist ein Kreis mit dem Mittelpunkt M beschrieben. Zu beweisen, dass die Normale PQ (Q auf AA') durch M stetig getheilt wird.

Beweis. O sei der Mittelpunkt der Ellipse. — Es ist $a^2 = e^2 + b^2$, $ae = b^2$, mithin $a(a-e) = e^2$, d. h. $AO : FO = FO : AF$, also ist AO in F stetig getheilt. Da $\angle FPQ = F'PQ$ und $\angle PFM = QFM$, so ist $PM : MQ = PF : FQ = PF + PF' : FF' = 2a : 2e = a : e = AO : FO$. Nun ist AO in F stetig getheilt, also auch PQ in M. Journ. élém.

86. Lehrsatz. Zwei zu einander senkrechte Gerade OX und OY werden von zwei beweglichen Punkten A und B durchlaufen; A durchläuft OX mit gleichförmiger Geschwindigkeit a, B dagegen

OY mit gleichförmig beschleunigter Geschwindigkeit b. Zu beweisen, dass AB stets Tangente an einer Parabel ist.

Beweis. Nach t Secunden ist $OA = at$ und $OB = bt^2$. Eine Senkrechte auf AB in A treffe OB in F, so ist $OF = \frac{OA^2}{BO} = \frac{a^2}{b}$, mithin OF constant. Verlängert man FA über A um sich selbst bis F', so liegt F' stets auf einer im Abstande $OD = OF$ zu OX gezogenen Parallelen; mithin ist AB stets Tangente an einer Parabel, deren Brennpunkt F, Scheitel O und Directrix DF' ist.

Journ. élém.

87. Aufgabe. Ein Durchmesser $AA' = 2a'$ einer Ellipse (Achsen $2a$ und $2b$) ist der Grösse und Lage nach gegeben, sein conjugirter $2b'$ nur der Grösse nach. Den Ort der Brennpunkte F und F' zu finden.

Auflösung. Es ist $AF + A'F = 2a$, also $AF^2 + 2AF \cdot A'F + A'F^2 = 4a^2$; da $AF^2 + A'F^2 = 2OF^2 + 2a'^2$, so erhält man $AF \cdot A'F = 2a^2 - a'^2 - OF^2$. Da ferner $OF^2 = a^2 - b^2$ und $a^2 + b^2 = a'^2 + b'^2$, so ist $AF \cdot A'F = b'^2$. Der gesuchte Ort ist also eine Cassinische Linie, welche A und A' zu Polen und b'^2 zur Potenz hat. Anmerk. 1) Ist $b' = a'$, d. h. ist nur einer der conjugirten gleichen Durchmesser der Grösse und Lage nach gegeben, so ist $AF \cdot A'F = \frac{AA'^2}{4}$; der Ort ist eine Lemniscate. 2) Sucht man denselben Ort für eine Hyperbel, wo die Grösse des conjugirten imaginären Durchmessers gegeben ist, so erhält man dieselbe Gleichung. 3) Für eine gleichseitige Hyperbel erhält man eine Lemniscate.

Journ. élém.

88. Lehrsatz. Eine Gerade SA $(y = mx)$ dreht sich um den Scheitel S einer Parabel $(y^2 = 2px$, Brennpunkt $F)$; von A, dem Durchschnittspunkte von SA und der Parabel fällt man AP senkrecht auf die Scheiteltangente; D sei der Durchschnittspunkt der Directrix und Achse. 1) PD und AS schneiden sich in M. 2) PF und AS schneiden sich in N. 3) $PQ \perp AS$. 4) PQ über Q um sich selber verlängert bis R. Zu beweisen dass 1) M eine Hyperbel. 2) N eine Ellipse. 3) Q einen Kreis. 4) R eine Strophoide beschreibt.

Beweis. 1 und 2) Die Ordinate von A ist $y = SP = \frac{2p}{m}$, und die Richtungsconstanten von PD und PF: $m' = \frac{4}{m}$, $m'' = -\frac{4}{m}$; mithin $mm' = 4$, $mm'' = -4$. Folglich ist der Ort von M eine Hyperbel mit den Scheitelpunkten D und S (Gleichung der Hyperbel $y^2 - 4x^2 - 2px = 0$), und der Ort von N eine Ellipse, deren kleine Achse SF und grosse Achse $2SF$ ist (Gleichung der Ellipse $y^2 + 4x^2 - 2px = 0$). 3) PQ und SF schneiden sich in T;

$\triangle\, PST \sim APS$, also $ST = \frac{SP^2}{AP} = 4SF$. Also ist der Ort von Q der über $ST = 4SF$ als Durchmesser beschriebene Halbkreis. 4) SR und die Senkrechte auf ST in T schneiden sich in C; da $SR = SP$, so ist auch $CR = CT$; mithin der Ort für R eine Strophoide, deren Wendepunkt in T und Scheitel in S liegt.

Nouv. Ann.

Anhang.

Ueber die Aufgabe vom Zickzack der Ellipsennormalen.

Im 3. Hefte vom XII. Jahrg. dieser Zeitschr. S. 199 giebt Herr Fuhrmann folgende Lösung der von mir gestellten Aufgabe No. 129: Es sei P der anfängliche Ellipsenpunkt xy, dessen Normale die Curve anderweit in $P_1\,(x_1 y_1)$ schneidet, analog bezeichne $P_1 P_2$ die zweite, in P_1 normale Sehne u. s. w., so ist, wenn die zu PP_1, $P_1 P_2, \ldots$ parallelen halben Durchmesser der Ellipse mit r, $r_1, \ldots$ bezeichnet werden,

$$x_1 = x\,\frac{a^2 - 2r^2}{a^2}, \qquad x_2 = x_1\,\frac{a^2 - 2r_1{}^2}{a^2}, \ldots$$

Im Fall sich eine der Differenzen $a^2 - 2r^2$, $a^2 - 2r_1{}^2, \ldots$ annullirt, wird die zugehörige Abscisse $= 0$ und alle folgenden x sind ebenfalls $= 0$; im entgegengesetzten Falle ist

$$x_n = x \cdot \frac{a^2 - 2r^2}{a^2} \cdot \frac{a^2 - 2r_1{}^2}{a^2} \cdots \frac{a^2 - 2r^2_{n-1}}{a^2},$$

und für $n = \infty$ verschwindet das mit x multiplicirte unendliche Product, weil alle Factoren desselben positive oder negative echte Brüche sind. — Der letztere Schluss dürfte eine Uebereilung enthalten, denn ein Product unendlich vieler echter Brüche kann auch einen von Null verschiedenen Grenzwerth haben, wie z. B.

$$\frac{2}{3} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{14}{15} \cdot \frac{30}{31} \cdots = \frac{1}{2}.$$

Herrn Stoll's Behandlung derselben Aufgabe ist frei von diesem Einwurfe, weil bewiesen wird, dass das vorkommende unendliche Product aus abnehmenden echten Brüchen besteht.

Eine dritte Lösung der Aufgabe ist folgende. Bezeichnet ω den Winkel zwischen der Ellipsennormale im Punkte xy und der x-Achse, so gilt die Formel $\tan\omega = \frac{a^2 y}{b^2 x}$; durch Verbindung mit der Ellipsengleichung folgt, wenn zur Abkürzung $\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \lambda$ und $\tan\omega = t$ gesetzt wird,

$$x = \frac{a}{\sqrt{1 + \lambda t^2}}, \qquad y = \frac{a\lambda t}{\sqrt{1 + \lambda t^2}}.$$

Für irgend einen anderen Ellipsenpunkt P_1 bestehen analoge Gleichungen zwischen x_1, y_1, t_1; soll aber P_1 auf der Normale durch P

liegen, so muss die Normalengleichung $y\xi - \lambda x\eta = (1 - \lambda)\, xy$ von den Werthen $\xi = x_1$, $\eta = y_1$ erfüllt werden; dies giebt

$$\frac{t - \lambda t_1}{\sqrt{1 + \lambda t_1^2}} = \frac{(1 - \lambda) t}{\sqrt{1 + \lambda t^2}}.$$

Hieraus folgt einerseits $t_1 = t$, was sich von selbst versteht, andererseits*)

$$t_1 = \frac{t\,(2 - \lambda + t^2)}{\lambda + (2\lambda - 1)\, t^2},$$

oder, wegen $t = \tan\omega$, $t_1 = \tan\omega_1$,

$$\frac{\tan\omega}{\tan\omega_1} = \frac{\lambda - (1 - \lambda)\sin^2\omega}{1 + (1 - \lambda)\cos^2\omega}.$$

Der Nenner ist immer positiv, der Zähler kann positiv, negativ oder Null sein; es kann demnach einer der Brüche $\frac{\tan\omega}{\tan\omega_1}, \frac{\tan\omega_1}{\tan\omega_2}, \ldots$ verschwinden, d. h. einer der Winkel $\omega_1, \omega_2, \ldots$ gleich $\pm 90^0$ werden und das Zickzack mit einer endlichen Zahl von Sehnen in einem Nebenscheitel aufhören. Wenn dieser Fall nicht eintritt, so bilde man aus der Gleichung

$$\left(\frac{\tan\omega}{\tan\omega_1}\right)^2 = \frac{\lambda^2 - 2\lambda\,(1 - \lambda)\sin^2\omega + (1 - \lambda)^2\sin^4\omega}{[1 + (1 - \lambda)\cos^2\omega]^2}$$

dadurch eine Ungleichung, dass man im Zähler für λ^2 das grössere λ setzt, den negativen Term weglässt, $\sin^4\omega$ durch die Einheit ersetzt und den Nenner $= 1$ nimmt; es bleibt dann

$$\left(\frac{\tan\omega}{\tan\omega_1}\right)^2 < 1 - \lambda + \lambda^2.$$

Der Ausdruck rechter Hand heisse kurz μ; er ist $= (1 + \lambda^3) : (1 + \lambda)$, mithin ein constanter echter Bruch. Durch mehrmalige Anwendung der vorigen Ungleichung folgt

$$\left(\frac{\tan\omega}{\tan\omega_n}\right)^2 < \mu^n, \text{ mithin } \operatorname{Lim}\left\{\left(\frac{\tan\omega}{\tan\omega_n}\right)^2\right\} = 0;$$

es nähert sich demnach ω_n der Grenze $\pm 90^0$.

SCHLÖMILCH.

*) Beiläufig bemerkt, knüpft sich an obige Formel die Aufgabe, ω so zu wählen, dass $\omega_1 = 2\omega$, mithin $t_1 = 2t : (1 - t^2)$ wird, in welchem Falle die grosse Achse und die Normalen PP_1, P_1P_2 ein gleichschenkliges Dreieck einschliessen. Für t erhält man eine biquadratische Gleichung und als deren Wurzeln $t = \pm\sqrt{-1}$, $t = \pm\sqrt{2 - 3\lambda}$. Unter der Voraussetzung $\lambda < \frac{2}{3}$ ist also die Aufgabe lösbar und $\cos\omega = \frac{a}{e\sqrt{3}}$, wo e die lineare Excentricität bezeichnet. Die Formel liefert eine bequeme Construction für die Richtung der Normale, also auch der Tangente, woraus sich nach einem bekannten Verfahren der Punkt P leicht herleiten lässt.

Literarische Berichte.

A) Recensionen.

GÜNTHER, Dr. SIEGM. (Professor am Gymnasium zu Ansbach), Die Lehre von den gewöhnlichen und verallgemeinerten Hyperbelfunctionen, theilweise auf Grund freier Bearbeitung von Laisant's „Essai sur les fonctions hyperboliques“ und Fortis „Tavole logaritmiche“. Mit vielen in den Text eingedruckten Holzschnitten. Halle, Louis Nebert. 1881. Preis 12 ℳ.

Die Hyperbelfunctionen sind ein in Deutschland noch wenig bekanntes und benutztes Rechnungs-Instrument. Die Literatur über diesen Gegenstand ist eine überaus zerstreute, an einer zusammenfassenden Darstellung fehlte es bisher überhaupt. Aber überall da, wo zu einer Untersuchung, in der die gewöhnlichen trigonometrischen (cyclischen) Functionen auftreten, eine ihr dualistisch gegenüberstehende ausgeführt wird, da erscheinen auch diejenigen Exponentialausdrücke, welche mit grösstem Vortheil durch die Hyperbelfunctionen ersetzt werden. Von der ausserordentlichen Mannigfaltigkeit der auf diese Functionen führenden Probleme wird vor dem Erscheinen des Güntherschen Werkes auch der kundige Fachgenosse kaum eine genügende Vorstellung gehabt haben. Es bedurfte einer so umfassenden Literaturkenntniss, wie sie Günther bei ähnlichen Arbeiten (z. B. in seinem Lehrbuche der Determinantentheorie) documentirt hat, um die vielfach zeitlich und räumlich entlegenen Specialarbeiten gebührend zu berücksichtigen, und daraus ein System der ganzen Disciplin zusammenzustellen, welches zum ersten Male einen vollkommenen Ueberblick über den Umfang und eine klare Einsicht in den inneren Zusammenhang und die Bedeutung der einzelnen hierher gehörigen Lehren gewährt. Der Verfasser leistet aber noch mehr. Bei der systematischen Zusammenstellung der von den verschiedensten Gesichtspunkten aus unternommenen Untersuchungen ergeben sich manche noch unausgefüllte Lücken, und Perspectiven auf Erweiterung der vorgetragenen Disciplin. Jene Lücken nun sind durch eigene Untersuchungen des Verf. ausgefüllt, und alle Erweiterungen bis in ihre letzten Consequenzen verfolgt worden. Es muss bei dieser Gelegenheit die klare und kunstvolle Darstellungs-

weise des Buches hervorgehoben werden, welche bewirkt, dass dem Leser auf Grund des Vorangegangenen jene Ergänzungen sich von selbst als natürlich und nothwendig aufdrängen, so dass dem Verf. nur übrig bleibt, die Gedanken auszuführen, die er bereits im Leser angeregt hat. Letzterer gelangt überhaupt ohne Mühe dazu, den Stoff vollkommen zu beherrschen. Aus diesem Grunde wird das in erster Linie für Studirende geschriebene Buch sicher willkommen geheissen werden, umsomehr, da es ausserdem über die verschiedensten Theile der höheren Mathematik reiche Belehrung und vielfache Anregung zu eigenen Arbeiten bietet. Aber auch der Lehrer wird nicht selten Gegenstände finden, die sich für den Unterricht verwerthen lassen, und es sollen, dem Interesse unserer Zeitschrift gemäss, bei der folgenden Inhaltsangabe des Werkes solche Punkte besonders hervorgehoben werden.

Nach einer das erste Capitel füllenden historischen Einleitung folgt im zweiten die gemeinsame Ableitung der Kreis- und Hyperbelfunctionen aus den beiden algebraischen Functionen $U_n = (a^n - b^n):(a - b)$, $V_n = a^n + b^n$, im Anschluss an eine Arbeit von E. Lucas. Nachdem hierdurch die völlige Gleichberechtigung beider Arten von Functionen zur Evidenz gebracht ist, wird im dritten Capitel (unter Zugrundelegung der gleichseitigen Hyperbel) die Lehre von den einfachen Hyperbelfunctionen ausführlich vorgetragen. Die den Anfang dieses Capitels bildende Inhaltsbestimmung eines hyperbolischen Sectors, so interessant sie an sich ist, wünschten wir allerdings lieber an anderer Stelle zu sehen, da man doch zu allererst die erst in § 2 folgenden Definitionen der Functionen erwartet. Bei den letzteren ist durch Gegenüberstellung entsprechender Figuren auf die Analogie mit den Kreisfunctionen jede nur wünschenswerthe Rücksicht genommen. Practisch ist der Vorschlag, die trigonometrische Secantenlinie auf der Verlängerung der Cosinuslinie darzustellen. Auf die Ableitung der elementaren Beziehungen und der wichtigen Formeln, welche es gestatten, eine Hyperbelfunction durch Kreisfunctionen auszudrücken, folgt die Darstellung der ersteren durch Reihen, Producte und Kettenbrüche. Das vierte Capitel enthält analytische Anwendungen. Es wird gezeigt, dass für die Summenlogarithmen mittelst der Hyperbelfunctionen sich Formeln aufstellen lassen, die denen der Differenzlogarithmen ganz analog sind. Ebenso gestatten die beiden Fälle der quadratischen Gleichung $x^2 + 2ax = \pm b^2$ und die beiden Fälle der cubischen Gleichung eine ganz gleiche trigonometrische Behandlung, sobald man Hyperbelfunctionen einführt. Der letztere Punkt ist besonders beachtenswerth. Man pflegt im Unterricht die Lösung durch die Cardanische Formel und die trigonometrische als sich gegenseitig ausschliessend, resp. ergänzend darzustellen. Dies ist jedoch nur ein practischer Gesichtspunkt. Theoretisch leistet die Cardanische Formel (in Verbindung mit den

Einheitswurzeln) für sich allein alles Verlangte, sobald man sich event. mit Ausdrücken von imaginärer Form begnügt. Ebenso bildet die trigonometrische Lösung für den irreductiblen Fall mit ihrer Ergänzung durch Hyperbelfunctionen für den reductiblen zusammen eine einheitliche Lösung, welche, wenn es sich um numerische Berechnungen handelt, die unbequeme Cardanische Formel ganz überflüssig macht. Man hat nun allerdings auch für den letzteren der beiden Fälle Auflösungen durch cyclische Functionen, allein die vollkommene Analogie beider Fälle tritt nur bei Anwendung der Hyperbelfunctionen hervor. Dieselbe Zweitheilung der Fälle und dadurch bedingte Anwendung der Kreis- oder Hyperbelfunctionen erscheint bei der Lösung der Moivre-Riccatischen Gleichungen, bei der Reduction complexer Functionen auf die Normalform, bei der Auswerthung von Integralen, wo einfache Hyperbelfunctionen zusammengesetzte logarithmische Ausdrücke vertreten, bei der Integration totaler Differentialgleichungen etc. Ueberaus zahlreich sind die im fünften Capitel behandelten Anwendungen auf Geometrie und mathematische Physik. Formeln der sphärischen Trigonometrie und Astronomie werden durch Einführung der Hyperbelfunctionen bedeutend vereinfacht; in der analytischen Geometrie der Kegelschnitte, in der Lehre von den sphärischen Kegelschnitten, Isothermflächen, Aequipollenzen, elliptischen Functionen und deren geometrischen Anwendungen, transcendenten Curven, Raumcurven spielen sie eine wichtige Rolle. Von den physikalischen Anwendungen seien erwähnt diejenigen auf die Bewegung eines Atoms in der Verticalrichtung, auf das ballistische Problem, ferner in der Hydrodynamik, der totalen Reflexion des polarisirten Lichtes, der mechanischen Wärmetheorie und Electrostatik. Das sechste Capitel ist der nichteuklidischen Geometrie gewidmet. Für diese haben die Hyperbelfunctionen dieselbe Bedeutung, wie für die euklidische die cyclischen. Aus diesem Capitel ist namentlich das Resultat hervorzuheben, dass die verschiedenen Namen nichteuklidische, pseudosphärische, hyperbolische Geometrie dasselbe bezeichnen. Hoffentlich werden unter der Menge der Bezeichnungen für die drei verschiedenen Geometrieen die Namen elliptische, parabolische und hyperbolische Geometrie allmälig allein übrig bleiben. Es mag hierbei bemerkt werden, dass Tilly 1878 in einer umfangreichen Abhandlung*) auch das Verhältniss der drei diesen Geometrieen entsprechenden Trigonometrieen ausführlich erörtert und die Hauptsätze derselben dargestellt hat (a. a. O. S. 136—160). Am Schlusse des Capitels wird die Bedeutung der Hyperbelfunctionen für höher dimensionirte Mannigfaltigkeiten auseinandergesetzt. — Die vier letzten Capitel des Werkes beschäftigen sich mit Er-

*) Essai sur les principes fondamentaux de la géométrie et de la mécanique. Mém. d. l. soc. d. sciences phys. et. nat. de Bordeaux 2. Série, Tome III.

weiterungen des Begriffes der cyclischen und der Hyperbelfunctionen. Nach einer sehr interessanten Einleitung über die Verallgemeinerung mathematischer Begriffe und Probleme, wobei auch Hankels Leistungen nicht vergessen werden, stellt der Verf. drei verschiedenartige analytische Definitionen der Kreis- und Hyperbelfunctionen auf, und zeigt, wie jede derselben sich erweitern lässt. Als specieller Fall einer dieser Erweiterungen erscheinen Unverzagts longimetrische Functionen. Geometrische Verallgemeinerungen ergeben sich, wenn man unter Beibehaltung des Kreises und der gleichseitigen Hyperbel die zur Darstellung der Functionslinien dienenden Axen nicht rechtwinklig, sondern schiefwinklig sich schneiden lässt. Sodann kann man statt des Kreises und der gleichseitigen Hyperbel die Ellipse und die allgemeine Hyperbel zu Grunde legen. Während diese Untersuchungen zum Theil ganz neu sind, hat eine ganze Reihe von Mathematikern sich schon früher mit den Verallgemeinerungen der goniometrischen Reihen beschäftigt. Schliesslich erweitert der Verf. im Gebiete des Raumes die Hyperbelfunctionen in analoger Weise zu Hyperboloidfunctionen, wie die Kreisfunctionen zu den bekannten Kugelfunctionen. Entsprechend den beiden Arten des Hyperboloids werden zwei Arten jener Functionen aufgestellt, und es wird als Anwendung gezeigt, dass durch Functionen der ersten Art die Differentialgleichung einer schwingenden Membran gelöst wird, während die zweite Art zur Auswerthung eines bestimmten Integrals dient.

Hiermit haben wir den reichen Inhalt des Güntherschen Werkes in den Hauptzügen dargestellt. Wenn durch das historische Interesse mitunter Gegenstände in den Vordergrund gerückt werden, die, vom didaktischen Standpunkte betrachtet, ferner liegen, so erklärt sich dies dadurch, dass der Zugang zu neuen Theorieen oftmals von Nebenwegen aus gewonnen wird. — Unwillkürlich aber wird durch die wichtigen Beziehungen der Hyperbelfunctionen zur elementaren Mathematik der Wunsch rege, es möchte sich in unseren Lehrbüchern, bezw. Lehrstunden wenigstens für die Elemente dieser Theorie ein Plätzchen finden. Da wenigstens, wo die Elemente der Kegelschnitte und die Gleichungen des dritten Grades durchgenommen werden, dürfte dieser Gedanke ohne grossen Zeitaufwand ausführbar sein. Hat doch schon Fahle in seinen „Mathematischen Extemporalien" den Hyperbelfunctionen einen Abschnitt gewidmet. Eine erhebliche Unbequemlichkeit im Gebrauche dieser Functionen kann allerdings hier nicht übergangen werden. Dieselbe betrifft die Bezeichnung. Wenn schon die Bezeichnungen unserer cyclischen Functionen überaus schwerfällig und, als Wortabkürzungen, überhaupt keine Zeichen sind, so trifft dieser Vorwurf natürlich auch jede (wie nothwendig) analog gebildete Bezeichnung der Hyperbelfunctionen, mag man sie nun zum Unterschiede mit deutschen Buchstaben schreiben, oder, wie manche Autoren, durch ein angehängtes h unterscheiden. Der

auf diese Weise für das Auge geschaffene Unterschied verschwindet aber obendrein für das Ohr, und hieraus dürften für den mündlichen Vortrag, namentlich wenn beide Arten von Functionen zusammen gebraucht werden, grosse Unbequemlichkeiten erwachsen. Indessen steht zu erwarten, dass man bei allgemeinerer Einbürgerung der Hyperbelfunctionen auch diesen Uebelstand zu heben wissen wird. Wir sprechen zum Schluss den Wunsch aus, dass das Günthersche Buch dieser Disciplin viele Freunde zuführen möge, und — dass der Verf. fortfahren möge, durch so treffliche Monographieen, wie sie nun in seinen „Determinanten“ und „Hyperbelfunctionen“ vorliegen, die von Jahr zu Jahr schwieriger werdende Uebersicht über einzelne Fächer der Mathematik zu fördern. — Die Ausstattung des Buches ist tadellos. Sinnstörende Druckfehler sind selten. Wir notiren S. 89 Z. 9 v. o. in der zweiten Formel t' statt t; Z. 8 v. u. füge links lim hinzu; S. 114 in der Tabelle muss in der ersten Verticalreihe am Kopfe τ statt α, und weiter unten $\pi - \alpha$, statt $\frac{\pi}{2} - \alpha$, stehen; S. 210 Z. 10 v. o. ist cos vor A_{x+1} einzuschalten; S. 250 Z. 9 lies $\frac{dy}{dx}$ für $\frac{dx}{dy}$; S. 251 müsste die Figur $TMRP$ ein Rechteck sein; S. 418 Z. 7 v. u. lies Hyperboloid statt Hyperbel.

Waren. V. Schlegel.

Selling, Eduard (Professor der Mathematik an der Universität Würzburg), **Bericht über eine Untersuchung der Leistungsfähigkeit des allgemeinen Unterstützungs-Vereines für die Hinterlassenen der k. bayer. Staatsdiener und der mit demselben verbundenen Töchtercasse,** im Auftrage des Vereins verfasst. Nachdruck verboten. Eigenthum des Vereines. Druck von J. M. Richters Buchdruckerei in Würzburg. 1880. 39 S. XXX (Tabellen). In Commission bei A. Stubers Buchhandlung.

In sehr vielen Fällen werden in kleineren Städten, wo eine Unterstützungsanstalt gegründet resp. in Bezug auf seine Statuten revidirt werden soll, die am Orte befindlichen Lehrer der Mathematik darum angegangen, diese Arbeit zu übernehmen. Die damit übernommene Pflicht ist indess keine leichte. Denn erstens ist die mathematische Theorie der Versicherung nichts weniger als einfach, zweitens lassen die, ohnehin nicht allzu zahlreichen, literarischen Hülfsmittel gerade in concreten Fällen nur allzugerne im Stiche, und drittens endlich ist dem subjectiven Ermessen desjenigen, der die Untersuchung führt, stets ein gewisser Spielraum gegeben, so dass nicht allein wissenschaftliche Kenntniss, sondern auch feiner Tact erfordert wird. Unter diesen Umständen glauben wir auf das Referat ausdrücklich hinweisen zu sollen, welches Professor Selling,

als Zahlentheoretiker in weitesten Kreisen wohlbekannt, über eine besonders complicirte Aufgabe dieser Art kürzlich geliefert hat. Der von den bayerischen Staatsbeamten für ihre Angehörigen gegründete Unterstützungsverein hatte an den Experten die Fragen gestellt, ob der Verein, resp. die mit ihm verbundene Töchtercasse, auch fernerhin die bislang gewährten Unterstützungen zu leisten in der Lage sein würde, selbst wenn die Anzahl der Mitglieder das Maximum von 6000 Köpfen erreichte; ob ferner jetzt bereits eine Erhöhung der Kopftheile im Betrage von zwanzig Procent eintreten könne, resp. welche Erhöhungen der Kopftheile für beide Abtheilungen des Vereins in Zukunft garantirt werden könnten. Die Art und Weise der Beantwortung dieser Fragen — sie konnte im Wesentlichen günstig lauten — interessirt uns an dieser Stelle nicht, wohl aber verdient der Entwickelungsgang, in dessen Verlauf der Berichterstatter zu einer Bilanz für Gegenwart und Folgezeit gelangte, die besondere Aufmerksamkeit aller Freunde der politischen Rechenkunst.

Herr Selling hatte die Aufgabe, die vorhandenen Bezugs-Berechtigten in Gruppen zu theilen, nach den Regeln der Statistik die wahrscheinliche Anzahl der Mitglieder je einer solchen Gruppe auszumitteln und für letztere alsdann den gegenwärtigen Capitalwerth der Ansprüche zu berechnen. Die hierzu dienenden Formeln sind im Grossen und Ganzen zwar bekannt, indess mussten doch verschiedene Modificationen an denselben vorgenommen werden, deren Besprechung und Begründung im hohen Grade lehrreich ist. Insbesondere ein Moment ist es, auf welches unter dem wissenschaftlichen Gesichtspunkte die allgemeinere Aufmerksamkeit zu richten ist.

In seiner bekannten „Math. Statistik" (Hannover 1867) entwickelt Prof. Wittstein (S. 14) eine Formel, um die Wahrscheinlichkeit der Hypothese zu bestimmen, dass, wenn L Lebenden vom Alter a nach einem Jahre noch L' Ueberlebende entsprechen, die Wahrscheinlichkeit für eine Person vom Alter a, nach einem Jahre noch zu leben, gleich x sei. Aus dieser Relation wird sodann mittelst eleganter Methoden eine zweite Formel (Wittstein, S. 19) hergeleitet, welche die Wahrscheinlichkeit dafür, „dass irgend eine neue der Beobachtung unterworfene Person von demselben Alter a nach Ablauf eines Jahres noch leben wird", als Function der Grössen L und L' darstellt. Zeuner, der (Abhandlungen aus der mathematischen Statistik, Leipzig, S. 105 ff.) die bezüglichen Hypothesen von Wittstein und Heym einer neuen Prüfung unterzieht, um selbst anderweite Vorschläge in der nämlichen Sache zu machen, ist mit Ersterem allerdings nicht einverstanden, da seine Annahme keine brauchbaren Formeln liefere, scheint jedoch grundsätzlichen Bedenken gegen jene nicht Raum zu geben. Dieses that der Nationalöconom Lexis (Einleitung in die Theorie der Bevölkerungsstatistik, Strassburg 1875, S 97), allein seine Ansicht „man müsse sich an die allgemeinen Sätze über die unveränderlichen und die

mittleren Wahrscheinlichkeiten halten, die namentlich von Poisson umständlich erwiesen worden sind", wogegen Wittstein sich zu sehr auf die Laplaceschen Principien gestützt habe, trifft nicht den Kern der Sache. Ganz neuerdings endlich hat Kanner in einem Aufsatze „Analytische Theorie der Ausgleichung von Sterblichkeitstafeln" (Journal des Collegiums für Lebensversicherungs-Wissenschaft, 2. Bd., 4. H., S. 164 ff.) betont, dass man zuerst eine passende Form für ein mathematisches Sterblichkeitsgesetz ausfindig machen müsse, dass dagegen Wittsteins Versuch, die Methode der kleinsten Quadrate unverändert in diese Theorieen hereinzutragen, nicht als gelungen angesehen werden könne. Prof. Selling nun hat diese Frage wiederum vorgenommen und gezeigt, dass und warum die Wittsteinsche Fundamentalformel aufgegeben werden muss; bei ihrer Begründung (s. o.) ward nämlich vorausgesetzt, dass gleichen Intervallen von x auch gleiche Wahrscheinlichkeiten a priori zukämen. Unser Gewährsmann begnügt sich jedoch nicht mit dieser kritischen Bemerkung, sondern deutet auch an, in welcher Weise ein correctes Verfahren der Ausgleichung zu begründen wäre. Diese Darlegungen aus dem Gebiete der höheren Wahrscheinlichskeitsrechnung sichern der vorliegenden Schrift, von ihrem nächstliegenden humanitären Zwecke abgesehen, ein bedeutendes allgemeines Interesse. Aber auch sonst wird derjenige, welcher die Arbeit als Muster einer tief eingreifenden Enquête in Versicherungsfragen studirt, des Neuen und Bemerkenswerthen da und dort genug eingestreut finden, und zwar möchten wir hierher in erster Linie die von dem Verf. beobachtete Tactik rechnen, wie die aus fremden, dem eigentlich angestrebten Zweck nicht angepassten, Tabellen entnommenen Zahlenwerthe — man muss sich eben in vielen Fällen mit solchen behelfen — durch feinsinnige Correctionen gleichwohl für den Dienst der Untersuchung brauchbar zu machen sind. Als ein praktisch wichtiger Umstand sei auch der erwähnt, dass die selbstverständlich massenhaften numerischen Calculationen durchweg mit Hülfe des Arithmometers (von Thomas in Colmar) vorgenommen worden sind, der somit wieder einen neuen Beweis seiner eminenten Verwendbarkeit geliefert hat.

Möge die Sellingsche Schrift recht vielen, in gleicher Tendenz unternommenen, Arbeiten zum Vorbild dienen!

Ansbach. Dr. S. Günther.

Forti, Augusto Ottavio (Ingenere civile). La teorica degli errori e il metodo dei minimi quadrati con applicazioni alle scienze di osservazione. Con doppia tavola litografica. Napoli, Milano, Pisa. Ulrico Hoepli Editore-Libraio. 1880. VIII. 97 S. Pr. 2 Frank = 1,60 M.

Wir besitzen in Deutschland gewiss eine Anzahl tüchtiger Werke über die Ausgleichungsrechnung, allein gleichwohl wüssten

wir für den Zweck, einen jungen Techniker in leichtfasslicher und doch wissenschaftlicher Weise in dieses für ihn so wichtige Gebiet einzuführen, in unserer Literatur kaum ein so geeignetes Lehrbuch anzuführen, wie diese Schrift eines jungen italienischen Gelehrten, der seinem unter den Mathematikern wohlbekannten Vater ein würdiger Nachfolger werden zu wollen scheint. Der Verf. entwickelt zunächst die grundlegenden Sätze der Wahrscheinlichkeitsrechnung, dieselben praktisch an dem Beispiele der Beobachtung an Atwoods Fallmaschine erläuternd, sodann führt er seinen Leser direct in die Theorie der Fehler ein, die sich bekanntlich auf das Integral

$$\int e^{-v^2} dv$$

stützt, und stellt sehr übersichtlich die Begriffe zusammen, auf welchen die Methode der kleinsten Quadrate beruht: Präcisions-Index, Wahrscheinlicher Fehler, Mittlerer Fehler, Gewicht. Ein eigener Paragraph handelt von der Stellung, welche innerhalb dieses Begriffs-Schemas dem arithmetischen Mittel zukommt. Nun sind die Mittel zur Hand, um die grossartige Idee von Gauss in ihren Grundzügen darzulegen. Nachdem dies geschehen, werden sofort Beispiele vorgeführt, die den Geist des Verfahrens zum deutlichen Ausdruck gelangen lassen. Recht klar und einfach ist auch die Aufgabe dargelegt, die sogenannten „Normalgleichungen“ zu bilden. Es wird gezeigt, wie aus vier linearen Gleichungen mit drei Unbekannten die besten Werthe für letztere zu eruiren sind; wie aus einer Reihe von Beobachtungen die Dreiecksseiten bei einer geodätischen Vermessung erhalten werden können; wie auch bei complicirteren Bedingungsgleichungen das System der Normalgleichungen herzustellen ist. Waren die bisherigen Betrachtungen lediglich unter der beschränkenden Voraussetzung angestellt, dass die Bedingungsgleichungen unmittelbar gegeben seien, so wird jetzt auch noch der allgemeinere Fall vorgenommen, wo die zu bestimmenden Grössen noch an anderweite Bedingungen geknüpft erscheinen; auch hier werden die Anwendungen der Geodäsie entnommen. Indess hatten alle bisher discutirten Beispiele nur die Bestimmung, zur unmittelbaren Erläuterung vorausgegangener Lehren zu dienen, wogegen wir im dritten Theile der Schrift ausgedehnteren Untersuchungen aus allen Theilen der Erfahrungswissenschaft begegnen. Die von der Polhöhe abhängige Pendellänge, die Refraction als Function der Undulationsdauer, Berichtigung einer Wasserwaage, Winkelmessungen und geodätische Punktbestimmung sind die Themata, mit welchen sich diese Schlussabtheilung beschäftigt. Es reihen sich noch einige Tabellen an, welche für die Function e^{-v^2}, resp. für deren Integral zwischen gewissen Grenzen, die numerischen Werthe enthalten.

Für uns Deutsche erfreulich ist die Wärme, mit welcher der Verf. die Verdienste unseres Volkes um die Ausbildung des von

ihm behandelten Wissenszweiges hervorhebt. In Deutschland entstanden, habe die Ausgleichungstheorie auch ihre glänzendste Probe durch deutsche Exactheit geliefert, nämlich bei Koppe's (nicht Coppe's) Bestimmung der Längsaxe des Gotthard-Tunnels. — Abweichend von so manchem anderen italienischen Verlagswerke, ist die Ausstattung dieser Schrift eine musterhafte, der berühmten Buchhandlung zur Ehre gereichende.

Ansbach. Dr. S. Günther.

Spitzer, Prof. Simon, Anleitung zur Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften, sowie der Invaliden-Pensionen, Heirathsausstattungen und Krankencassen. 2. verb. und verm. Aufl. Wien, Druck und Verlag von C. Gerold u. S. 1881. 186 S. 8°. Pr. 5 ℳ*)

Dieses Buch erschien in 1. Auflage, vor ca. 20 Jahren (1860) als ein Leitfaden, der diesen Theil der politischen und socialen Arithmetik zwar kurz, aber in seinen Grundzügen doch vollständig behandelte; es war seit Jahren vergriffen, und da es zugleich den Vorträgen des Hrn. Verfassers an der Wiener Handelsakademie zu Grunde lag, so veranlasste die öftere Nachfrage eine neue Auflage, die nun hier, äusserlich um das Doppelte erweitert (186 S. gegen früher 95) und verbessert vorliegt. Verbessert ist dieselbe insofern, als Verf. die seit 20 Jahren gemachten Fortschritte und Erfahrungen in diesem praktischen Zweige der Arithmetik, z. B. die neueren Arbeiten von Heym, Fischer, Wittstein, Zeuner (auch Bagli, Levin, Dienger, Lazarus, Haberl) verwerthet hat, natürlich unbeschadet der Verwerthung älterer guter Leistungen, z. B. der allbekannten von Brune. Weggelassen hat Verf. den in der 1. Ausgabe stehenden einleitenden Abschnitt über Zinseszins- und Rentenrechnung und er beginnt sofort mit dem Abschnitte:

I. Einleitung in die Wahrscheinlichkeitsrechnung (29 S. gegen 4 in der 1. Aufl.). Die Aufgaben über Lotteriespiel enthalten manches Neue. Hierauf folgt

II. Abschnitt. Mortalitätstafeln und deren Construction (S. 30—43), worin das vorzügliche Werk von Dr. Ph. Fischer „Grundzüge des auf menschliche Sterblichkeit gegründeten Versicherungswesens“**) verwerthet ist. Hier giebt Verf. die Tafeln von Deparcieux, Florencourt, der 17 engl. Gesellschaften, Brune-Fischer, wobei er am Schlusse der „Ausgleichung der gefundenen Wahr-

---

*) Aehnliche Werke:
Spitzer, Tabellen etc. angezeigt ds. Z. VI, 403.
Haberl, Die politische Arithmetik. Wien 1876.
Fleischhauer, Theorie und Praxis der Rentenrechnung etc. s. ds. Z. IX, 442 ff.

**) Oppenheim a/Rh. bei E. Kern. 1860. 1. Abth. (Pr. 4,20 ℳ)

scheinlichkeit auf graphischem Wege" den Vorzug giebt (S. 42—43). Es folgt

III. Abschnitt. Von den Leibrenten, die vom Leben und Sterben einer Person abhängen (S. 44—68), auf Grundlage des vorzüglichen Werkes von Brune („Berechnung der Leibrenten und Anwartschaften 1820"), mit zahlreichen vom Verfasser selbst berechneten Tabellen.

IV. Abschnitt. „Von den Anwartschaften bei Todesfällen, die vom Leben und Sterben **einer** Person abhängen" (S. 69—96). Hier liegt zwar auch Brunes Werk zu Grunde, doch wurden namentlich bei Bestimmung von Prämien-Reserven die Schriften von E. Langheinrich („Ueber den Werth der Lebensversicherungs-Policen 1862") und C. Mazal („Populärer Abriss der Lebensversicherungswissenschaften") verwerthet.

V. Abschnitt. „Von Renten und Anwartschaften, die vom Leben und Sterben **zweier** Personen abhängen (S. 97—125), in der Hauptsache nach Brune. Die hier gegebenen mühevoll berechneten Tabellen sind eine verdienstliche Arbeit des Herrn Verfassers.

VI. Abschnitt. „Ueber Invalidenpensionen" (S. 126—168), nach der renommirten Arbeit des Dr. Heym („Die Kranken- und Invalidenversicherung 1863") und nach Aufsätzen von Wittstein, Behm und Zeuner und vom Verfasser selbst.

Hierauf folgen noch zwei kleinere Abschnitte:

VII. „Heirathsausstattungen für Mädchen" (S. 169—175), nach den Arbeiten von Florencourt und Brune; ein Abschnitt, über den leider zu wenig statistisches Material vorliegt.

VIII. „Ueber Krankencassen" (S. 176—183), nach den eingehenden Arbeiten von Dr. Heym. Hier scheint dem Verf. die Broschüre des eben genannten Autors „Anzahl und Dauer der Krankheiten in gemischter Bevölkerung, Leipzig 1879" entgangen zu sein.

Den Schluss des in mehrfacher Beziehung vorzüglich brauchbaren Werkchens bildet ein zur Sache nicht gehörender Anhang, in welchem der Verf. seinen bekannten Streit mit seinem Collegen Winckler an der polytechnischen Hochschule zu Wien nochmals aufwärmt und dabei auch dem alten Mathematiker Petzwal (vormals Professor an der Wiener Universität) einen Seitenhieb ertheilt. Zugegeben, der Herr Verf. habe hierzu Grund und Recht, so hätte diese Streitsache wenigstens auf ein loses Beiblatt beschränkt und nicht dem Buche einverleibt werden sollen. Wir haben geglaubt, dieser Streit sei jetzt ein überwundener Standpunkt, da doch längst höhere Autoritäten, die über Spitzer und Winckler stehen, entschieden haben müssten, wer Recht hat, und wer der schuldige Theil ist. Für Manchen dürfte hierdurch der gute Eindruck, den das Buch macht, durch diesen Schluss wieder verwischt werden. H.

Struve, Kurt, **Elemente der Mathematik. 1. Theil: Geometrie (60 Pf.); 2. Theil: Allgemeine Zahlenlehre (60 Pf.); 3. Theil: Ebene Trigonometrie (40 Pf.). Berlin, 1878/79 bei Wiegandt, Hempel & Parey.**

Der erste Theil enthält auf 56 Octavseiten die wichtigsten Sätze der Planimetrie nach dem Verzeichnisse, welches den Aufgabensammlungen von Gandtner und Junghans, sowie von Wöckel vorausgeschickt ist, in durchaus einfacher und verständlicher Behandlungsweise; die Beweise sind meistens kurz durchgeführt. Der wörtliche Ausdruck der Lehrsätse ist präcis. Bei den Peripheriewinkeln vermissen wir den Fall, wenn der eine Schenkel eine Tangente ist. Den Ausdruck „Verhältniss" vermeidet der Verfasser möglichst und sagt statt dessen „Quotient", was wir billigen. Ueber den incommensurabeln Fall geht er leicht hinweg, indem er bemerkt, dass eine Irrationalzahl einem gewöhnlichen Bruche beliebig nahe gebracht werden könne, was wir für die Stufen, für welche das Lehrbuch bestimmt ist, nicht missbilligen. Die Aehnlichkeitslehre wird durch „ähnlichliegende Punktreihen" eingeleitet, und ähnliche Figuren werden definirt als solche, welche durch Verschiebung in ähnliche Lage gebracht werden können. Nachdem die ganze Planimetrie in 85 Paragraphen bis sur Berechnung des Kreises durchgeführt ist, wird noch die Behandlung einer geometrischen Aufgabe hinzugefügt und an Beispielen erläutert. Der Verfasser geht über die sogenannte Euklidische Geometrie nicht hinaus.

Das zweite Heft ist ein recht praktisches kleines Buch. Vorangestellt sind auf der Rückseite des Titelblattes die zu memorirenden Formeln der allgemeinen Zahlenlehre, 22 an Zahl. Auf 52 Seiten wird der Cursus bis Secunda einer Realschule I. Ordnung behandelt und dürfte auf Gymnasien bis Prima ausreichen. Wir finden nichts zu erinnern und empfehlen das Büchlein zur Einführung angelegentlichst.

Eben so günstig können wir uns aussprechen über den dritten Theil, der auf nur 30 Seiten alles Wesentliche aus der ebenen Trigonometrie enthält. Hierbei müssen wir uns indess einige Bemerkungen erlauben. Wie bei dem 2. Theil sind auf der Rückseite des Titelblatts 34 zu memorirende Formeln abgedruckt: wir sind der Meinung, dass mehrere derselben fehlen könnten. Wenn der Schüler gelernt hat, dass $\sin\alpha^2 + \cos\alpha^2 = 1$ ist, so muss er im Stande sein, jederzeit, wo es nöthig oder nützlich ist, die davon abgeleiteten für $\sin\alpha$ und $\cos\alpha$ im Kopfe aufzusagen, es könnten also No. 3. 4 fehlen. Statt der vier Formeln No. 20—23 dürfte die eine für $\operatorname{tg}(x+y)$ genügend sein, die wohl gar selbst als blos abgeleitete fehlen könnte. Statt der zwei Formeln für $\cos\frac{1}{2}\gamma$ und $\sin\frac{1}{2}\gamma$ hätten wir lieber die für $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma$ gesehen. Als Formel für den Inhalt eines Dreiecks muss $\triangle = \frac{1}{2}bc\sin\alpha$ genügen. Mit dem befolgten Gange erklären wir uns

ganz einverstanden. Nachdem sin und cos als Streckenverhältnisse erklärt sind, werden tg und cotg als Quotienten von sin und cos aufgefasst; es wird jedoch auch darauf hingewiesen, dass es Quotienten zweier Strecken sind. Dann werden die Beziehungen zwischen den Functionen eines Winkels und seines Complementwinkels erörtert, die Grundformel $\sin \alpha^2 + \cos \alpha^2 = 1$ bewiesen und die abgeleiteten angeführt — bis dahin Alles nur für Winkel von 0^0 bis 90^0. Sofort werden nun die trigonometrischen Tafeln erklärt und wird die Berechnung des rechtwinkligen Dreiecks vorgenommen. N[illegible] erst folgt die Betrachtung der Functionen der Winkel über 90^0 mit der Entwickelung der nöthigen goniometrischen Formeln, denen eine Reihe von Uebungsbeispielen angefügt ist. Unter den Hauptsätzen, auf denen die Berechnung des allgemeinen Dreiecks beruht, vermissen wir den Satz $\operatorname{tg} \alpha = \frac{a \sin \gamma}{b - a \cos \gamma}$, den man nicht so über die Achseln ansehen sollte; denn abgesehen davon, dass er, wenn es auf die Berechnung nur eines Winkels ankommt, sehr wohl zu brauchen ist, leistet er häufig bei analytischen Entwickelungen gute Dienste. Wir erinnern nur an die allgemeine Entwickelung des Reflexionsgesetzes bei Hohlspiegeln. Sodann tadeln wir den Ausdruck: „das Verhältniss einer Dreiecksseite zu dem Sinus ihres Gegenwinkels“. Die Glieder eines Verhältnisses müssen homogen sein! Ferner hätte dazu bemerkt werden sollen, dass $\frac{a}{\sin \alpha} = 2r$, dem Durchmesser des umgeschriebenen Kreises ist. Den Formeln für c^2 hätte hinzugefügt werden können die sehr brauchbare $c^2 = \left[(a+b)\sin\frac{1}{2}\gamma\right]^2 + \left[(a-b)\cos\frac{1}{2}\gamma\right]^2$, sowie die zur Berechnung der Winkel aus den drei Seiten brauchbarste für $\operatorname{tg}\frac{1}{2}\gamma$. Mit wenigen Zeilen wäre dies abgethan gewesen. Warum endlich die Berechnung specieller Beispiele ohne Anwendung der Logarithmen angegeben ist, ist uns unklar.

Trotz dieser Ausstellungen können wir doch auch dieses Heftchen zur Einführung in Schulen empfehlen; die Desideria können leicht vom Lehrer hinzugefügt werden. Man wird aus dem Mitgetheilten erkennen, dass der Verfasser nur für das nächste, praktische Bedürfniss der Schulen geschrieben hat, womit er sich wohl Freunde unter den Collegen erwerben wird.

Lübeck. Chr. Scherling.

Vymazal, Franz, Erster Selbstunterricht in der Trigonometrie und der logarithmischen Rechnung. Gemeinverständlich dargestellt. Brünn 1875. Fr. Karafiat. kl. 8. 108 S. 1,50 *M.*

Die Elemente der ebenen Trigonometrie und des Rechnens mit Logarithmen werden dadurch dem Verständniss nahe gebracht, dass

nur so wenig als möglich mit allgemeinen Grössen operirt, dagegen numerische Beispiele ausführlich durchgerechnet werden. Originell ist weder die Entwickelung noch die Beweisführung, aber durch breite Auseinandersetzung verständlich, ohne eine Gewandtheit in mathematischen Operationen vorauszusetzen. Das Büchlein zerfällt in drei Abschnitte. Im ersten werden nur die drei Functionen Sinus, Cosinus und Tangente als Quotienten aus dem rechtwinkligen Dreiecke abgeleitet und das rechtwinklige, gleichschenklige und ungleichseitige Dreieck aufgelöst; im zweiten werden sämmtliche trigonometrische Functionen vorgeführt, als Kreisfunctionen dargestellt und die Berechnung des ungleichseitigen Dreieckes vervollständigt; der dritte Abschnitt lehrt endlich das Rechnen mit Logarithmen. Eine Tafel der natürlichen goniometrischen Functionen von 10 zu 10 Minuten ist beigegeben.

Der Verfasser hat es unterlassen, sich in einer Vorrede darüber auszusprechen, für welchen Leserkreis er sein Buch bestimmt; wir können es nur Solchen empfehlen, die ein ganz geringes Maass von mathematischem Wissen besitzen, das über das gemeine Rechnen kaum hinausreicht, also etwa Lehrern an Dorfvolksschulen oder strebsamen Handwerkern, die nur eine Elementarschule durchgemacht haben. Für jene, welche sich ein höheres Maass mathematischen Wissens angeeignet haben, bietet die reiche Literatur vielfach Empfehlenswertheres.

Wien. Dr. Pick.

Finger, Joseph (Prof. an der Staats-Oberrealschule in Laibach*), **Directe Deduction der Begriffe der algebraischen und arithmetischen Grundoperationen aus dem Grössen- und Zahlenbegriffe.** Laibach. 1873. Ign. v. Kleinmeyr & Ferd. Bamberg. 8. 26 S. Pr. 1 M

Hätte der Verf. das vorliegende Werkchen als eine Studie veröffentlicht, so hätten wir gegen dasselbe nichts einzuwenden, wiewohl uns der darin eingeschlagene Weg gerade nicht zusagt. Wir sind nämlich der Ansicht, dass es auch für die Wissenschaft an sich keinen exacteren Weg giebt, als den, welchen sie selbst gegangen. Wir finden es also ganz in Ordnung, wenn man bei der Multiplication von der Definition ausgeht, sie sei eine Addition gleicher Summanden, und den Begriff bei späteren Veranlassungen erweitert. Werden hierbei die psychologischen Momente gehörig berücksichtigt, so wird hierdurch die Evidenz nicht beeinträchtigt, ja sie gewinnt durch die hierdurch erzielte Durchschaulichkeit. Indess für die Wissenschaft mag immerhin das Bestreben seine Berechtigung haben, das Gebäude derselben so zu sagen aus einem Gusse aufzuführen; für den Unterricht ist das Verlassen des psychologischen

---

*) Jetzt Professor am polytechnischen Institut in Wien.

Weges (man gestatte diese Bezeichnung) entschieden vom Uebel. Wir sind der Ueberzeugung, dass durch Einführung des vorgeschlagenen Weges in die Schule der „Begriffsverwirrung“, von der der Verfasser spricht, nicht oder nur auf Kosten der Klarheit abgeholfen würde. Wir haben übrigens die Schwierigkeiten, deren der Verfasser erwähnt, im mathematischen Unterrichte nie gefunden; wo sich etwa eine solche findet, liegt ihr Grund nicht in dem zu behandelnden Stoffe, sondern — sprechen wir es offen aus — in mangelnder didaktischer Routine von Seite des Lehrers, der den Schüler jetzt unterrichtet, oder dessen, der ihn früher im Rechnen unterrichtet hat. Wo sich Schwierigkeiten noch am allerleichtesten einstellen, wo am allerleichtesten an die Stelle klarer Einsicht ein blosser, mitunter allerdings rasch und sicher operirender Mechanismus sich einstellt, ist bei Einführung des Begriffes entgegengesetzter Grössen, die der Verfasser aber gar nicht berührt. Dr. PICK.

BLUM, Dr. Ludwig (Prof. an d. k. Realanstalt in Stuttgart), Grundriss der Physik und Mechanik für gewerbliche Fortbildungsschulen. Im Auftrage der k. Commission für gewerbliche Fortbildungsschulen in Württemberg ausgearbeitet. 5. verm. u. verb. Aufl. Mit 99 Abbild. in Holzschn. Leipzig u. Heidelberg. C. F. Wintersche Verlagshandl. 1876. 8. VIII und 155 S. Pr. 2 ℳ.

„Das vorliegende Buch hat die Bestimmung, dem Unterricht in der Physik und Mechanik an gewerblichen Fortbildungsschulen als Grundlage zu dienen und den Schülern die für ihr Privatstudium nöthigen Anhaltspunkte zu bieten. Es fasst daher alle diejenigen Lehren der genannten Wissenschaften in Kürze zusammen, welche für Gewerbe und Industrie von hervorragender Wichtigkeit sind.“ Mit diesen Worten bezeichnet der Verfasser Zweck und Tendenz des Buches. Diesem Zwecke entspricht das Buch in vorzüglicher Weise. In knapper, klarer und präciser Darstellung werden in 42 kurzen Capiteln die verschiedenen Theile der Physik mit besonderer Hervorhebung des praktisch Wichtigen in der Weise vorgeführt, wie sie die Wiederholung eines in der Schule gehörten Vortrags erfordert. Die sehr gut ausgeführten Holzschnitte sind nicht in den Text aufgenommen, sondern auf gesonderten Tafeln dem Buche beigegeben. Auszusetzen haben wir an dem Buche nur — ein Wort. In der Vorrede wird nämlich bemerkt, dass das Büchlein auch in vielen Realanstalten eingeführt ist. Nach dem Begriffe, den wir gewohnt sind mit dem Worte „Realschule“, den einer Schwesteranstalt des Gymnasiums, zu verbinden, eignet sich das Buch für dieselbe nicht. Es betont zu sehr die praktische und zu wenig die rein bildende Seite der Physik. So nimmt z. B. die Beschreibung der Dampf-

maschine mehr Raum ein, als die ganze Lehre vom Magnetismus. Aber für jene Anstalten, für welche der Verfasser es geschrieben, ist es aufs wärmste zu empfehlen.

Wien. Dr. Pick.

Howe, H. C., **Die beiden Urkräfte der Natur.** Ein Beitrag zur Physik und Astronomie. Nachdruck verboten(!!!). Lübeck 1876. Rudolf Seelig. 8. 98 S. Preis 0,60 ℳ.

Auf den 98 Seiten des Werkes giebt der Verfasser eine einheitliche Erklärung sämmtlicher Erscheinungen der Physik und Astronomie aus zwei Kräften der Natur: einer Anziehungskraft, welche als identisch mit der Kälte, und der Abstossungskraft, welche als identisch mit der Wärme angenommen wird. Denn der Verfasser hält es für einen Irrthum, Kälte als Mangel von Wärme zu erklären. Die Wärme ist eine Art Flüssigkeit und theilt als solche die Eigenschaften der andern Flüssigkeiten, d. i. 1. das Eindringen in die Zwischenräume fester Körper, 2. die Ausscheidung derselben (der Flüssigkeiten, der Wärme) aus festen Körpern mittelst Ausschwitzung, Ausdunstung, Ausstrahlung u. s. w., 3. die Vibration, d. i. eine wellenförmige Bewegung ohne wesentliche Veränderung des Ortes, 4. die Strömung, 5. die Eigenthümlichkeit, Körper, die fest und specifisch schwerer sind, in Bewegung zu setzen, 5. die Nothwendigkeit einer Isolirung, d. h. einer Absonderung von der gleichartigen Umgebung, wenn ein Strom entstehen soll. Was die Kälte sei, wird nicht gesagt, ausser, dass sie der vollkommene Gegensatz der Wärme ist. Auf Grund dieser Hypothese, die in anmasslichem Tone vorgetragen wird, wirft der Verfasser die gesammte Wissenschaft über den Haufen. Nicht mehr ist die Erde an den Polen abgeplattet, weil sie einst eine rotirende Gas- und Flüssigkeitskugel war, sondern weil an den Polen die zusammenziehende Kälte, am Aequator die ausdehnende Wärme vorherrscht. Eine unbedeutende geschmolzene Metallmasse erkaltet nicht in Folge einer vermeintlichen Mittheilung der Wärme, sondern in Folge des Einflusses, den die allgemein herrschende Temperatur auf dieselbe ausübt u. dergl.

Ich glaube, diese Proben genügen zur Charakterisirung des Opus, in dem wir das Meiste nicht verständlich, das Verständliche absurd gefunden haben. Dr. Pick.

Wrobel, Dr. E., **Die Physik in elementar-mathematischer Behandlung.** Statik und Dynamik fester Körper. Rostock, Werther. 1879. VIII. I. Theil 78 S. und 80 Fig., II. Theil 96 S. und 41 Fig. 2,40 ℳ

Dieser Leitfaden ist zum Gebrauche an höheren Lehranstalten bestimmt und bietet ein Supplement zu jenen Lehrbüchern der Physik, welche die mathematische Begründung, wo es nur immer

angeht, mit Absicht vermeiden, weil sie vorzüglich die experimentale Seite des Gegenstandes ins Auge fassen. Die allgemeinen Eigenschaften der Körper, die physikalischen Grundbegriffe wie Dichte, specifisches Gewicht u. dergl. m. werden daher hier vorausgesetzt. Die Statik wurde nach älterer Weise von der Dynamik getrennt und letzterer vorangestellt, theils weil der Herr Verfasser darin eine Erleichterung für die Auffassung erblickt, theils weil er dies für die Abtheilung in zwei Semester, in welchen der Gegenstand am Rostocker Gymnasium gelehrt wird, für geeigneter hält, als die neuere Methode, welche meistens die strenge Trennung der Dynamik von der Statik aufgelassen hat. Die Momentenkräfte wurden zwar dem Namen nach noch beibehalten, jedoch ist ihr Wesen richtig gegeben (Dynamik S. 1). Ref. wäre der Meinung, dass dieselben auch dem Namen nach auf dieser Stufe aufzulassen wären. Das Buch befolgt in der elementar-mathematischen Ableitung eine wohlthuende Strenge und ist, was es eben sein will und wie oben erwähnt, eine beachtenswerthe Ergänzung zu jenen Lehrbüchern, welchen diese Seite der Begründung meist fehlt. Der Herr Verfasser mag durch diese Zustimmung sich veranlasst sehen, auch die übrigen Capitel der reinen Experimentalphysik in dieser Weise elementar-mathematisch zu ergänzen. *П.*

---

v. Czerny, Dr. Franz (a. o. Professor der Erdkunde an der Universität Krakau), Die Veränderlichkeit des Klimas und ihre Ursachen. Wien, Pest, Leipzig. A. Hartlebens Verlag. 1881. IV. 99 S. Pr.?

Diese verdienstliche Schrift des bekannten Geographen ist ursprünglich in polnischer Sprache erschienen, und da ihr Inhalt wirklich von grossem allgemeinen Interesse ist, so kann man es dem Verf. nur Dank wissen, dass er sich zu der hier vorliegenden Umarbeitung entschlossen hat. Der hier behandelte Gegenstand ist von so vielen — theilweise recht ferne liegenden — Umständen beeinflusst, dass die grossen Lehr- und Handbücher der Meteorologie ihm nicht wohl völlig gerecht werden können, und es empfahl sich somit eine monographische Darstellung der einschlägigen Fragen hier ganz besonders. Die Schrift zerfällt in eine grössere und in eine kleinere Hauptabtheilung: „Veränderlichkeit des Klimas in historischen Zeiten" und „Veränderlichkeit des Klimas in der geologischen Vergangenheit der Erde". Der Verf. erörtert zuerst die landläufigen Gründe, welche für die Constanz des Klimas ein und derselben Erdgegend sprechen, entscheidet sich dann aber dahin, dass es an hinreichenden erfahrungsmässigen Materialien zur Entscheidung im einen oder anderen Sinne zur Zeit noch fehlt. Er weist sodann nach, dass gewisse kosmische Vorgänge, zunächst natürlich innerhalb unseres Sonnensystems, für eine periodische Veränderlichkeit des Klimas in Anspruch genommen werden können, discutirt eingehend die Wolf-Gautiersche

elfjährige Periode der Sonnenflecken, welche mit den Nordlichtern, Wirbelstürmen, Temperaturschwankungen und einer ganzen Reihe anderer atmosphärischer Veränderungen in Zusammenhang gebracht worden ist, ja sogar zum variirenden Wasserstand und den Einwanderungen der Heuschrecken*) in Beziehung stehen soll. v. Czerny referirt sachlich und umsichtig, greift aber dem Urtheil des Lesers betreffs der behaupteten Einflüsse von Sonne und Mond nicht vor. Nachdem die allenfalls möglichen astrometeorologischen Factoren berücksichtigt sind, kommen die tellurischen an die Reihe, denen mit Recht eine weit grössere Bedeutung für die vorwürfige Frage beigemessen wird. Zumal der Einfluss des Waldes auf die Witterung wird im Anschluss an die besten neueren Arbeiten in seiner ganzen hohen Wichtigkeit dargelegt, und zahlreiche geschichtliche Belege zeigen, dass die Bedeckung der Erdoberfläche mit Baumwuchs in der That langsam, aber nachhaltig den allgemeinen Witterungszustand zu beeinflussen vermag. Wir empfehlen diesen Abschnitt allen Lehrern der Naturwissenschaften aufs Angelegentlichste. Im zweiten Theile seines Werkchens kommt der Verf. auf die verschiedenen Erklärungen der sogenannten Eiszeit zu sprechen und discutirt nacheinander die Theorieen von Agassiz, Adhémar (sammt der von Pilar angebrachten Modification), Croll und Schmick. Dass er all' diesen Hypothesen mit einer gewissen kühlen Reserve gegenübertritt, sind wir die Letzten ihm übel zu nehmen; nicht viel mehr kann man sich für Evans u. A. Meinungen von einer säculären Schwankung der Erdaxe u. s. w. erwärmen. Die Grundursache der Eiszeit ist vielmehr aller Wahrscheinlichkeit nach auf unserer Erde selbst zu suchen, und so beschliesst denn der Verf. seine Abhandlung damit, alle nach dieser Richtung hin an die Oeffentlichkeit getretenen Ansichten einer kritischen Musterung zu unterwerfen.

Manche Bereicherung seines Literatur-Materials würden dem Verf. des Referenten „Einfluss der Himmelskörper auf Witterungsverhältnisse", sowie desselben Studie „über geographische Meteorologie" im Jahrgang 1878 der „Leopoldina" geboten haben. Auch Nissens trefflicher Vortrag vor den in Trier versammelt gewesenen Philologen und Schulmännern wäre der Beachtung werth gewesen. Indess ist die Schrift des polnischen Geographen ja zunächst nur eine Skizze, eine anregende und höchst lesenswerthe Skizze zwar, aber doch gewiss nur die Vorläuferin eines grösseren Werkes, in welcher wir auch neben den kritischen Urtheilen die eigenen Anschauungen des Autors in weiterem Umfange kennen zu lernen hoffen.

Ansbach. Dr. S. Günther.

*) Allen Bearbeitern des Heuschrecken-Phänomens scheint die inhaltsreiche Arbeit des (den Lesern dieser Zeitschrift bereits bekannten) Geniehauptmanns Brocard entgangen zu sein, welche im 26. Bande (1878) des „Annuaire de la Société météorlogique de France" erschien und den Titel führt: „Note sur l'invasion des sauterelles en Algérie".

Eger, Dr. L., Grundriss der Mineralogie für Bürgerschulen, höhere Lehranstalten und zur Selbstbelehrung. Leitfaden zu den von Schul- und Unterrichtsbehörden des In- und Auslandes anerkannten und approbirten Sammlungen. Mit 32 Abb. 68 S. Wien 1878. Faesy und Frick. Preis 50 Kr. ö. W. = 1 *M*

Der Verfasser, ein Naturalienhändler in Wien, unternimmt es „um ein doppeltes Bedürfniss zu befriedigen diesen Grundriss zu schreiben“. Einerseits will er „dem Lehrer einen Leitfaden an die Hand geben“, anderseits will er „eine Beigabe“, gleichsam einen erläuternden Text, „zu seinen von ihm zusammengestellten Mineraliensammlungen schaffen, dass Theorie und Praxis Hand in Hand gehen können“. Demgemäss beschreibt derselbe auf 68 Seiten, von welchen 10 dem allgemeinen, Erläuterungen überschriebenen Theile gewidmet sind, 120 Mineralien in derselben Auswahl und Ordnung, welche in der in Oesterreich allgemein verbreiteten Naturgeschichte des Mineralreiches für Schulen von Pokorny eingehalten wird. Die beschriebenen Mineralien enthält auch die von dem Verf. käuflich zu beziehende Sammlung. Hätte derselbe in bescheidener Weise sich nur das Ziel gestellt, zu dieser einen beschreibenden Catalog zu liefern, so würde derselbe wohl nichts Neues geschaffen haben, weil auch anderen Sammlungen dergleichen Verzeichnisse beigegeben werden, allein der Verf. will mehr, sein Büchlein soll auch noch sein ein Grundriss für Schulen und ein „Handbuch“ zur Selbstbelehrung, mit dem auch einem „Bedürfnisse“ abgeholfen werden soll. Ein solches besteht freilich nicht, weder in Deutschland noch in Oesterreich, um so weniger, da man immer mehr zur Einsicht kommt, dass auf dieser Stufe der Unterricht in der Mineralogie ganz erfolglos bleiben müsse. Der Verf. scheint aber hauptsächlich Oesterreich ins Auge gefasst zu haben, trotzdem ihm hier Pokornys Naturgeschichte, welche in zwei Ausgaben seit Jahren allgemein verbreitet ist und nach den bestehenden Ansichten für ein gutes Schulbuch gilt*), sehr genau bekannt gewesen sein musste, wie es auch Form und Inhalt des Buches bezeugen. Sein Buch ist aber kein „Grundriss“. Ein solcher muss ein in sich abgeschlossenes Ganze sein und dem Schüler ein bestimmtes, wenn auch nur bescheidenes Wissen vermitteln können. Das kann nun dasselbe nicht. Zunächst findet man nichts von einer, wenn auch nur elementaren Behandlung der Krystallformen, denn die kurzen, nichts lehrenden Beschreibungen der 32 auf einer Tafel planlos aneinandergereihten, zum Theil flächenreichen Gestalten, können eine solche nicht ersetzen; dann werden manche Mineralien, wie das Wasser, das Eis, der Diamant, das

*) Sollte hier nicht vielmehr der bekannte Leitfaden von Hochstetter-Bisching (s. ds. Z. X, 38 u. f.) als Muster eines Schulbuches hinzustellen sein? D. Red.

Quecksilber, das Erdöl u. s. w. gar nicht angeführt, welche für einen ersten Unterricht jedenfalls besser geeignet sind als die beschriebenen, wie Pyrolusit, Zirkon, Sanidin, Leucit, Cerussit und andere, deren Kenntniss von Kindern zu verlangen so ziemlich überflüssig ist.

Man kann den der Schule fernstehenden Verf. vielleicht entschuldigen, dass er die an ein Elementarbuch zu stellenden Ansprüche nicht kennt, nicht aber, dass von ihm an die Spitze der „Erläuterungen" ein Satz gestellt wird, welcher erkennen lässt, dass derselbe trotz seiner Bekanntschaft mit den Mineralien, nicht einmal über den Begriff eines Minerals im Klaren ist. Er sagt: „Jeder unorganische Körper, ob fest, flüssig oder gasförmig, wird Mineral genannt."

Sollte der Absatz der von dem Verf. zusammengestellten Sammlungen, denen dieses Büchlein gratis beigegeben wird, ein solcher sein, dass eine zweite Auflage nöthig wird, so möge derselbe noch auf folgende Fehler, welche bei einer genaueren Vergleichung mit Pokornys Naturgeschichte leicht ausgebessert werden können, aufmerksam gemacht werden.

Die sog. nachahmenden Gestalten pflegt man nicht als Pseudomorphosen zu bezeichnen; Fluorit enthält keine Kalkerde; Zinkspath ist auf Seite 48 ein Carbonat, nicht wie auf Seite 19 ein Silicat; Orthoklas und Sanidin enthalten Thonerde, nicht Thon; Asbest ist kein Verwitterungsproduct der Hornblende; der Alaun enthält auch Schwefelsäure; Lasurstein kommt nicht in Rhomboëdern vor; Grossular enthält auch Kieselsäure. — Werden diese u. a. Verbesserungen angebracht, so kann das Buch als ein „beschreibendes Verzeichniss", wie der Titel eigentlich heissen sollte, Anfängern, die sonst kein anderes Hülfsbuch sich zu verschaffen vermögen, recht gute Dienste leisten. Druck und Ausstattung ist schön, dagegen der Preis etwas hoch.

Leitmeritz. Franz Wolfinau.

Hirt, Ferdinand, Geographische Bildertafeln. Eine Ergänzung zu den Lehrbüchern der Geographie insbesondere zu denen von Ernst von Seydlitz. Für die Belebung des erdkundlichen Unterrichts und die Veranschaulichung der Hauptformen der Erdoberfläche mit besonderer Berücksichtigung der wichtigeren Momente aus der Völkerkunde und Culturgeschichte, herausgegeben von Dr. A. Oppel-Bremen und A. Ludwig-Leipzig. I. Theil: Allgemeine Erdkunde. Breslau bei F. Hirt. 1881. Pr. 3,60 ℳ (steif broschirt), 4,50 ℳ (gebunden), Prachtband 5 ℳ*)

Der vorstehende Titel ist zwar etwas lang, aber ihm entspricht dafür auch der Inhalt des Werkes, welcher als reichhaltig

*) Es sei gleich hier erwähnt, dass in neuerer Zeit noch zwei andere ähnliche Werke erschienen sind (s. f. S.):

und vielseitig bezeichnet werden kann. Denn auf 24 Bogen werden in ca. 300 Bildern die Lehren nicht nur der physikalischen Geographie, sondern auch der Geognosie und Geologie und z. Th. der politischen Geographie und Ethnographie illustrirt. Die Tafeln behandeln:

1. Allgemeine Oberflächenverhältnisse und Messinstrumente (15)*).
2. Die geologischen Zeitalter (5).
3. Die Faltungen der Erdrinde (12).
4. Gebirgstypen (12).
5. Zur Hochgebirgskunde (6).
6. Zur Hochgebirgskunde (Gletscher und Verkehrsmittel) (9).
7. Vulkane und heisse Quellen (9).
8. Mittelgebirge, Hügelland und Ebene (8).
9. Inseln und Küsten (10).
10. Häfen, Leuchtthürme und Küstengewerbe (11).
11. See und Tiefsee (16).
12. Schiffskunde (12).
13. Flusskunde (13).
14. Flussnutzung (13).
15. Karten zur Meteorologie (8).
16. Atmosphärische meteorologische Erscheinungen (9).
17. Baumcharaktere aus der äquatorialen und tropischen Pflanzenzone (14).
18. Baumcharaktere der subtropischen und wärmeren gemässigten Zone (18).
19. Baumcharaktere der kälteren gemässigten und subarktischen Zone und Alpenblumen (18).
20. 21. Ethnographie I und II (64).
22. Reisen (Verkehrsmittel I) (9).
23. Verkehrsmittel der Entdeckungsreisenden in Afrika (Verkehrsmittel II) (9).
24. Jagdbilder (7).

Wir hatten unlängst ein ähnliches Werk, das Tableau von Letoschek, zu besprechen (Jahrg. XI_5, 388 u. f.). Dasselbe bot in der beiläufigen Grösse einer kleinen Wandkarte (110 zu 90 cm) eine Menge physikalischer Bilder der Erdoberfläche nebeneinander zusammengedrängt, welche in der Schulclasse gebraucht von dem

---

Schneiders Typenatlas, Dresden, 1881, bei Meinhold u. S. 15 Tafeln. (2,40 *M.*)

Hölzel, Geogr. Charakterbilder, in Chromolithographie ausgeführte Landschaftsbilder (in Taf. 79 zu 59 cm). Verlag von Hölzel-Wien. 60 Bilder in zwei Serien jede zu 30 Bildern (jährl. 12—15 in 4—5 Lief. à 3 Blatt). Subscript.-Pr. für 1 Serie 4 *M.* pro Bild. Einzelne Bilder 6 *M.*
Da uns diese Lehrmittel bislang noch nicht zugegangen sind, so konnten wir das vorstehende mit denselben auch nicht vergleichen.

*) Die eingeschlossene Zahl bezeichnet immer die Anzahl der Bilder jeder Tafel.

fernsitzenden Schüler nicht oder schwer unterschieden werden können und bei der Masse die Anschauung des Einzelnen stören oder erschweren. Hier dagegen werden auf viel grösserem Raume (24 Tafeln in der Grösse 40 zu 30 cm ohne Rand [= ca. 4 cm]) weit mehr Bilder, auf einzelnen (24) Tafeln vertheilt, gegeben. Dabei sind die Bilder weit interessanter und künstlerischer. Bringt man nun noch den Preis in Anschlag, welcher bei Letoscheks Tableau ca. das Doppelte (7 *M.*) beträgt, so unterliegt es gar keinem Zweifel, dass dieses Bilderwerk dem Letoschekschen unbedingt vorzuziehen ist. Freilich dürfen wir auch die Befürchtung nicht unterdrücken, dass die Hirtschen Bilder (in dem Genre der Spamerschen Bücher) mehr der Unterhaltung und Anregung, als der eigentlichen ernsten und strengen Belehrung dienen werden, und wir wünschten, dass dieser Punkt bei einer neuen Auflage von den Verfassern scharf ins Auge gefasst werden möchte. So z. B. — um nur eins anzuführen — vermissen wir in der Hydrographie vergleichende graphische Darstellungen der Stromlängen, Stromgebiete, der See- und Meeresflächen und der Tiefen und Niveauhöhen der wichtigsten Seen, vielleicht im Anschluss an v. Seydlitz Geographie, ähnlich wie sie der Atlas von Andree-Putzger (s. XI_6, 473) giebt. Dagegen ist die Geologie und der von ihr unmittelbar abhängige Theil der physikalischen Geographie (Architektonik der Erdoberfläche) sehr bevorzugt. (Taf. 2—5. 7. 9. 13), während andere Tafeln (6. 8. 10. 11. 12) dazu dienen, die Veränderungen der Erdoberfläche durch menschliche Thätigkeit darzustellen und in das Gebiet der Technologie fallen. In der Meteorologie vermissen wir die neueren Errungenschaften (s. Mohn, bespr. XI_1, 222) und die Organisation, wie sie von der deutschen Seewarte ausgeht*). Desgleichen vermissen wir unter den „Verkehrsmitteln“ eine vergleichende Zusammenstellung von Eisenbahnen- und Telegraphenlängen, von Schiffscursen u. dgl. Was den Gebrauch in Schulen beim Unterricht betrifft, so dürfte es sich empfehlen, die (ungebundenen) Tafeln einzeln unter einem Glasrahmen in der Classe eine Zeit lang auszuhängen, wie wir es früher beim geographischen Unterricht mit dem Bilderatlas von Wendt**) gethan und wie wir es bezüglich anderer Tafeln sehr schön in der städtischen neuen Realschule zu Bremen gesehen haben.

Fassen wir unser Urtheil zusammen, so dürfen wir sagen, dass hier ein vorzügliches geographisches Lehrmittel vorliegt, das zwar der Verbesserung fähig ist, aber für den, gegenwärtig auch von anderer Seite sehr gepflegten und bevorzugten, geographischen Unterricht ein kräftiges Unterstützungsmittel zu werden verspricht. Es sei deshalb der Beachtung aller Geographielehrer dringend empfohlen. H.

---

*) Vergl. Günthers Broschüre „Die praktische Meteorologie der Gegenwart“ und Neumayer, Jahresbericht (XI, 376).

**) Emil Wendt, Bilderatlas der Länderkunde. Leipzig bei Dörffling u. Franke.

Bericht über die wissenschaftlichen Apparate auf der Londoner internationalen Ausstellung im Jahre 1876, im Auftrage der Hrn. Hrn. Minister Achenbach und Falk, herausgegeben von Hofmann. 2. Abth. (Schluss)*). (S. 425—846.) Braunschweig, Vieweg u. S. 1881. Pr. ?

Der von uns in X, 141 angezeigten ersten Hälfte dieses Berichts ist nun die zweite gefolgt. Sie enthält zugleich das Inhaltsverzeichniss zum ganzen Werke und ein alphabetisches Namens- und Sachregister, sowie zum ganzen Werke das Vorwort, in welchem die Ursachen resp. Gründe des verspäteten Erscheinens dieser zweiten Hälfte auseinandergesetzt werden. Der Inhalt ist folgender**):

---

*) Man sehe die 1. Abth. in X, 141 u. f.

**) Wir hatten ursprünglich eine ausführlichere Inhaltsangabe geplant, waren damit auch schon bis zur Hälfte vorgeschritten; aber die überaus reiche Fülle des Stoffes, sowie die wünschenswerthe Gleichmässigkeit mit unserem ersten Berichte, allermeist aber die gewonnene Einsicht, dass eine noch so ausführliche Inhaltsangabe von dem hohen Werthe dieses reichen Inhalts einen klaren Begriff doch nicht zu geben vermöge, liessen uns davon abstehen.

Angehängt ist ein Namensregister (S. 825—835) und ein Sachregister (S. 837—844), sowie auch zwei Seiten (845/6) Berichtigungen und Ergänzungen.

Den einzelnen Berichten sind reichliche, geschichtliche und literarische Notizen und Citate eingestreut. Auf eine genauere Inhaltsangabe müssen wir für diesmal verzichten, behalten uns aber vor, über die Verwerthung von Einzelnem aus dieser Sammlung für die Schule später einmal zurückzukommen. H.

Ein Lehrbuch der Geschichte mit geographischem Commentar.

Die meisten — wenn nicht alle — Lehrbücher der Geschichte setzen bei ihren Lesern (Schülern) die Kenntniss der Geographie der betr. Länder voraus und geben in Folge dessen weiter keine Notizen über die erwähnten Localitäten; und gar mancher (auch ältere) Leser mag bei der geschichtlichen Lectüre keine Ahnung von der Lage eines geschichtlich-merkwürdigen Ortes haben, sei es dass derselbe den Schauplatz einer blutigen Menschenschlacht oder den eines Friedensschlusses bezeichnet, und die leider immer zu mächtige vis inertiae lässt ihm das Nachschlagen im geographischen Handbuch und Atlas zu mühevoll erscheinen. Solche Leser werden ein Buch begrüssen, das ihnen den geographischen Hülfsapparat so zu sagen auf dem Präsentirteller bringt. Ein solches Buch ist

Die Weltgeschichte in Biographieen von Spiess und Berlet in drei concentrisch sich erweiternden Cursen. Hildburghausen bei Kesselring. 1876—1879.

In diesem Buche ist in Anmerkungen am Fusse der Seiten jeder Ort seiner Lage nach angegeben. Es ist eine Art topographischer Commentar. Dies hindert natürlich den fleissigen Leser nicht, diese Orte auf dem Atlas aufzusuchen; es unterstützt und regt diese Aufsuchung vielmehr an. Diese Angabe geschieht z. B. so: „Elbing, Stadt unweit der Einmündung der Nogat ins frische Haff.“ Wenn man bedenkt, dass in der Geschichte viele Orte vorkommen, welche sonst obscur, nur durch ein vorübergehendes Ereigniss (Schlacht, Friedensschluss u. a.) bekannt, bezw. berühmt geworden sind*), und welche man häufig in einem gewöhnlichen geographischen Lehrbuche vergeblich sucht, so wird man diese Angaben nicht für überflüssig halten; denn nicht jedem Schüler steht ein Conversationslexicon oder Ritters geographisches Wörterbuch zu Gebote. Empfehlen dürfte sich noch ein alphabetisches geographisches Register, welches Aufschluss giebt, ob und wo der betr. Ort erklärt

---

*) Z. B. Nola, Missolunghi, Korfinium, Navarin, Gislikon, Bergara, Hambach, Ham (franz.), Szigeth, Manresa, Noyon, Corbie, Heristal, Dulcigno u. a.

ist, z. B. S. 80 in III. steht: „Mithridates, der mächtige König von Pontus“. Man weiss aber nicht, ob „Pontus“ schon früher erklärt worden ist.

Da auch sonst das Buch sehr übersichtlich gearbeitet und überhaupt sehr lesbar ist, so empfiehlt es sich besonders für Schulen und zur Privatlectüre. Im 1. Curse sind für die alte Geschichte drei Kärtchen eingelegt; es ist zu bedauern, dass die Herren Verfasser diese kartographische Unterstützung nicht auch dem 2. und 3. Curse haben angedeihen lassen. Für eine neue Auflage dürfte es sich empfehlen, auch diesen Theilen Geschichtskärtchen beizugeben, besonders solche, welche die allmälige Bildung europäischer, resp. deutscher Staaten illustriren oder den Zustand derselben (ihre Metamorphose) in wichtigen Epochen darstellen. H.

Hann - v. Hochstetter - Pokorny, Allgemeine Erdkunde, ein Leitfaden der astronomischen und physikalischen Geographie, Geologie und Biologie. Mit 205 Holzstichen im Text und 15 Tafeln, sowie einer geologischen Uebersichtskarte von Mittel-Europa in Farbendruck. Dritte neu bearbeitete Auflage. Prag 1881 bei F. Tempsky. gr. 8^0. XII und 646 S. Pr. 12 ℳ

Dieses ausgezeichnete von einem wissenschaftlich bedeutenden Triumvirate bearbeitete Werk ist bereits in ds. Z. VII, 474 u. f. gebührend gewürdigt worden. Es würde jedoch ein Verstoss gegen das Verdienst der drei so hoch geachteten Verfasser sein, wollten wir in dieser dem naturwissenschaftlichen Unterricht gewidmeten Zeitschrift nicht auf diese höchst verdienstliche neue Bearbeitung hinweisen. Denn das Buch hat sich durch seine Vorzüglichkeit aus dem engen Rahmen seiner ursprünglichen Bestimmung — ein Leitfaden für den physikalisch-geographischen Unterricht der oberen Classen höherer Lehranstalten zu sein — herausgehoben und hat sich einen weit über die Erwartungen selbst der Verfasser gehenden Leserkreis erworben. Die Verfasser haben daher das Werk nicht allein einer sorgfältigen Revision in Bezug auf die neuesten Fortschritte der Wissenschaft unterzogen, sondern auch reichlich neuen Stoff in dasselbe aufgenommen, wodurch es auf den doppelten früheren Umfang angewachsen ist, ohne das Ziel „eine übersichtliche, auch grösseren Kreisen verständliche Darstellung der physischen Erdkunde zu sein“, aus den Augen zu verlieren. Ueber den Titel „Allgemeine Erdkunde“ sprechen sich die Verfasser im Vorwort zur Abwehr der ihnen irrthümlich untergelegten Tendenzen (wegen des gleichnamigen Ritterschen Werkes) dahin aus, dass er im Gegensatz zur „speciellen Erdkunde“ als Unterrichtsgegenstand gewählt worden sei.

Es wäre überflüssig zur Empfehlung dieses ausgezeichneten Buches noch etwas hinzuzufügen. Die Klarheit und Anschaulichkeit des Vortrags, unterstützt durch zahlreiche Detailzeichnungen, die Sicherheit der wissenschaftlichen Lehren, verbunden mit reichlichen literarischen Nachweisen, geben dem Buche einen so hohen Werth, dass es als eine Quelle tieferer Belehrung und als Ergänzung schon umfangreicherer Lehrbücher der Geographie (z. B. Guthe-Wagner) bezeichnet werden kann.

Ein genaues Inhaltsverzeichniss (S. VII—XII) und noch mehr ein ausführliches alphabetisches Register (S. 615—646) erleichtern die Orientirung. Die beigegebenen Tafeln erläutern: die Isogonen, Isothermen, Isobaren, den Sturm im baltischen Meere am 13. November 1872, Wetterkarten, Tiefen- und Bodentemperaturen des atlantischen Oceans, Gebiete seculärer Hebung und Senkung, Erdbebenzonen, Vegetationsgebiete, Thierregionen, Verbreitung der Menschenrassen, geologische Uebersicht von Central-Europa.

H.

Noch eine Stimme über Herrn Valentiners „Astronomische Bilder".

Im Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens, 9. Jahrg., Heft IX, ist auf S. 553—555 eine Besprechung der „Astronomischen Bilder" erschienen, welche also anhebt:

„Wenn ein in seiner Art vorzügliches Werk schon an sich einen hervorragenden Anspruch darauf hat, von der Kritik berücksichtigt zu werden, so liegt hier um so mehr Grund zu solcher Berücksichtigung vor, als an das Werk bereits eine Invective geknüpft worden ist. Auf der zweiten Seite seines Buchs ist nämlich dem Verfasser bei der Besprechung des freien Falles und des Gravitationsgesetzes das Missgeschick begegnet, in ein paar bedauerliche Fehler zu verfallen, . . . infolge welches Umstandes demselben in der Zeitschrift f. math. u. naturw. Unterr.*) ein überaus heftiger Angriff zu Theil geworden ist."

Ob die hier beliebten Ausdrücke, einerseits „Invective" und andererseits „Missgeschick", sachlich begründet seien, stelle ich dem Urtheil solcher unbefangenen Leser anheim, welchen, wie dem Schreiber dieser Zeilen, Herr Valentiner persönlich unbekannt ist. Solchen Unbefangenen erlaube ich mir auch die Frage zu unterbreiten: Was ist dem allgemeinen Interesse erspriesslicher — eine Kritik, welche, wie diejenige in der litter. Beil. d. Karlsruher Zei-

*) Vgl. diesen Jahrg. Heft 2. Literarische Berichte S. 130—131. Die Redaction bemerkt hierzu, dass sie der citirten Beurteilung gegenüber ganz neutral dasteht; ja sie hat das in R. st. Buch nie gesehen und kannte es also nicht; sie war nicht so glücklich, bei der Vertheilung der Recensions-Exemplare berücksichtigt zu werden. H.

tung (1881 Nr. 9), die — nicht etwa von einem schwachen Gymnasiasten — sondern von dem Director einer deutschen Sternwarte gegen die Grundgesetze der Mechanik begangenen Fehler einfach todtschweigt, oder eine solche, welche dieselben rückhaltlos beleuchtet und gebührend brandmarkt?

Weil es übrigens — laut Central-Organ für die Interessen des Realschulwesens S. 553 — im Interesse einer sachgemässen Beurtheilung liegt, wenn über Valentiners Buch auch andere Stimmen vernommen werden, so sei hier ein vom Herausgeber der astronomischen Zeitschrift Sirius verfasster Artikel zur ernstlichen Beherzigung empfohlen: Veränderungen auf der Mondoberfläche und ihr neuester Leugner (Sirius 1881, 3. Heft, S. 54—64). Herr Dr. Herm. J. Klein äusserst sich daselbst unter anderem, wie folgt:

„In einer unlängst erschienenen populär-astronomischen Schrift findet sich Herr Valentiner gemüssigt, über die von mir behauptete Thatsache, dass auf dem Monde noch heute Veränderungen stattfinden, in einer Weise zu urtheilen, als wenn meine Behauptung sich etwa auf ein gelegentliches Beschauen des Mondes durch ein Fernrohr gründe, aber natürlich vor einer eigentlichen Kritik keinen Werth besitze.

„Aus Gründen, denen ich vorläufig nicht weiter nachforschen will, sucht er meine auf die Mondtopographie bezüglichen Arbeiten als oberflächliche darzustellen, denen nur ein Laie höchstens einigen Werth beimessen könne. Hätte Valentiner eigene Beobachtungen beigebracht und darauf gestützt ein Urtheil gefällt, so hätte er den wissenschaftlich richtigen Weg eingeschlagen, und ich würde für seine etwaigen Belehrungen dankbar sein. Er vollführt dagegen die kleine Bosheit, mit einigen Redensarten die Ergebnisse, zu denen ich nach vieljährigen mühevollen Beobachtungen des Mondes selbst und des sorgfältigen Studiums ungefähr der ganzen über den Gegenstand vorhandenen wissenschaftlichen Literatur gelangt bin, auf Nichts reduciren zu wollen. Dagegen muss ich mich verwahren.

„Valentiner hat sich niemals mit der Topographie des Mondes beschäftigt: er würde in Verlegenheit gerathen, wenn er bei zunehmendem Monde den Alhazen aufsuchen sollte, aber es vielleicht unternehmen, die Wallebene Maginus bei Vollmond zu finden. Deshalb stützt er sich in seiner obenerwähnten Schrift hauptsächlich auf Mädlers Autorität und will Veränderungen auf dem Monde nicht gelten lassen. Die Art und Weise, wie er meine entgegengesetzten Behauptungen als unkritisch und oberflächlich darstellt, ist wirklich albern; dabei hütet er sich natürlich, der zu Gunsten meiner Behauptung sprechenden Untersuchungen Neisons zu gedenken!

„Was Valentiner über die Sichtbarkeitsverhältnisse des Kraters im Mare Nectaris an positiven Daten beibringt, ist richtig, er hat es aber ohne Ausnahme meinen Mittheilungen entlehnt.

Sowie er sich auf eigene Füsse stellt, verfällt er dem Schicksal Derjenigen, die über Sachen schreiben, die sie nicht verstehen.

„Wenn der Krater eine Zeit lang verschwunden war und jetzt wieder sichtbar ist, so kann dies nach Valentiner nur so zugehen, dass er sich in der frühern Gestalt wiederbildet. Eine andere Möglichkeit ist nach der dürftigen Logik dieses Mannes nicht vorhanden!

„Aehnlich müsste er natürlich auch schliessen, dass die Sonne, nachdem sie untergegangen ist, nur dadurch am Morgen sichtbar wird, dass sie sich wiederbildet. Dieser Schluss war wirklich im Jugendalter der menschlichen Intelligenz vielfach üblich.

„Mit dem Verschwinden und Wiedererscheinen des in Rede stehenden Kraters ist es eitel Wind. Valentiner kämpft nur — und sehr unglücklich — gegen Phantasiegebilde, die er selbst geschaffen.

„Ich will nun zunächst dazu übergehen, die Abhandlung mitzutheilen, in welcher ich auf jenen Krater im Mare Nectaris hinwies. Diese Abhandlung hat auch Valentiner vorgelegen, und aus ihr glaubt er die Berechtigung zu ziehen, meine Behauptung stattgehabter Veränderungen auf dem Monde sei völlig unkritisch. Der Leser mag nach Kenntnissnahme dieser Abhandlung selbst urtheilen über die Unverfrorenheit Valentiners."

Nach Mittheilung seiner hochinteressanten Arbeit fährt Herr Dr. Klein fort:

„Von dem Krater im Mare Nectaris wende ich mich zu Hyginus N. Valentiner ist mit diesem Objecte ohne viele Umstände fertig. Denn da ich gesagt habe, dass es weniger augenfällig ist als jene Gebilde im Mare Nectaris, so ist es nach Valentiner „nicht zweifelhaft, was man von diesen Veränderungen zu halten hat". Wenn hier etwas nicht zweifelhaft erscheint, so ist es Valentiners völlige Unkenntniss der wirklichen Sachlage. Um ihm in dieser Beziehung etwas Aufklärung zu geben, will ich blos Folgendes bemerken" etc.

Dann schliesst Herr Dr. Klein seinen Aufsatz mit den Worten: „Auch die von Schmidt nachgewiesene Veränderung am Linné will Valentiner nicht gelten lassen, sondern meint sie lediglich durch verschiedenartige Beleuchtung seitens der Sonne ausreichend erklärt. Wie man einem Forscher, der 40 Jahre lang den Mond zum Gegenstande seines Specialstudiums gemacht hat, wie man dem besten Kenner des Mondes eine solche grobe Täuschung zudictiren kann, ist mir unverständlich! Herr Valentiner möge sich merken, was Schmidt schon vor 15 Jahren sagte, als er die Möglichkeit gewisser Veränderungen auf dem Monde besprach: Es ist in solchen Dingen schon ein Vortheil, wenn Nichtbeobachter ihre Erklärungen zurückbehalten!"

Eine weitere Stimme, C. R. aus Rom, spricht sich über Herrn Valentiner im gleichen Sinne aus; vgl. die längere Anmerkung im Sirius für 1881, S. 53—54. B.

SANDER, Dr. D., Deutsche Sprachbriefe. Verlag von G. Langenscheidt. Berlin 1880. 2. verm. u. vervollk. Aufl. Pr. 20 M.
(Zugleich eine Mahnung an die Fachgenossen.)

Ich höre angesichts dieser Ueberschrift schon viele Leser verwundert ausrufen: „Ei, wie hat denn das Referat über dieses Buch sich hierher verlaufen! Die Besprechung eines Buches über deutsche Sprache in einer mathematisch-didaktischen Zeitschrift? Saul unter den Propheten?“ Und wir müssten den Staunenden Recht geben, hätten wir zu dieser Besprechung nicht einen besondern Grund. Man kann bei der Lectüre einer grossen Anzahl deutscher mathematischer Werke leicht die Bemerkung machen, dass auf die sprachliche Form der Darstellung nichts weniger als Sorgfalt verwendet worden ist. Mit Betrübniss hat Referent auch bei der Lectüre der ihm seit beinahe zwölf Jahren eingesandten Beiträge für diese Zeitschrift die Erfahrung machen müssen, dass gar vielen Verfassern jene Form der Darstellung Nebensache zu sein schien; und doch sollten unsere Fachgenossen wissen, wie sehr unsere Nachbarn, die Franzosen und Engländer, gerade in diesem Punkte — in der Form der Darstellung — in ihren mathematischen und naturwissenschaftlichen Werken uns voraus sind. Ref. musste jene Vernachlässigung um so mehr bedauern, als er es gerade war, der immer und immer wieder auf die Unterstützung hinwies, welche der mathematische Unterricht dem sprachlichen zu gewähren vermag und bei richtiger Methode wirklich gewährt durch die der Mathematik inwohnende (immanente) Begriffsschärfe, welche gebieterisch die grösste Präcision des Ausdrucks fordert*), eine Unterstützung, an welche die Philologen leider immer noch nicht zu glauben scheinen (s. ds. Zeitschr. an versch. Stellen bes. IX, 485). Kann man ihnen aber diesen Unglauben verargen, wenn sie nach dem Spruche „an ihren Früchten werdet ihr sie erkennen“ die Wirkung jener „angeblichen“ Sprachbildungskraft an den Jüngern des Pythagoras vergeblich suchen? Wenn sie uns mit offenbarer Schadenfreude zurufen: „wahrhaftig, an Euren Werken sieht man's nicht, dass der mathematische Unterricht die sprachliche Bildung fördert!“

Wir wollen nun aber damit gar nicht behaupten, dass dieser Mangel an Sorgfalt bei den gymnasial und akademisch gebildeten Genossen anderer Berufszweige nicht angetroffen werde. Im Gegentheil: wir haben Vorträge und Aufsätze (Dissertationen, Disputationen) von Aerzten und Technikern gehört und gelesen, die mit der Grammatik und Stilistik auf Kriegsfusse standen; haben Predigten gehört, welche nicht den Geist der Sprache eines Lessing

*) Gegen diese Forderung sündigen am meisten jene Dilettanten in der Mathematik, welche nur Seminarunterricht genossen haben und dann schriftstellerisch für Seminar und Volksschulen arbeiten. Man sehe das Capitel „Proben aus dem mathematischen Seminar- und Volksschulunterricht“ in ds. Zeitschr.

und Herder athmeten, und vom Juristen- und Börsenberichts-Stil wollen wir lieber ganz schweigen. Ja wir kannten Gymnasialrectoren (Philologen), die nicht ohne Stocken eine deutsche Satzperiode sprechen konnten, die lieber Lateinisch als Deutsch sprachen, in der beruhigenden Gewissheit, dass es ja doch Cicero nicht hören werde; dabei musste der eine seine deutsche, der andere seine lateinische oratiuncula — ablesen. Noch mehr! Selbst Sprachforscher und Verfasser sprachlicher Hand- und Uebungsbücher lassen sich starke Fehler zu Schulden kommen*). Wenn aber selbst die fortwährende Beschäftigung mit der Sprache nicht einmal Sprachgewandtheit zu erzeugen vermag, darf man sie dann vom Mathematiker streng verlangen? Wenn jedoch der Lehrer der Mathematik unter den geistbildenden Eigenschaften seiner Wissenschaft die sprachunterstützende Kraft hervorhebt, dann soll er auch zeigen, dass diese Kraft sich an ihm selbst bewährt hat.

Leider ist es mit unserem Unterricht im Deutschen an höheren Schulen immer noch traurig genug bestellt; denn dieser Unterricht läuft meist noch wie in Gymnasien als ein Anhängsel neben dem Latein her, und es kann daher nicht wundern, dass man so herbe Klagen über den Gebrauch der deutschen Muttersprache hört, wie die folgenden: In seiner Rede „Die Abiturienten der Realgymnasien und Realschulen 1. O. als Studirende an den Universitäten"**) spricht Wislicenus, Rector der Universität zu Würzburg, von „bedenklicher Unbeholfenheit" in Handhabung der Muttersprache in den Doctordissertationen ehemaliger Gymnasiasten, und Prof. Fick***) ebenda bezeichnet den sprachlichen Zustand in der medicinischen Literatur, die doch nur von classisch Gebildeten geschrieben wird, als „geradezu barbarisch"; noch beschämender sei die „oft wahrhaft unglaubliche" Unbeholfenheit und Unklarheit des Ausdrucks, welche sich in den medicinischen Prüfungen dem Examinator aufdränge und Wislicenus muss ihm hierin Recht geben. Auch Referent kann es aus seinen Erfahrungen bestätigen, dass er beim mathematischen Unterricht in den oberen Classen eines deutschen Gymnasiums mit einer sprachlichen Unbeholfenheit zu kämpfen hatte, die geradezu räthselhaft und geeignet war, dem Lehrer den Unterricht zu verleiden.

Forscht man nach den Ursachen dieses Uebelstandes, so darf wohl als Hauptursache bezeichnet werden die in den Gymnasien dem deutschen Unterrichte gewidmete geringe Stundenzahl (in den unteren und oberen Classen nur 3, in den mittleren sogar nur 2) und die von oben her sanctionirte Methode, den Unterricht im Deutschen an

*) Man vergl. den Aufsatz: „Einige Worte über die Reinheit der Sprache" von Schmits, Päd. Archiv XXIII, Heft 5. — Lehmann, Sprachliche Sünden der Gegenwart. 2. Aufl. Braunschweig. — Keller, Deutscher Antibarbarus. Stuttgart.

**) S. Central-Organ f. d. Int. d. R.-W. IX, 4. S. 208.

***) „Betrachtungen über Gymnasialbildung". Berlin 1878.

das Latein zu knüpfen, eine Methode, welche auf dem abgelebten Dogma beruht, das Latein sei ein Universalmittel oder ein Eingangsthor für alle Muttersprachen. Wenn man nun vollends bedenkt, was Alles nach Ausweis der Programme in den deutschen Unterrichtsstunden vorgenommen wird und werden muss*), dann braucht man sich nicht zu wundern, dass bei 2—3 wöchentl. Stunden für einen nur leidlichen systematischen, grammatisch-stilistischen Unterricht Zeit nicht übrig bleibt. So ist es also im Jahre des Heils 1881 mit dem Unterrichte in der Muttersprache immer noch nicht viel besser bestellt, als vor ca. 20—30 Jahren. Denn auch damals gab es keinen geordneten systematischen Unterricht in Grammatik und Stil und das, was an die Corrrectur der deutschen Aufsätze geknüpft wurde, waren nur Brocken**). Was nützt dem Gymnasiasten aber alles gelehrte Zeug von Alt- und Mittelhochdeutsch und dergl., wenn er die grammatischen und stilistischen Regeln des von ihm zu sprechenden Neuhochdeutsch nicht kennt und wenn er nicht einmal einen correcten Aufsatz oder Brief schreiben kann? Gerade in den Mittelclassen sollte Deutsch (bei w. 6 St.) Hauptunterrichtsgegenstand sein; es ist der vielgesuchte „Concentrationspunkt" der Zukunftsschule. Was aber das oben bezeichnete Dogma betrifft, so birgt es, wie die meisten Dogmen, einen gewaltigen psychologischen Irrthum. Denn nicht am Latein lernt man die Muttersprache, sondern um Latein zu lernen, muss man schon die Muttersprache beherrschen (um z. B. ein Stück Latein gut zu übersetzen, muss man schon gut deutsch stilisiren können). Die Vergleichung beider Sprachen fördert zwar das Verständniss, genügt aber nicht zur Erlernung der grammatischen Gesetze und zur Erlangung von Stilfertigkeit im Deutschen.

Das Vorstehende möge nun die Besprechung des vorliegenden Buches rechtfertigen. Für solche Fälle nämlich, in denen man die Mängel der früher genossenen Gymnasialbildung bitter empfindet, muss ein Helfer zur Hand sein; einen solchen bieten Sanders Sprachbriefe, in denen man an der Hand eines ausgezeichneten, ausführlichen alphabetischen Inhaltsverzeichnisses (auch zur Silben-

*) Wir fanden in zwei sächs. Programmen: Altdeutsch, Mittelhochdeutsch, Erklärung von Gedichten, Declamationen, Uebungen im Erzählen oder freien Vortrag, Dictate, Durchsprechen von Aufsätzen, Einübung der (neuen) Orthographie und besonders die zeitverschlingende Lectüre grösserer Stücke (Dramen). Und das Alles in 2—3 St. w.! Satzlehre findet man nur in den untersten Classen.

**) Referent erinnert sich aus dem von ihm genossenen Gymnasialunterrichte (der überhaupt in methodischer Beziehung äusserst mangelhaft war) auch der deutschen Unterrichtsstunden, in denen es einen eigentlichen grammatischen und stilistischen Unterricht gar nicht gab, wo vielmehr nur eine grobe Empirie der Methodik zur Geltung kam. Nur zufällig, weil der Vertreter des Fachs eine an Härte grenzende Strenge anwendete, übrigens selbst Dichter und vortrefflicher Declamator war, wurde derselbe fruchtbringend.

messung) und einer Uebersichtstabelle über den Inhalt sich leicht orientiren kann, selbst wenn man nicht Zeit und Lust hätte, die einzelnen Unterrichtsbriefe der Reihe nach durchzustudiren; die meisten sprachlichen Bücher, und unter ihnen auch die deutschen Grammatiken, haben ja den grossen Mangel, dass ihnen ein sicherer (alphabetischer) Wegweiser zu ihrem Inhalte fehlt und man vor lauter Suchen und Nichtfinden schliesslich das Buch ärgerlich aus der Hand wirft; darum empfehlen wir unseren älteren und jüngeren Fachgenossen oder den Studirenden der Mathematik und der Naturwissenschaften dieses Buch als Rathgeber in Zweifelsfällen, zumal da es eine (wenn auch kurze) Literaturgeschichte zugiebt, die ebenfalls ein genaues Register hat. Sie werden dadurch leicht die alten Lücken, die sie etwa dem mangelhaften Gymnasialunterrichte in der Muttersprache verdanken, ausfüllen können. Denn in 20 Briefen mit zusammen 490 Abschnitten lehrt der rühmlichst bekannte Verfasser (Sanders) an 50 Aufgaben mit ihren Auflösungen die ganze Grammatik und Stilistik in einer ansprechenden Weise, so dass das Buch für den sprachlich schon Gebildeten zu einer angenehmen Wiederholungslectüre wird. Aber nicht ungeordnet, oder in abgerissenen unzusammenhängenden Portionen oder etwa gelegentlichen Brocken, die vom Latein-Tische herabfallen, sondern systematisch geordnet und vollständig werden dem lernenden Leser die Sprachgesetze der Grammatik und Stilistik hier geboten. Auf Grund alles dieses dürfte die Lectüre, bezw. das Studium dieser „Sprachbriefe" selbst dem Studium einer ausführlichen Grammatik vorzuziehen sein. Wir empfehlen daher dieses Werk angelegentlich.

Vielleicht erblasst das anfängliche grelle Erstaunen, verglüht der Zorn mancher Leser über diese, einer Strafpredigt ähnlichen, Erinnerungstafel, wenn ich ihnen schliesslich ein Muster vorhalte, zu dem wir Alle mit pietätvoller Verehrung aufblicken, A. v. Humboldt, von dem selbst ein so geistreicher Schriftsteller wie Peschel sagt: „Ein Mann von so hohem schriftstellerischen Rang, wie dieser, macht, wenn er gedruckt vor der Welt erscheint, stets eine strenge stilistische Toilette."*) H.

Kleiner Literatursaal.

Unser geehrter Mitarbeiter Hr. Dr. S. Günther hat zwei wichtige und interessante Broschüren veröffentlicht:

I. Die praktische Meteorologie der Gegenwart, erweiterter Abdruck eines Aufsatzes in der Bremer Zeitschrift „Nordwest". 46 S. 8°.

II. Beiträge zur Geschichte der neuern Mathematik. Programm zur Schlussfeier des Jahres 1880/81 a. d. königl. Studienanstalt in Ansbach. 40 S. 8°.

Die erstgenannte Schrift ist vortrefflich geeignet, eine klare Vorstellung von der Praxis der gegenwärtigen Witterungskunde mit besonderer Rücksicht

*) s. Wagner in d. Ztschr. f. wissensch. Geogr. II. Hft. 5, S. 196.

auf die Einrichtungen der deutschen Seewarte zu geben. Wie durch alle Schriften des Verfassers, so zieht auch durch diese ein rother geschichtlicher Faden, und der Leser lernt zugleich die Koryphäen der Wissenschaft auf diesem Gebiete und eine ausgiebige Literatur kennen. Ausser den bekannten Namen Humboldt, Dove, Kämtz sind es besonders Maury (der Vater der maritimen Meteorologie), Buys-Ballot, Neumayer, v. Bebber, Hann, Bruhns, Lamont, Prestel, Mohn, Klinkerfues, Koeppen, Hoffmeyer, Ragona, Schiaparelli u. A., die sich um diese Wissenschaft Verdienste erworben haben und hier ehrenvolle Erwähnung finden. Wir empfehlen diese Schrift besonders den Physikern unter unseren Lesern.

Die zweite Broschüre wird mehr die mathematischen Collegen interessiren. Sie behandelt mehrere Capitel der Geschichte der Mathematik, in denen unser Verfasser ja bekanntlich Vorzügliches leistet.

1. William Wallace, ein Vorläufer der Lehre von den Hyperbelfunctionen, oder Ergänzung zu des Verfassers jüngst erschienenem grösseren Werke („Die Lehre von den gewöhnlichen und verallgemeinerten Hyperbelfunctionen". Halle 1881).*)
2. Das Alignementsproblem der sphärischen Trigonometrie. Eine Ergänzung zu einem frühern Aufsatze des Verf., betreffend eine Entdeckung des deutschen Mathematikers Michael Maestlin (1572) in Tübingen**).
3. Ein vergessenes Grundgesetz der Mechanik: Das Cosinusgesetz von Basedow, das besonders beim Beweise des Satzes vom Kräfteparallelogramm seine Wirksamkeit entfaltet, und das fast völlig mit Maupertuis, „Princip der kleinsten Action" übereinstimmt.

Der Hr. Verfasser deckt hier zugleich den Irrthum mehrerer Geschichtsschreiber der Pädagogik (Schwarz***), Baur†) auf, dass der berühmte Dessauer Pädagog nur ein „Halbgelehrter" gewesen sei, während K. v. Raumer (Gesch. d. Pädag. II, S. 281 ff.) wenigstens das hervorhebt, dass in Basedows Institut ein guter und folgerichtiger Unterricht in Arithmetik und Geometrie ertheilt und dass die Anschauung und Lehrmittel besonders berücksichtigt worden seien. Von dem (hier formulirten) Basedowschen Satze werden drei Beweise mitgetheilt. Einer mittelst Differentialrechnung, ein elementargeometrischer und ein trigonometrischer. Als Hauptquelle diente das Werk von Busse („Kleine Beträge zur Mathematik und Physik und der Lehrmethode"), dem Freunde und Collegen Basedows am Dessauer Philantropin (späterem Prof. a. d. Freiberger Bergakademie). Die ganze Arbeit, welche übrigens auch — wenigstens in ihrem 3. Theile — von mathematisch gut vorgebildeten Primanern mit Nutzen studirt werden kann, ist von jenem geschichtlich-wissenschaftlichen Geiste durchdrungen, der alle Schriften des Hrn. Verfassers so werthvoll und belehrend macht (es sind allein 67 literarische Nachweise gegeben). Wir empfehlen sie daher unseren Lesern angelegentlichst. H.

*) Eine Recension desselben s. man in der Zeitschr. für Realschulwesen. Jahrg. VI, Heft 6, S. 354 von Kolbe. — In diesem Hefte ist das Buch von Hr. Schlegel-Waren gewürdigt worden.

**) Günther, Ein Ortsbestimmungsproblem der spär. Astronomie, Zeitschr. für Math. u. Phys. 26. Jahrg. S. 50 ff.

***) Gesch. d. Erziehung, Leipzig 1829. S. 460 ff.

†) Schmid, Encyclop. etc. I. S. 421 ff. Gotha 1859.

B) Bibliographie.

Juli. August.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Tiling, Von dem Rechte und dem Werthe der Gymnasialbildung. (88 S.) Riga, Stieda. 1,40.

Gasser, Ueber die Gesundheitspflege der Schüler und was von ihr in den Lehrplan der Schule aufzunehmen ist. (100 S.) Wiesbaden, Limbarth. 1,60.

Fausts, Dr. Bernh., Gesundheitskatechismus zum Gebrauche in den Schulen und beim häusl. Unterr. Herausg. v. Privatdoc. Dr. Wolffberg. (60 S.) Bonn, Strauss. 0,50.

Kares, Dr., Die erziehende Aufgabe des Unterrichts, mit bes. Beziehung auf die weibl. Jugend. (40 S.) Essen. Bädeker. 0,75.

Wolff, Dr. Doc., Ueber das Seelische im Kinde und die dadurch begründete Nothwendigkeit einer gründlichen logisch-psychologischen Durchbildung des Lehrers und Erziehers. (36 S.) Prag, Tempsky. 0,60.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Greve, Dr., Lehrbuch der Mathematik. Für den Schulgebrauch und zum Selbstunterricht methodisch bearb. 1. Geometrie. (42 S.) Berlin, Stubenrauch. 0,60.

Suchsland, Gymn.-L. Dr., Goniometrie und ebene Trigonometrie. (32 S.) Stolp, Schrader. 0,60.

2. Arithmetik.

Bardey, Dr. E., Arithmetische Aufgaben nebst Lehrbuch der Arithmetik, vorzugsweise für Realschulen II. O., Gewerbeschulen und höhere Bürgerschulen. (260 S.) Lpz., Teubner. 2.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie. Geodäsie. Mechanik.)

Undeutsch, Prof., Einführung in die Mechanik. Mit 333 Holzschn. (447 S.) Freiberg, Craz. 12.

Drechsler, Dir., Illustr. Lexicon der Astronomie und der Chronologie. Mit 180 in den Text gedr. Abb. (254 S.) Lpz., Weber. 6.

Auerbach, Privatdoc. Dr., Die theoretische Hydrodynamik, nach dem Gange ihrer Entwickelung in der neuesten Zeit dargestellt. Gekrönte Preisschrift. (150 S.) Braunschweig, Vieweg. 4.

Physik.

Weber, Prof. Dr. H., Ueber die Causalität in den Naturwissenschaften. Rede, geh. bei der Uebergabe des Prorectorates der Univers. zu Königsberg. (30 S.) Lpz., Engelmann. 0,60.

Poppe, Dir. Dr., Alphabetisch-chronolog. Uebersicht der Erfindungen, Entdeckungen und Fortschritte auf dem Gebiete der Physik, Chemie, Mechanik und industr. Technik von den ältesten Zeiten bis auf unsere Tage. 3. Aufl. (67 S.) Frankfurt. Keller. 1.

Verdet, Vorlesungen über die Wellentheorie des Lichtes. Deutsch v. Dr. Exner. (336 S.) Braunschweig, Vieweg. 8,40.

Lambrecht, Ein Nimbus und sein Werth oder Klinkerfues und sein Wettercompas. (44 S.) Göttingen. Spielmeyer. 0,50.
Niaudet, Die galvanischen Elemente von Volta bis heute. Eine gemeinfassl. Abhandlung nach der „Traité élémentaire de la pile électrique" bearb. v. W. Ph. Hauck. (269 S.) Braunschweig, Vieweg. 7.

Chemie.

Laubenheimer, Prof. Dr., Grundzüge der organischen Chemie. In 3. Lfgn. 1. u. 2. Lfg. (400 S.) Heidelberg, Winter. 10.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Bolau, Dr. H., Die Schmetterlinge und ihre Verwandlung. (14 S.) Hamburg. Vetter. 0,50.
Etiquetten, 400, für Sammlungen inländischer Käfer. Ebda. 0,50.
Sodtmann, Reallehrer, 600 Etiquetten der hauptsächl. Schmetterlinge Deutschlands nebst Angabe der Flugzeit, sowie Futterpflanze und Entwickelungszeit. Ebda. 0,75.
Hoffmann, Dr., Die schädlichen Insekten des Garten- und Feldbaues. 8 Doppelfol.-Taf. mit Text. Esslingen, Schreiber. 5.
Hertwig, Prof. Dr., Der Zoologe am Meer. Vortrag geh. in Jena. (31 S.) Berlin, Habel. 0,60.
Franke, Die Reptilien und Amphibien Deutschlands. Mit einem Vorwort v. Geh. Hofr. Prof. Dr. Leuckart. (174 S.) Lpz., Veit. 2.

2. Botanik.

Schlickum, O., Excursionsflora von Deutschland. Kurze Charakteristik der daselbst wildwachsenden und häufiger cultivirten Gefässpflanzen. Nebst einem illustr. Anhang für Anfänger: Auffindung der Gattungen nach leicht erkennbaren Merkmalen. (374 S.) Lpz., Günther. 5.
Zettnow, Dr., Pflanzenbeschreibungen für den Schulunterricht. (151 S.) Berlin, Winkelmann. 1,20.
Fiek, Flora von Schlesien preuss. und österr. Antheils. (571 S.) Breslau, Kern. 14.
Sydow, Die Moose Deutschlands. Anleitung zur Kenntniss und Bestimmung. (185 S.) Berlin, Stubenrauch. 2.

3. Mineralogie.

Dücker, Bergrath, Die Eisperioden in Europa. (40 S.) Minden, Bruns. 0,80.
—, Petroleum und Asphalt in Deutschland. (48 S.) Ebda. 0,80.
Tschermak, Hofr. Prof. Dr., Lehrbuch der Mineralogie. In 3 Lfgn. Wien, Hölder. à 6.

Geographie.

Debes, Schulatlas für die mittleren Unterrichtsstufen in 31 Karten. Lpz. Wagner u. Debes. 1.
Handtke, Generalkarte der Vereinigten Staaten von Nordamerika. Glogau. Flemming. 1.
Mayr, Schulwandkarte von Spanien und Portugal. 1: 1 000 000. Miltenberg, Halbig. 10.
Richter, Dr. J. W. O., Leitfaden für den ersten Unterricht in der Erdkunde auf höheren Unterrichtsanstalten. (170 S.) Frankfurt, Jäger. 1,20.
Dronke, Dir. Dr., Physikalischer Schulatlas. 9 Karten mit 3 Bl. Text. Trier, Lintz. 3.

Daniel, Dr., Illustrirtes kleineres Handbuch der Geographie. Auszug aus dem vierbändigen Werke. In ca. 30 Lfgn. Lpz. Fues. à 0,60.
Cüppers, Wandkarte von Europa. Nach pädagog. Grundsätzen entworfen. 12 Bl. Düsseldorf. Schwann. 10.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Rummer, Prof., Lehrbuch der Buchstabenrechnung und der Gleichungen. Mit 1 Sammlung von Aufgaben. 5. Aufl. (408 S.) Heidelberg, Winter. 6,60.
Schlömilch, Geh. Schulr. Dr., Handbuch der algebr. Analysis. 6. Aufl. (413 S.) Jena, Frommann. 9.
Spieker, Prof. Dr., Lehrbuch der Arithmetik und Algebra mit Uebungsaufgaben f. höhere Schulen. 2. Aufl. (379 S.) Potsdam, Stein. 3.
Hirsch, Meier, Sammlungen von Beisp. etc. aus der Buchstabenrechnung und Algebra. 18. Aufl. von Prof. Bertram. (328 S.) Altenburg. Pierer. 3.
Walberer, Gymn.-Prof. Dr., Anfangsgründe der Mechanik fester Körper mit vielen Uebungsaufg. 4. Aufl. (166 S.) München, Ackermann. 2,40.

2. Naturwissenschaften.

Glaser u. Klotz, Leben und Eigenthümlichkeiten in der mittleren und niederen Thierwelt. 2. Ausg. 2 Bde. (242 S. 382 S.) Lpz., Spamer. 8.
Gremli, Excursionsflora für die Schweiz. Nach der analyt. Methode bearb. 4. Aufl. (486 S.) Aarau, Christen. 4,50.
Kraepelin, Dr., Leitfaden f. d. botanischen Unterr. an mittleren und höheren Schulen. 2. Aufl. (70 S.) Lpz., Teubner. 0,75.
Prantl, Prof. Dr., Lehrbuch der Botanik für mittlere und höhere Lehranstalten. Bearb. unter Zugrundelegung des Lehrbuchs v. Jul. Sachs. 4. Aufl. (326 S.) Lpz. Engelmann. 4.
Naumann, C. F., Elemente der Mineralogie. 11. Aufl. v. Prof. Dr. Zirkel. (735 S.) Lpz., Engelmann. 14.
Graeffe, Dr., Das Süsswasseraquarium. Kurze Anleitung zur besten Construction der Aquarien sowie Schilderung der Süsswasserthiere. 2. Aufl. (79 S.) Hamburg, Meissner. 1,50.
Arendt, Prof. Dr., Grundriss der anorganischen Chemie, mit Einschaltung zahlreicher Repetitionsfragen und stöchiom. Aufgaben. Für mittlere und höhere Schulen. 2. Aufl. (314 S.) Lpz. Voss. 4.

Geographie.

Delitsch, Oberl. Prof. Dr., Wandkarte des Königr. Sachsen im Auftr. des k. Ministeriums entw. u. gez. 3. Aufl. Lpz. Hinrichs. 16.
Laves, Oberl. Dr., Geographischer Leitfaden für die unteren und mittleren Classen der Gymn. und Realschulen. 4. Aufl. (53 S.) Posen, Heine. 0,50.

September.

Erziehungs- und Unterrichtswesen.

Brandt, Schuldirector, Die häusliche Erziehung, ihre ersten Anfänge und letzten Ausgänge. (22 S.) Langenberg, Joost. 0,30.
Fricke, Dr., Erziehungs- und Unterrichtslehre. Mannheim, Bensheimer. In 6 Lfgn. à 1.

Griesbach, Gymn.-L. Dr., Ueber die allgemeine Bildung auf Gymnasien und Realschulen und über die Nothwendigkeit der Gleichberechtigung beider Lehranstalten. (79 S.) Ludwigslust, Hinstorff. 1,50.
Babsch, Aus Erfahrung und Theorie. Ein theoretischer Brief. (48 S.) Wien, Graeser. 1,20.
Seel, Der naturkundliche Unterricht in Taubstummenanstalten. (44 S.) Hannover, Helwing. 1.
Bode, Seminardir., Erziehungsaufgaben der Volksschule in der Gegenwart. Vortrag. Neuwied, Heuser. 0,60.
Fricke, Dr. Fr. W., Die Ueberbürdung der Schuljugend. Ein Mahnwort an Eltern, Lehrer und Jugendfreunde der gesammten deutschen Nation. Berlin, Hofmann. 0,50.
Richter, Gymnasialdir. Dr. E. A., Die Abiturienten der Realschulen I. O. und Gymnasien in Preussen vor dem Forum der Statistik. (36 S.) Altenburg, Bonde. 1,50.

Mathematik.

A. Reine Mathematik.

1. Geometrie.

Fuhrmann, Oberl., Einleitung in die neuere Geometrie für die oberen Classen der Realschulen und Gymnasien. (63 S.) Lpz., Teubner. 1,60.
Henrici und Treutlein, Gymnasialproff., Lehrbuch der Elementargeometrie. 1. Theil. Gleichheit der planimetrischen Grössen. Congruente Abbildungen in der Ebene. Pensum der Tertia. (152 S.) Ebenda. 2.
Luke, Gymnasialoberl., Sammlung planimetrischer Aufgaben über das Dreieck mit besonderer Berücksichtigung des Determinirens der Aufgaben. 2. Heft. Aufgaben für Secunda und Prima. (118 S.) Halle, Schmidt. 2,60. (I. und II. 5,00.)
Schmidt, Schulinsp., Planimetrische Aufgaben. (47 S.) Hamburg, Behre. 1,20.
Götting, Gymnasialprof., Die Functionen Cosinus und Sinus beliebiger Argumente in elementarer Darstellung. (66 S.) Berlin, Wohlgemuth. 1,20.
Greve, Dr., Lehrbuch der Mathematik für den Schulgebrauch und zum Selbstunterricht methodisch bearbeitet. II. Cursus. 1. Theil. Planimetrie. (75 S.) Berlin, Stubenrauch. 1.
Schwarz, Oberl. Dr., Lehrbuch der Stereometrie. Für den Schulgebrauch bearbeitet. (91 S.) Lpz., Gebhardt. 1,80.
—, Vorzeichnungen zu den körperlichen Beweisfiguren für den Unterricht in der Stereometrie. In 5 Heften. 1. Heft: 18 Tafeln. Nebst Text: Kurzer Lehrgang der Stereometrie. (31 S.) Ebenda. 2,80.

2. Arithmetik.

Mann, Ueber den Unterricht in der Algebra an Fortbildungsschulen. (18 S.) Würzburg, Stahel. 0,35.
—, Algebra für Fortbildungsschulen. (21 S.) Ebenda. I. Thl. 0,40.

B. Angewandte Mathematik.

(Astronomie, Geodäsie, Mechanik.)

Effert, Rector, Der Unterricht in der mathematischen Geographie an Fortbildungsschulen. (26 S.) Würzburg, Stahel. 0,40.
—, Mathematische Geographie für Fortbildungsschulen. (20 S. mit 6 Holzschnitten.) Ebenda. 0,35.

Physik.

Hoppe, Prof. Dr. J., Psychologisch-physiologische Optik in experimentell psycho-physischer Darstellung. (371 S.) Lpz., Wigand. 6.

Kleritj, Prof., Zur Theorie und Praxis der Compensationspendel. (30 S.) Freiberg, Craz. 1,20.

Weber, Berichte über Blitzschläge in der Provinz Schleswig-Holstein. 2. Folge. (70 S.) Kiel, Universitätsbuchh. 2.

Bachmann, Oberl. Dr., und Breslich, Dr., Lehrbuch der Physik und Chemie für höhere Töchterschulen. (199 S.) Berlin, Mittler u. Sohn. 2,50.

Reis, Gymnasiallehrer Prof. Dr., Naturlehre für höhere Töchterschulen. Physik und Meteorologie. (224 S.) Köln, Du Mont-Schauberg. 2,20.

Sohncke, Prof. Dr., Ueber Wellenbewegung. Mit 16 Holzschn. (36 S.) Berlin, Hebel. 1.

Chemie.

Koller, Dr., Ueber den Unterricht der Chemie an Fortbildungsschulen. Würzburg, Stahel. (41 S.) 0,50.

Beschreibende Naturwissenschaften.

1. Zoologie.

Rohde, Dr., Ueber die Bildung neuer Namen auf dem Gebiete der beschreibenden Naturwissenschaften. (15 S.) Hamburg, Nolte. 1,50.

Schier, Die schädlichen Vögel. Mit Original-Farbendruckbild. Prag, Kosmak. In Lfgn. à 2,40.

Homeyer, E. F. v., Die Wanderungen der Vögel mit Rücksicht auf die Züge der Säugethiere, Fische und Insecten. (415 S.) Lpz., Grieben. 8.

Kessler, Dr. H., Die auf Populus nigra L. und P. dilatata Ait. vorkommenden Aphidenarten und die von denselben bewirkten Missbildungen. Mit 4 Tafeln. Separatabdruck aus dem 28. Bericht des Vereins für Naturkunde zu Kassel. Kassel, Kay. 1,60.

Loew, O., und Pokorny, Die chemische Ursache des Lebens, theoretisch und experimentell nachgewiesen. (60 S.) München, Finsterlin. 2.

2. Botanik.

Willkomm, Prof. Dr., Der k. k. botanische Garten zu Prag und die czechische Universität. Ein offener Protest u. s. w. (28 S.) Wien, Gerold. 0,80.

Lubarsch, Realschull., Wandtafeln zur Blüthenkunde. Eine Sammlung von Diagrammen und Längsschnitten der wichtigsten Blüthentypen. Für den botanischen Unterricht an höheren Lehranstalten zusammengestellt und erläutert. Berlin, Winckelmann. In Lfgn. à 15.

Poulsen, Botanische Wandtafeln zum Schulgebrauch. (10 col. Steintaf.) Kopenhagen, Höst. 11.

Hahn und Otto Müller, Abbildung und Beschreibung der am häufigsten vorkommenden Pilze Deutschlands nebst Angabe ihrer Schädlichkeit und ihres Nutzens. Mit 93 Abb. (35 S.) Gera, Kanitz. 2,70.

Wohlfarth, Die Pflanzen des Deutschen Reichs, Deutsch-Oesterreichs und der Schweiz. Nach der analytischen Methode bearbeitet. (788 S.) Berlin, Nicolai. 6.

Beust, Schlüssel zum Bestimmen aller in der Schweiz wild wachsenden Blüthenpflanzen, sowie der für ein Herbarium wichtigen Sporenpflanzen. Zürich, Meyer & Zeller. 1,50.

Pfuhl, Dr., Thierpflanzen und Pflanzenthiere. (32 S.) Berlin, Hebel. 0,60.

3. Mineralogie.

Quaglio, Die erratischen Blöcke und die Eiszeit, nach Prof. Torells Theorie. Mit einer Karte der nördlichen Eisfluth in Europa und Amerika. (46 S.) Wiesbaden, Bergmann. 1,80.

Hosaeus, Dr., und **Weidenhammer**, Generalsecretär Dr., Grundriss der landwirthschaftlichen Mineralogie und Bodenkunde. Leitfaden für den Unterricht an landwirthschaftlichen Lehranstalten. 3. Aufl. (59 S.) Lpz., Quandt und Händel. 1,20.

Geographie.

Petong, Dr., Uebersichtskarte des Alpengebietes für Schüler bearbeitet. 1:506 000. 10 Bl. Danzig, Homann (Elberfeld, Fassbender). 6.

Leichhardts, Dr. L., Briefe an seine Angehörigen. Mit einem Anhang: Dr. L. Leichhardt als Naturforscher und Entdeckungsreisender. Mit Porträt L.'s und einer Karte von Australien. (215 S.) Hamburg, Friederichsen & Co. 5.

Neue Auflagen.

1. Mathematik.

Stockmayer, Gymnasialprof., Aufgaben für den Rechenunterricht in den mittleren Classen der Gymnasien u. s. w. 1. Bdchn. (55 S.) 2. Bdchn. (74 S.) à 0,75. Heilbronn, Scheurlen.

August, Dr. E. F., Vollständige logarithmische und trigonometrische Tafeln. 13. Aufl. besorgt von Prof. Dr. F. August. (205 S.) Lpz., Veit & Co. 1,60.

Schrön, Dir. Prof. Dr., Siebenstellige gem. Logarithmen u. s. w. 19. Ster.-Ausg. (492 S.) Braunschweig, Vieweg. 4,20.

Matthiessen, Prof. Dr. L., Commentar zur Sammlung von Beispielen und Aufgaben aus der allgemeinen Arithmetik und Algebra von weil. Prof. Dr. E. Heis. Für die Schüler der Gymnasien, Realschulen u. s. w. bearbeitet. 3. Aufl. (204 S.) Köln, Du Mont-Schauberg. 2.

Menger, Prof., Grundlehren der Geometrie. Ein Leitfaden für den Unterricht in der Geometrie und im geometrischen Zeichnen an Realschulen. 2. Aufl. (163 S.) Wien, Hölder 2.

2. Naturwissenschaften.

Schneider, Oberl. Dr., Typenatlas. Naturwissenschaftlich-geographischer Handatlas für Schule und Haus. 2. Aufl. (15 Holzschnitttafeln.) Dresden, Meinhold. 2,40; geb. 3,60.

Morse, Prof. Dr., Anfangsgründe der allgemeinen Zoologie für Schulen und zur Selbstbelehrung. Autorisirte deutsche Ausgabe. 2. Aufl. Mit 166 Holzschnitten. (152 S.) Berlin, Stubenrauch. 1,20.

3. Geographie.

Lüben, weil. Seminardir., Leitfaden zu einem methodischen Unterricht in der Geographie. 20. Parallelauflage bearbeitet von Dr. Winkler. (181 S.) Berlin, Friedberg & Mode. 0,80.

Pädagogische Zeitung.

(Berichte über Versammlungen, Auszüge aus Zeitschriften u. drgl.)

Cantors Vorlesungen über Geschichte der Mathematik.

Von Dr. S. Günther in Ansbach.

(Abdruck aus der Allgem. Zeitung.)

III.

(Schluss.)*)

Für römische Mathematik standen dem Verfasser in erster Linie die umfänglichen eigenen Vorarbeiten zu Gebote, welche er in seinen „Agrimensoren" niedergelegt hatte; allein auch die seit den letzten Jahren neu hinzugekommene Literatur ist beigezogen und auf das Umsichtigste verarbeitet worden. Nur von einem einzigen Werke vermissen wir Erwähnung und Benützung: von des Bologneser Professors Pietro Riccardi „Cenni sulla storia della geodesia in Italia". Nicht als ob dadurch ein bedeutender Ausfall hätte entstehen können, denn Cantors ausgebreitete Literaturkunde lässt ihm nicht leicht eine der von Riccardi benützten Quellenschriften entgehen; allein diese historische Monographie erscheint uns an sich verdienstlich und erwähnenswerth, und einzelne Details, wie z. B. die Erwähnung von Promis' Arbeit über das Groma, hätten immerhin Verwerthung finden mögen. Sonst aber tritt gerade hier eine staunenswerthe Beherrschung des gesammten bei alten und neuen Autoren niedergelegten Materials zu Tage. Von den Etruskern anhebend, auf welche, aller Wahrscheinlichkeit nach, sowohl die Zahlzeichen als auch die frühesten feldmesserischen Kenntnisse des Römervolkes zurückzuführen sind, führt uns der Verfasser die altrömische Rechenkunst vor, beweist mittelst einer Fülle von Belegstellen die Existenz digitaler Rechnungsmanipulationen bei demselben**), und zeigt wie die ganze Naturanlage dieser Praktiker einerseits zur Ausbildung des instrumentalen Abacus-Calcüls, andrerseits zur Anfertigung von „Rechenknechten" hindrängen musste, wie wir deren einen in dem Tabellenwerk des Aquitaniers Victorius noch besitzen. Für die Feldmesskunst andrerseits dienten als Norm die Anlegung des „Templums", welch letztere besonders Nissen in seiner bekannten Monographie als auf geometrischen Operationen beruhend nachgewiesen hat, und die Städtegründung mittelst der beiden normalen Cardinalrichtungen Cardo und Decumanus. Das einzige Instrument, mit welchem all diese und noch manche andere Aufgaben erledigt wurden, war das „Groma", welches dem römischen Feldmesserstande zu seinem Beinamen (Gromatiker) verhalf und philologischerseits vielfachen Discussionen unterworfen worden ist***). Die Blüthezeit römischer Mathematik — freilich ein etwas kühner Ausdruck — beginnt mit Julius Cäsar und den durch ihn ins Leben gerufenen grossartigen

---

*) Man sehe I. u. II. in Hft. 5, S. 387 u. f. D. Red.

**) Besonders merkwürdig ist die noch heut in Rumänien gepflegte Manier, das Fingerrechnen mit der sogenannten „complementären Multiplication" zu verbinden (S. 447).

***) Zuletzt von Rönsch (Jahrb. f. Philol. u. Pädag., Jahrg. 1880, S. 502), der das Wort aus dem griechischen χρούειν (prüfen, untersuchen) abgeleitet wissen will.

Unternehmungen der Kalenderreform und der allgemeinen Landesvermessung, bei welcher dem bekannten Vipsanius Agrippa eine Hauptrolle zugetheilt war. Ausserdem sind hier zu nennen: der Polyhistor Terentius Varro, der Architekt Vitruvius, der Agronom Columella, bei dem wir unverkennbar Heronsche Lesefrüchte wahrnehmen, der Rhetor Quintilian, von dem wir vorher schon zu berichten hatten, und endlich der gewandte Wasserbaudirector Frontinus — wie man sieht, lauter Männer, denen die Mathematik nicht, wie einst den Griechen, als Lebensberuf am Herzen lag, sondern die nur gelegentlich mathematische Kenntnisse als Mittel zum Zweck nöthig hatten. Es folgt die Masse der zünftigen Agrimensoren, die eben auch mit dürftigen Auszügen aus Heron sich behelfen, unter denen nur Nipsus, durch seine Auflösung einer quadratischen Gleichung, und Epaphroditus hervorragen, bei welch letzterem Hr. Cantor eine allerdings äusserst merkwürdige Formel für die Pyramidalzahlen aufgedeckt hat. Besondere Beachtung wird auch den mathematischen Excursen zutheil, welche die immer mehr sich ausbildende römische Rechtswissenschaft nothwendig machte (Berechnung der „Falcidischen Quart“ u. s. w.). Die spätrömischen Schriftsteller fördern in mathematischer Beziehung nur ganz Unwesentliches zu Tage; ein Macrobius, Marcianus Capella, Cassiodorus u. s. w. sind unselbständige Sammler, und selbst der berühmte Boëthius ist nur ein schwacher Geometer. Die Echtheit der ihm zugeschriebenen Geometrie wird übrigens den Anfechtungen Weissenborns u. a. gegenüber ausdrücklich aufrechterhalten, unserer Meinung nach, mit Grund, denn wenn wir auch nicht leugnen, dass Prof. Weissenborn einige der für diese Echtheit sprechenden Gründe mit Scharfsinn entkräftet hat, so scheinen uns doch die Hauptargumente, auf welche er sich stützt, dem Boëthius eine viel zu sehr modernisirte Denkweise unterzulegen, als dass wir unser Einverständniss damit erklären könnten. Den Schluss dieses Capitels macht eine Prüfung des römischen Columnenrechnens aus, von welchem nachgewiesen wird, dass es viele Beziehungen zu unserem heutigen Ziffernrechnen darbiete, dass jedoch die Verwandlung des ersteren in das letztere durch den Mangel der Null unmöglich geworden sei. Diese Null aber ist indischen Ursprungs; sie aufzufinden, treten wir jetzt mit dem Verfasser unsere Wanderung nach der Heimath des alten Sanskritvolkes an.

Von der indischen Mathematik handeln bereits einige als verdienstlich anerkannte Essays von Playfair, Arneth, Hankel. Hrn. Cantors Neubearbeitung dieses Themas stand dagegen ein grosser äusserer und nicht minder grosser innerer Vortheil zur Seite: er konnte, ausser den früher allein zugänglichen Schriften eines Brahmagupta und Bhâskara Acârya, auch noch die Arbeiten des weit älteren Aryabhatta beiziehen und zugleich die durch Thibaut in Benares erschlossenen theologisch-geometrischen „Çulvasutras“ für seine Zwecke ausbeuten; andrerseits eröffnete ihm seine Ueberzeugung, dass zwischen Griechenland und Hindostan gar mannichfache Wechselbeziehungen obgewaltet haben müssten, das Verständniss manches Geheimnisses, an welchem seine Vorgänger achtlos vorübergehen mussten. Im Rechnen freilich standen die Hindus auf eigenen Füssen. Sie schufen die Positionsarithmetik, auf deren Grundsätzen gleichmässig eine ganze Anzahl in den verschiedenen Landestheilen gebräuchlicher Systeme beruhte; sie wussten schon frühzeitig mit grossen Zahlen und Brüchen umzugehen; sie kannten die Null nicht bloss, sondern verstanden auch mit ihr zu rechnen und waren beispielsweise darüber im Klaren, dass ein Bruch mit der Null im Nenner eine unbestimmbare Grösse sei. Proportionen, Zinsrechnungen, Gleichungen, Permutationen und Combinationen, zu denen die Metrik Anlass bot, waren ihnen geläufig; ihre algebraische Bezeichnungsweise markirt einen erheblichen Fortschritt gegen die des Diophant und anderer Griechen, und auch die Zweideutigkeit, ja sogar das Imaginärwerden einer Quadratwurzel bot ihnen keinen Anstoss.

Für die unbestimmten Gleichungen des ersten Grades bedienten sie sich einer „Zerstäubungsmethode“, welche sich vollständig mit der seit Lagrange üblichen Methode der Kettenbruchentwicklung deckt; für die des zweiten Grades stand ihnen ein „cyclisches“ Verfahren zu Gebote, dem niemand, der es in der hier (S. 557) gegebenen durchsichtigen Darstellung kennen lernt, den Namen eines geistreichen versagen wird.

Für die Geometrie sind, wie bereits bemerkt, besonders wichtig die in den Çulvasutras enthaltenen geometrischen Erörterungen über gewisse bei der Ausübung des religiösen Cultus nothwendige Verrichtungen, wie die Errichtung von Altären u. dgl. Hierbei werden rechte Winkel mittelst Seilstücken von bestimmter Länge in einer Weise abgesteckt, dass man sich ganz unwillkürlich an die Harpedonapten (s. o.) der alten Aegypter erinnert fühlt, hier kommen approximative Werthe für gewisse Quadratwurzeln vor, die durchweg auf griechische Entstehung hinweisen, und deren einen Hr. Cantor mit feinem Spürsinn bis zu dem uns bereits bekannten Theon zurückverfolgt*). Aus der Kreisberechnung der Inder ist als bemerkenswerth hervorzuheben, dass sie nicht sowohl den Kreis zu quadriren, seinen Umfang gerade zu strecken, als vielmehr ein Quadrat in einen Kreis, eine Strecke in einen Bogen zu verwandeln suchten — Umkehrungen der gewöhnlich gestellten Aufgaben, für welche der Verfasser ganz passend die neuen Kunstwörter „Circulatur des Quadrates,“ „Arcufication der Geraden“ in Vorschlag bringt. Von wissenschaftlicher Tragweite ist die Feststellung des Charakters jener Gattungen von Vierecken, welche bei den Indern ausschliesslich untersucht werden. Endlich ist noch die Trigonometrie der Inder zu erwähnen, welche nicht griechisches, sondern vielmehr ein recht autochthones Gepräge trägt; „ihre ganze Rechnungsweise,“ sagt unser Gewährsmann (S. 559), „beginnend von dem Maasse der Linien im Kreis ist so ungriechisch wie möglich, also vermuthlich indischen Ursprungs. Zeuthen meint**), und stützt diese seine Meinung mit guten Gründen, auch die Entwicklung von sin $(\alpha \pm \beta)$ sei den Indern bekannt gewesen.“

Von den Indern muss die Geschichte unserer Wissenschaft einen kleinen Abstecher hinüber zu den Chinesen machen. Die nicht nur von chinesischen, sondern leider auch von europäischen Gelehrten vertheidigten Hypothesen über ein fabelhaft hohes Alter der in jenem Lande entstandenen Wissenszweige weist unser Verfasser selbstverständlich energisch zurück; an der Hand zuverlässigerer Berichte zeigt er, dass jene Fabeln mehrentheils der bekannten antikisirenden Liebhaberei des Volkes der Mitte ihr Dasein verdanken, und dass das was sich uns heute unter dem Namen chinesischer Mathematik darstellt, die Spuren aller möglichen occidentalischen und indischen Beeinflussungen an sich trägt. Die Zahlenschreibung der Chinesen, bei welcher drei verschiedene Gattungen von Zahlzeichen, nämlich die altchinesischen, die kaufmännischen und die wissenschaftlichen Ziffern zur Anwendung kommen konnten, hat ursprünglich das Princip des Stellenwerthes nicht gekannt, doch hat sich dasselbe während der mongolischen Herrschaft Eingang zu verschaffen gewusst. Die von Cantor nur mit grosser Vorsicht angedeutete Vermuthung, das chinesische Rechenbrett, der Suan-Pan, möge aus den früher gebrauchten Gedächtnissschnüren sich heraus entwickelt haben, dürfte wohl ernstlichster Erwägung werth sein. Als Geometer leisteten die Chinesen nichts besonderes; ihre Kreismessung behalf sich lange Zeit hindurch mit dem ungenauen Werth $\pi = 3$, und ein hübscher sinnenfälliger Beweis des Pythagoreischen Lehrsatzes,

*) Eine andere Divination für diesen merkwürdigen Näherungswerth ist von Eduard Lucas, einem trefflichen französischen Analytiker, gegeben worden (vgl. dessen Schrift „Sur la théorie des fonctions numériques simplement périodiques“, Bruxelles 1878, S. 15), indess ist dieser, so schön sie vom mathematischen Standpunkte aus auch ist, historisch die Cantorsche entschieden vorzuziehen.

**) Tidsskrift for Mathematik, Jahrgang 1876, S. 181 ff.

den sie gekannt haben, ist sicherlich nicht ihr, sondern indisches Eigenthum. Mehr Selbständigkeit und Sagacität verrathen ihre algebraischen Arbeiten, betreffs deren uns in den letzten Jahren durch Wylie in Schanghai und Matthiessen in Rostock wichtige Aufschlüsse verschafft worden sind: ein Verfahren gewisse Systeme unbestimmter Gleichungen aufzulösen, stimmt ganz mit der von Gauss zum gleichen Zweck angegebenen Methode überein, und in Tschu schi kih's „Spiegel der vier Elemente" (um 1300 n. Chr.) finden wir das bekannte „arithmetische Dreieck" Blaise Pascals vollständig anticipirt. „Die Algebra scheint, wie den Indern, so auch den Chinesen das ihrem Geiste angemessene Arbeitsfeld geboten zu haben, und auf diesem Felde wuchsen Früchte, denen wir bis auf weiteres die chinesische Heimath abzuerkennen in keiner Weise berechtigt sind."

Was Griechenland auf der einen, Hindostan auf der anderen Seite producirt hatte, das vereinigte sich in den dem Scepter der Nachfolger Mohammeds unterworfenen Ländern zu einem Gesammtstrome, in welchem die beiden Quellen, je länger, je mehr, ineinanderflossen. Den Arabern waren die Errungenschaften zweier an sich weit höher stehender Culturvölker zur Bewahrung anvertraut, und sie haben mit diesem ihrem Pfunde redlich zu wuchern verstanden. Die Wissenschaftsgeschichte muss bei diesem urplötzlich aus dem Nichts auftauchenden und riesige Erdenräume erobernden Volke mehr noch als in anderen Fällen an die politische Geschichte sich anlehnen, und diese Regel lässt denn auch unsere Vorlage nicht ausser Acht. Sie berichtet, wie unter den Omaijaden zuerst in dem Handelsemporium Basra wissenschaftliche Regungen erwachten, wie dann eine geregelte Uebersetzungsthätigkeit in Gang kam, die theils indischen astronomischen Werken (der „Siddhânta"), theils mathematischen Classikern Griechenlands, in erster Linie Euklid und Ptolemäus, Eingang bei den Sarazenen verschaffte, sie schildert endlich die Spaltung in Ost- und Westaraber, welche in Folge allzu rasch um sich greifender Ausbreitung einer an sich nicht gar grossen Volksmenge eintreten musste und auch für die Entfaltung arabischer Wissenschaft in hohem Grade bestimmend geworden ist. Schon in der Zahlschreibung der Araber macht sich diese Gegensätzlichkeit in auffälligster Weise fühlbar; die Bewohner des westlichen Theiles (Aegypten, Mauretanien, Spanien) behielten jene ältesten Zahlzeichen bei, welche vielleicht schon zur Zeit der ersten römischen Kaiser ihren Weg nach Alexandria gefunden und später als „Gûbâr-" oder Staubziffern dem Scharfsinn der Erklärer manches Räthsel dargeboten haben, im Osten dagegen war man weniger conservativ und nahm die etwa im achten Jahrhundert unserer Zeitrechnung über die Grenzen kommenden „Devanagariziffern" ohne weiteres auf. Die Positionsarithmetik sammt der Null ging nichtsdestoweniger auch in die Westländer über.

Der erste arabische Mathematiker von Belang ist Mohammed ben Musâ Alchwarigmî, dessen Beiname sonderbarerweise einem modernen Kunstwort, dem „Algorithmus", das Leben gegeben hat. Sein algebraisches Wissen — auch der Terminus aldschebr kommt bei ihm zuerst vor — ist deutlich als ein aus griechischen und indischen Bezugsquellen entnommenes zu erkennen, indess wiegt nach Cantors Meinung, die sich wesentlich auf die geometrische Einkleidung arithmetischer Sätze gründet, das griechische Element entschieden vor. Die Abbasiden erzeigten sich den Wissenschaften nicht minder freundlich als die ihnen voraufgehende Dynastie; unter ihnen lebten die als Geometer berühmten „drei Brüder", sie zogen den Sabäer Tâbit ben Kurra, den scharfsinnigsten unter den arabischen Mathematikern, an ihren Hof; unter ihrem Scepter schuf der im Mittelalter hochverehrte Astronom aus Battân (Albategnius) ein neues System der sphärischen Trigonometrie; unter ihnen bildete sich die Philosophensecte „der lauteren Brüder", deren Publicationen zwar manches zu wünschen übrig liessen, in deren Schriften ein Kenner, wie Cantor, aber doch manch wichtige Notiz auffinden konnte, wie z. B. (S. 635) eine dem Pappus ent-

nommene Stelle über isoperimetrische Figuren. Und als die kriegerischen Brüder das Chalifat an sich rissen, übertrug sich auch auf diese rauhen Herrscher ein Theil des für den ganzen Zeitabschnitt charakteristischen wissenschaftlichen Sinnes. Es genügt an ihren Unterthan Abûl Wafâ, den Erfinder einer neuen geistreichen Methode zur Berechnung der Sinustafeln, zu erinnern, von einer ganzen Anzahl anderer tüchtiger Geometer zu geschweigen. Einer anderen Geistesrichtung wenden sich zu: die Arbeiten des Zahlentheoretikers Alchodochandî, des auch um die Arithmetik verdienten Universalgelehrten Avicenna, des als hellblickenden Reiseschriftsteller wohlbeleumundeten Albîrunî, des Abûl Dochûd, der die geometrische Construction algebraischer Gleichungen vervollkommnete, endlich des Bagdadiners Alkarchî. Dieser letztere hat ein umfassendes Lehrbuch der allgemeinen Arithmetik verfasst, welches uns jüngst erst durch die wohlgelungene Uebertragung eines Landsmannes (Prof. Hochheim in Magdeburg) zugänglich gemacht worden ist; unser Verfasser prüft dieses Werk auf das eingehendste, und gelangt zu dem Schlusse, dass darin die mannichfachsten Entlehnungen aus griechischen Vorlagen enthalten sind. Sonst ist aus dieser Periode nach Omar Achhaijamî zu nennen, in dessen Bearbeitung der Lehre von den kubischen Gleichungen schon fast eine moderne Luft weht, obwohl er an deren algebraischer Lösbarkeit verzweifelte.

Im islamitischen Osten verfiel allmählich die Wissenschaft, obwohl fürs erste noch der umfassend gebildete Perser Nasîr Eddin*) und Atabeddin Dschamschîd, Erfinder einer erst vom Verfasser voll gewürdigten Näherungsmethode für Gleichungen des dritten Grades, als ganz achtunggebietende Persönlichkeiten dastehen, aus dem Compendium des Behâ Eddin, eines trockenen Compilators (um 1600), geht recht deutlich hervor, dass damals schon völlige Stagnation eingetreten, und selbst das tiefere Verständniss mancher noch immer mechanisch reproducirten Doctrin verloren gegangen war. Dafür trieb um das Jahr 1000 die Mathematik unter der Herrschaft der Hakimiten lebhafte, wenn schon der Zeitdauer nach vergängliche, Blüthen im Aegypterlande; es genügt an die auch in der Geschichte der Astronomie und Optik mit Ehren genannten Namen Ibn Jûnûs und Alhazen zu erinnern. Ganz isolirt und eigenartig entwickelte sich auch das geistige Leben auf der pyrenäischen Halbinsel, wo Abdarrahmân seinen Herrschersitz Córdova zu einer moslemischen Hochschule allerersten Ranges erhoben hatte**). Hier lehrte Dschâbir ben Aflah, unter der Verketzerung Geber allen abendländischen Gelehrten wohlbekannt; hier schrieb Alkalsadî, aus Andalusien gebürtig, seinen denkwürdigen Commentar zur Rechenkunst (Talchîs) des Marokkaners Ibn Albannâ, aus welchem für die Geschichte der aufsteigenden wie der absteigenden Kettenbrüche des Interessanten gar viel zu entnehmen ist. „Hier bildete sich allmählig eine förmliche algebraische Schreibweise aus, welche auch den Uebersetzungen in die lateinische Sprache sich mittheilte, und welche somit den Europäern gestattete schon im XII. Säculum die Lehre von den Gleichungen in grösserer Vollkommenheit kennen zu lernen, als wenn sie deren Entwicklung einzig im Orient bei dem durch die Kreuzzüge hervorgerufenen

---

*) Die Parallelentheorie dieses Mannes hätte wohl eine Erwähnung verdient, insofern eine derartige philosophisch-mathematische Speculation des praktischen, auch in seinen wissenschaftlichen Neigungen die Bedürfnissfrage voranstellenden Arabervolkes von der gewöhnlichen Heerstrasse zu weit abbiegt, um nicht unsere Aufmerksamkeit auf sich zu ziehen.

**) Die alte Fabel, als hätten sich an dieser Universität auch Hunderte von lernbegierigen Christenjünglingen versammelt, wird vom Verfasser mit Recht kurz abgewiesen; der grosse Chalif, der sich mit Vorliebe „Vertheidiger des Glaubens" tituliren liess, war von solcher Toleranz eben so weit entfernt als seine christlichen Collegen. Wohl aber sickerte gar mancher Tropfen durch in die angrenzenden westgothischen Landestheile, und wer sich in der spanischen Mark jenseit des Ebro aufhielt, der mochte immerhin manches lernen, wozu ihm sein Vaterland keine Gelegenheit gab. Dorthin also sehen wir Franzosen und Deutsche wandern, um fremdartige Kenntnisse einzusammeln.

Zusammenstosse mit arabischer Cultur verfolgt hätten." (Cantor, S. 700.) Sehen wir jetzt zu, was während dieser in so mancher Beziehung glänzenden Periode intellectuellen Aufschwungs die abendländischen Christen mit den ihnen überlieferten Wissensschätzen des Alterthums angefangen haben.

Das achte Hauptstück, welches den Schluss des ersten Bandes bildet, betitelt sich in sehr treffender Weise „Klostergelehrsamkeit des Mittelalters". Aus der Zeit vor Karl dem Grossen sind es nur zwei Männer, die in einer Geschichte der Mathematik erwähnt zu werden verdienen: Isidor von Sevilla (eigentlich ein geborener Neu-Carthager) und Beda der Ehrwürdige, ein Angelsachse. Jener mächtige Kaiser brachte einen frischen Zug in die geistige wie in die politische Welt, und zumal sein wissenschaftlicher Amanuensis, Alcuin, suchte nach allen Seiten hin anregend zu wirken. Dass die unter seinem Namen bekannten „Aufgaben zur Verstandesschärfung der Jünglinge" auch wirklich den Alcuin zum Verfasser haben, hält Cantor durchaus nicht für unmöglich. Als weitere hervorragende Klostergelehrte werden uns genannt: Hrabanus Maurus, Walafrid Strabo, Remigius von Auxerre, Odo von Cluny, Abbo von Fleury; bedeutender als sie alle ist Gerbert, der Auvergnate, später unter dem Namen Sylvester zur höchsten Würde der Christenheit erhoben. Ueber diesen in der That bedeutenden Mann hat unser Verfasser schon früher einlässliche Studien angestellt, aus denen uns hier das Wichtigste mitgetheilt wird. Gerbert hatte das ganze — damals erreichbare — Wissen des Alterthums in sich aufgenommen, und während eines vorübergehenden Aufenthalts in Nordspanien auch von arabischer Mathematik einiges gehört; wenigstens erbittet er sich später von einem gewissen Lupitus ein von diesem ins Lateinische übersetztes arabisches Werk über Astronomie. Ueberhaupt liefert Gerberts Briefwechsel, zumal seine Correspondenz mit Adelbold, dem Erzbischof von Utrecht, manchen Beitrag zu seiner Charakteristik. Als Hauptwerk ist jedoch immer die bekannte Geometrie zu betrachten, in welcher sich eine Fülle von Anklängen an die römischen Agrimensoren, an Epaphroditus, an Nipsus, an Sextus Julianus Africanus u. a. vorfindet. Auch die Geschichte der Rechenkunst zieht aus Gerberts „Büchlein über das Dividiren der Zahlen" vielfache neue Aufschlüsse. Gerberts Nachfolger theilt Hr. Cantor, wie er schon früher in seinen Beiträgen gethan, in Abacisten und Algorithmiker, je nachdem sie die römische Manier des maschinalen Rechnens auf dem Abacus oder aber die indisch-arabische Rechnungsweise in den Vordergrund stellen. Bernelin, Meinzo, Hermann der Lahme, Radulph von Laon, der als Uebersetzer hervorragende Atelhart von Bath und Gerland gehören in die erstere Kategorie, Johannes Hispalensis leitet die algorithmische Schule ein. Nebenbei wird auch der Uebersetzungsthätigkeit der Atelhart, Gerhard von Cremona, Plato von Tivoli die nöthige Beachtung zutheil. Mit dem Jahre 1200 schliesst, wie schon bemerkt, dieser erste Theil ab: Leonardo Fibonacci und Jordanus Nemorarius, letzterer ein Deutscher, stehen an der Pforte des neuen Zeitraums, welchen uns der Verfasser in einem zweiten Bande zu schildern gedenkt.

Unser Referat ist hiermit zu Ende. Besondere Worte des Lobes über ein Werk zu sagen, dessen Inhaltsfülle dem Leser jetzt bekannt, an dessen Zeitgemässheit zu zweifeln unmöglich ist, hält der Berichterstatter um so mehr für überflüssig, da die Leser der „Allg. Ztg." Cantors schöne, lichtvolle Darstellung*) aus zahlreichen Proben kennen. Hoffen wir, dass die Arbeit in gleich rüstiger Weise weiter schreitet; wir werden dann unserer mathematischen Literatur ein Werk einverleibt sehen, dessen Bedeutung, wie wir ohne irgendeinen Anspruch auf Prophetengabe heute schon zu sagen wagen, in zehn Jahren eine ganze Reihe von Neuauflagen in fremden Sprachen besser bekunden wird, als Worte zu thun vermögen.

*) Das einzige Wort „schräh" für „schräg" kann unseren Beifall nicht finden. Wir hielten es zuerst für einen Druckfehler, bis uns sein häufiges Vorkommen eines andern belehrte.

Der erste deutsche Geographentag und der geographische Unterricht.

Am 7. und 8. Juni tagte in Berlin unter reger Betheiligung einer grösseren Anzahl angesehener Geographen (Dr. Nachtigal, Prof. Bastian, Prof. Koner in Berlin, Prof. Neumayer in Hamburg, Dr. E. Behm in Gotha, Prof. Hann in Wien u. a.), der Universitätsprofessoren für Erdkunde (Kirchhoff, Wagner, Rein, Ruge, Zöppritz, Credner, Hahn, Delitsch) und einer grösseren Anzahl von Directoren und Lehrern höherer Lehranstalten der erste deutsche Geographentag. Daran schloss sich am 9. Juni Morgens eine Delegirtenversammlung der afrikanischen Gesellschaft und Abends 7 Uhr eine Sitzung der Gesellschaft für Erdkunde, in der G. Rohlfs über seine letzte Reise nach Abessinien Bericht erstattete und Prof. G. Fritsch über „Geographie und Anthropologie als Bundesgenossen“ einen Vortrag hielt. In den Bibliotheksräumen der Gesellschaft für Erdkunde war am 7. und 8. Juni eine kleine Sammlung neuerer geographischer Bücher, Kartenwerke, Globen etc. ausgestellt. Am 8. Juni wurde den versammelten Geographen Gelegenheit geboten, die in mehreren besonderen Zimmern des hydographischen Amtes ausgestellten wissenschaftlichen Apparate zur Untersuchung des Meeres zu besichtigen.

Die Verhandlungen des Geographentages sollen in ausführlicher Weise demnächst veröffentlicht werden, und weisen wir schon jetzt auf die gehaltvollen Vorträge von Zöppritz: über den inneren Zustand der Erde; Neumayer: über die Wichtigkeit magnetischer Forschungen vom Standpunkte der Geographie; Rein: über die Bermuda-Inseln und ihre Korallenriffe u. a. hin.

Von besonderer Wichtigkeit werden sich hoffentlich für die Reform des geographischen Unterrichts die folgenden Thesen, die vom ersten Geographentage in den beiden schulgeographischen Verhandlungen angenommen wurden, erweisen. Diese von Professor A. Kirchhoff in Halle aufgestellten Thesen lauten nach ihrer definitiven redactionellen Fassung:

1) Die Geographie ist auf den höheren Schulen als selbständiges Unterrichtsfach zu behandeln, denn ihre Verknüpfung mit der Geschichte, als deren nebensächliches Anhängsel, führt erfahrungsmässig zu einer den Schulunterricht überhaupt schädigenden Vernachlässigung.

2) Die Geographie ist in sämmtlichen Classen mit eigenen Lehrstunden zu bedenken, da sie als das einzige Fach, welches naturwissenschaftlich mathematisches mit geschichtlichem Wissen verbindet, ein kräftiges Gegenmittel gegen schädliche Zersplitterungen bietet; auch hat sie gerade für die oberen Classen eine hohe Bedeutung, weil in ihnen jenes doppelseitige Wissen seinen Gipfel erreicht.

3) Es ist in hohem Grade wünschenswerth, dass die Geographie in der Staatsprüfung der Lehrer einerseits als selbständiges Fach anerkannt, andererseits nicht nur dem historisch-philologischen, sondern auch dem mathematisch-naturwissenschaftlichen Fach als wesentlich unterstützendes Nebenfach beigeordnet werde.

Ueber die zeichnende Methode im geographischen Unterrichte waren von Professor H. Wagner in Göttingen Thesen aufgestellt und dieselben wurden in folgender Fassung fast einstimmig angenommen:

1) Der deutsche Geographentag empfiehlt das Zeichnen im geographischen Unterrichte als ein unerlässliches Mittel zur Förderung klarer Anschauung und einen trefflichen Hebel zur Erweckung der Selbstthätigkeit der Schüler; 2) die Versammlung erklärt sich auf das Entschiedenste gegen die noch weit verbreitete Unsitte, den Schülern das Zeichnen einer Karte (als Copie eines ganzen Atlasblattes) als häusliche Aufgaben aufzuerlegen, ohne dass sie durch eine langsam fortschreitende methodische Anleitung zu solchen Leistungen befähigt würden; 3) sie verwirft die Ersetzung aller Linienelemente der Karte (Lohsesche Methode) durch gerade Linien, da dieselbe nicht geignet ist, den Formensinn des Schülers zu befördern, vielmehr seinen Geschmack geradezu verderben muss; 4) sie erklärt sich ent-

schieden gegen die systematische Durchführung der sogenannten constructiven Methode im Unterricht, da dieselbe ein zu künstliches System von Hülfslinien und Stützpunkten bedarf, welche zumeist an sich gar keinen Werth für das Auffassungsvermögen von Seiten der Schüler haben und das Gedächtniss in hohem Grade belasten; 5) obgleich die Kenntniss der kartographischen Elemente für das Verständniss der Karte unerlässlich ist, so erklärt sie sich dennoch gegen eine systematisch Vorschule des topographischen Zeichnens, da dieselbe über die Bildungszwecke der Mittelschulen hinausgeht; 6) sie empfiehlt die Methode der Entwerfung freier, sich mehr an das Kartenbild anschliessender Skizzen einzelner Erdräume, da dieselbe auf einem richtigen Princip beruht und dem jedesmaligen Standpunkte des Auffassungsvermögens und der manuellen Geschicklichkeit des Schülers leicht angepasst werden kann*); 7) die Versammlung erklärt sich gegen die Verbreitung der sogenannten „Faustzeichnungen" in gedruckter Form im Kreise der Schüler, da dieselben niemals den Ausgangspunkt des Unterrichts bilden dürfen und die Gefahr nahe liegt, dass sie die Karte verdrängen.

Im nächsten Jahre soll der Geographentag um Ostern in Halle stattfinden. (Deutsche Geogr. Blätter. Hft. 2. Bd. IV.)

Schulhygiene.**)

Aus der Zeitschrift „Gesundheits-Ingenieur" (Red. G. Stumpf).

Aus Anlass eines Antrags der Stände im Königreich Sachsen sind über die Heiz- und Ventilations-Anlagen in den Staatslehranstalten und den vom Staate verwalteten städtischen Lehranstalten in den nachstehend bezeichneten Richtungen genaue Erörterungen zu veranstalten:

1. In bautechnischer Beziehung ist eine genaue Beschreibung des betreffenden Gebäudes, der in demselben befindlichen Heizanlagen, ob Ofen- oder Centralheizung, bei letzterer des Systems derselben, der Ventilations-Einrichtungen, wenn solche vorhanden, und des Systems derselben aufzunehmen. — Hierüber sind für jede einzelne Staatslehranstalt die in der beigefügten Tabelle unter I. rubricirten Angaben zusammenzustellen. — Die vorstehend bezeichneten Erörterungen sind von dem Landbaubeamten des Bezirks, unter Vernehmung mit dem Director der Anstalt, an denjenigen Anstalten, an welchen selbst Bauverständige angestellt sind, von dem betreffenden, oder wo mehrere vorhanden von dem von der Direction der Anstalt mit Auftrag versehenen Bauverständigen, an städtischen, jedoch unter Verwaltung des Staates stehenden Lehranstalten von dem betreffenden Stadtrathe unter Zuziehung des Stadt- und Landbaumeisters zu bewirken. — Das Ergebniss der Erörterungen ist dem betreffenden Ressort-Ministerium unter Beifügung der Tabellen I. bis längstens den 1. März 1881 anzuzeigen.

2. In hygienischer Beziehung sind während eines gewissen Zeitraumes die Temperatur, die Kohlensäure- und der relative Feuchtigkeits-Gehalt der Zimmerluft genau zu beobachten und das Ergebniss nach der beigefügten Tabelle unter II. zusammenstellen.

---

*) Wir haben diese Nr. gesperrt drucken lassen, um sie den Lesern hervorzuheben und eine Discussion darüber zu veranlassen. Wir wenigstens können diese Methode nicht als die richtige, am allerwenigsten für einen Fortschritt bezeichnen; denn trotz der kurzen und etwas unklaren, mehr einer blosen Andeutung ähnlichen Darlegung derselben scheint wenigstens so viel daraus hervorzugehen, dass sie einem „Probiren" wenn nicht gleicht, doch nahekommt, wie es sich z. B. immer noch ins „Freihandzeichnen" einmischt. Das „richtige Princip", auf dem sie beruhen soll, ist uns unauffindbar und wir halten festere Grundlagen für nöthig. Anm. d. Redaction.

**) Wir geben diese Mittheilung mit Rücksicht auf das Hft. 5, S. 376 u. f. recensirte Buch von Flügge und mit Bezug auf unsern Bericht XI, 493 u. f., bes. auch unsere Anregung dort S. 496. D. Red.

Hierzu wird bemerkt: a) Die Beobachtungen sind während trockener Witterung mit einigen Kältegraden im Monat Januar oder, wenn in diesem Monate abnorme Witterung stattfinden sollte, im Monat Februar eine ganze Woche hindurch sowohl vor oder kurz nach Beginn, als auch kurz vor Schluss des Vormittags-Unterrichts vorzunehmen. b) Der Beobachter hat sich zu überzeugen, dass die zur Regelung der Ventilation bestimmten Klappen und Verschlüsse während der ganzen Zeit des Vormittags-Unterrichts ihre regelrechte Stellung gehabt haben, alle zur geordneten Ventilation nicht bestimmten Fenster und Thüren aber, mit Ausnahme der Zwischenpausen, welche möglichst gleichmässig einzuhalten sind, geschlossen bleiben. Die Beobachtungen am Schlusse des Vormittags-Unterrichtes sind selbstverständlich vor dem Verlassen der Zimmer Seitens der Studirenden oder Schüler vorzunehmen. c) Bei dem Vorhandensein eines einheitlichen Heiz- und Ventilations-Systems genügt die Beobachtung in zwei Zimmern jedes Stockwerks mit einer Durchschnittszahl von je 40 bis 50 Schülern (Studirenden). Wenn die Unterrichtszimmer nach verschiedenen Himmelsrichtungen liegen, so sind für die Untersuchung je zwei Zimmer zu wählen, welche in dieser Beziehung in ihrer Lage differiren. Liegen alle Unterrichtszimmer nach einer Richtung, so sind je ein Eck- und ein Mittelzimmer der Untersuchung zu unterziehen. Die Tabelle II. ist zu möglichster Uebersichtlichkeit über jedes zu untersuchende Zimmer jedes Stockwerkes, unter genauer Bezeichnung desselben auf der Tabelle, besonders aufzustellen. d) Die Temperatur, wie der Feuchtigkeitsgehalt der Zimmerluft, sind mit einem in der Mitte des Zimmers in Tischhöhe aufgestellten Augustschen Psychrometer zu bestimmen, zur Ermittelung der Reinheit der Luft nach der bekannten Pettenkoferschen Methode eine Luftprobe zu entnehmen und unter gleichzeitiger Beobachtung des Barometerstandes ihr Kohlensäuregehalt festzustellen. Das Nähere über die Methoden dieser Untersuchungen mit den zur Berechnung der Resultate erforderlichen Tabellen findet sich in dem „Lehrbuch der hygienischen Untersuchungsmethoden von Dr. Flügge, Leipzig 1881“ und zwar über die Bestimmung des Feuchtigkeitsgehaltes Seite 83 ff., die Pettenkofersche Methode Seite 135 ff. angegeben; die Tabellen sind Seite 564—573 beigefügt. Dieses Lehrbuch, ein Augustsches Psychrometer und die für die Pettenkofersche Methode nöthigen Büretten, Flaschen etc. sind, wo solche nicht bereits vorhanden, anzuschaffen. Dabei wird für die Erwerbung von Psychrometern die Firma Dr. A. Geissler in Bonn, für die Pettenkoferschen Apparate die Firma Franz Hugershoff in Leipzig als geeignete Bezugsquelle empfohlen. e) Mit Vornahme der vorbezeichneten Untersuchungen werden die an einzelnen Anstalten fungirenden Professoren oder Lehrer der Physik und Chemie beauftragt. Wo deren mehrere an einer Anstalt angestellt sind, hat die Direction der Anstalt das Nähere hierüber zu bestimmen. f) Das Ergebniss dieser Untersuchungen ist durch die Direction der Anstalt dem betreffenden Ressort-Ministerium längstens bis zum 15. März 1881 anzuzeigen.

3. Die Staatslehranstalten, in welchen die vorstehend unter 1 und 2 bezeichneten Untersuchungen vorzunehmen, sind: (folgen die Namen von 40 Anstalten).

gez. Die Ministerien
des Innern, des Cultus u. öffentl. Unterrichts, u. d. Finanzen.
v. Nostiz-Wallwitz. Dr. v. Gerber. v. Könneritz.

Anmerkung der Redaction des „Gesundheitheits-Ingenieur“: Wir werden bestrebt sein, unseren Lesern die Schlussresultate s. Z. mitzutheilen, wir können hierbei nicht zurückhalten unsere Verwunderung auszusprechen, dass der stündliche Luftwechsel nicht gleichzeitig gemessen wird (anemometrisch). Mit den Beobachtungen sind die Lehrer der Chemie und Physik, mit den Angaben über die baulichen Verhältnisse Bautechniker beauftragt. Ingenieure unseres Faches werden nicht befragt, was die Sache doch gewiss sehr fördern würde.

Ein Brief an den Herausgeber d. Z.

mit Beziehung auf den Aufsatz über Determinanten XI_5, 343 ff.*)

Herr Redacteur! Ich kann nicht umhin, Ihnen meine Freude zu äussern über die von Ihnen im 3. Hefte d. vor. Jahrg. Ihrer Zeitschrift entwickelten pädagogischen Grundsätze, nach welchen die Determinanten auf Gymnasien gelehrt werden sollen; denn sie stimmen mit den von mir gemachten Erfahrungen vollständig überein. Der Schüler soll nicht plötzlich in ein neues Wunderland versetzt werden, dessen sämmtliche Gebilde er noch gar nicht kennt und worin er sich deshalb nur wie ein kleines unerfahrenes Kind bewegen kann; er ist dann in seiner Hülflosigkeit ganz und gar angewiesen auf die Leitung des Lehrers, und während er sonst bei einem richtigen genetischen Unterricht selbst sichere Schritte macht und das, was er gelehrt wird, gewissermassen selbst gefunden zu haben glaubt, — ein Umstand, der das Meiste dazu beiträgt, sein Interesse an der Mathematik zu erwecken und zu erhalten, — muss er bei der von Ihnen mit Recht getadelten Methode gar mancher Lehrbücher der Determinanten vorerst Alles dem Lehrer glauben, nicht weil er es versteht, sondern weil dieser es ihm sagt, bis ihm nach langer Drillung, vorausgesetzt, dass mittlerweile, was sehr unwahrscheinlich ist, sein Eifer nicht erkaltet, endlich vielleicht ein Licht aufgeht über das eigentliche Wesen der Sache und er die Sicherheit und Selbständigkeit wieder findet, die ihm unterdessen verloren gegangen war. Wie ganz anders verhält es sich, wenn der Lehrer, statt sich gleich auf den höchsten, nur ihm zugänglichen Standpunkt der Allgemeinheit wie auf einen Thron zu setzen und von dort mühsam den an seiner eigenen Kraft verzweifelnden Schüler zu sich empor zu winden, zu diesem sich herablässt, dadurch, dass er ihm das Ziel von ferne zeigt, sein Interesse und den Wunsch erweckt, es zu erreichen, und indem er ihm vollkommene Freiheit und Selbständigkeit lässt, doch unvermerkt seine Schritte auf den richtigen Weg lenkt, mit einem Worte: wenn er statt vom Allgemeinen zum Besonderen, vom Besonderen auf das Allgemeine übergeht. Welche sonderbare pädagogische Ansichten namentlich bei Universitätsprofessoren in dieser Beziehung oft in Geltung stehen, dafür hat mir namentlich das Büchlein des berühmten Hesse über die Determinanten ein Beispiel gegeben, ein Büchlein, das auf dem Titel sich für elementar behandelt ausgiebt, aber so abstrus abgefasst ist, dass es (sonst alle Ehre dem Namen Hesse) für den Unterricht absolut unbrauchbar ist. Doch Alles dies haben Sie ja selbst in ihrem Aufsatze in schlagender Weise auseinandergesetzt; derselbe wird besonders berufen sein, auf jüngere eben erst von der Universität gekommene Mathematiker, die, gewöhnlich mit grossem Selbstbewusstsein ausgerüstet, alles Alte, auch soweit es sich um den Stoff handelt, verachten, den günstigsten Einfluss auszuüben. Denn den Hauptfortschritt in der Behandlung der Mathematik auf Gymnasien müssen wir nicht in der Erweiterung des Stoffes durch unbegrenzte Zuziehung aller neueren Errungenschaften, sondern, wie Sie richtig bemerken, darin finden, dass wir der dogmatischen Methode, die früher allein herrschte, die genetische substituiren, auch wenn wir uns nur auf das Gebiet der euklidischen Mathematik beschränken; dabei braucht jedoch eine Erweiterung des Stoffes innerhalb gewisser Grenzen nicht ausgeschlossen zu werden.

Entschuldigen Sie, dass ich den von Ihnen ausgesprochenen Gedanken eigentlich hier nur wiederhole; aber es drängte mich, Ihnen meine volle Zustimmung in Betreff dieses Gegenstandes recht von Herzen kund zu thun. Mit freundlichstem Gruss Ihr ergebenster X.

---

*) Dieser Brief kommt, weil er verlegt worden war, zwar verspätet, aber wir möchten ihn doch, als Zustimmung zu unserm Aufsatze, nicht unterdrücken. D. Red.

Zur Geschichte des Schulwesens.

Ein Wort für die Realschule.

(Aus einer Rede des Provinzial-Schulraths Dr. Höpfner.)

Mitgetheilt von Hersmann, Oberlehrer a. d. R. I. O. in Ruhrort.

Vom Niederrhein. Bei Gelegenheit der Jubelfeier des 50jährigen Bestehens der Realschule I. Ordnung zu Duisburg überbrachte Herr Provinzial-Schulrath Dr. Höpfner die Glückwünsche des Provinzial-Schulcollegiums in einer für die sogenannte Realschulfrage hochbedeutsamen Rede, die gewiss nicht verfehlen wird, in weitesten Kreisen Beachtung zu finden. Dem Ressort des Herrn Dr. Höpfner sind seit einer Reihe von Jahren die zahlreichen Realschulen der Rheinprovinz untergestellt, daher das Urtheil dieses Mannes gewiss ein competentes genannt zu werden verdient. Wir heben folgende wichtige Stelle aus der Rede hervor: „Meine Zuversicht," so äusserte der Redner, „dass die Realschule I. Ordnung in den kommenden Tagen weiter gedeihen wird, gründet sich nicht mehr blos auf Folgerungen, die ich aus den bestehenden Einrichtungen ziehe, nicht mehr blos auf Beobachtung des Geistes, welcher dort thätig ist und den Blick der Jugend nach Oben und nach Innen in derselben Weise zu richten strebt, wie es am Gymnasium der Fall ist, sondern auch auf Thatsachen, die in meinen Augen unwiderleglich zeugen. Hat die Gründlichkeit geistiger Bildung und die ideale Richtung der Seele, worin wir die Leistungssumme einer gross angelegten und in sich abgeschlossenen Schulbildung erblicken werden, zunächst, wie man gerne zugeben wird, Gelegenheit, sich in der Verfolgung eines rein wissenschaftlichen Studiums zu bewähren, so hat die Realschule nunmehr mit einer stattlichen Reihe junger Männer die Probe bestanden, und es wird der Satz wohl formulirt werden dürfen, dass sie die Reife für akademische Studien ihren Abiturienten in den Fällen verleiht, wo diesen Studien der besondere Inhalt ihres Unterrichts mehr oder minder direct vorarbeitet. Von diesem Standpunkte aus, glaube ich, dass der Staat auch in der Realschule herangebildete Lehrer des mathematisch-naturwissenschaftlichen Faches, Aerzte, vielleicht auch Juristen gut heissen könnte, ohne übrigens einen Zwang auf diejenigen Facultäten der Universität auszuüben, welche von Bedenken hinsichtlich der Einführung der Real-Abiturienten in ihre Wissenschaft beherrscht sind, Bedenken, die diesen Abiturienten keine ernste Schwierigkeit bereiten würden, da sie nichts weniger als allgemein auftreten. — Aber wie hoch ich auch den Werth veranschlagen mag, den die Erlangung der von Ihnen, m. H., so ernst erstrebten, weiteren Berechtigungen in ihrer Rückwirkung auf die Entwickelung der Realschule haben wird, so kann ich doch nicht verhehlen, dass der höchste Ehrgeiz der Realschule meines Erachtens in der Aufrechterhaltung ihres Grundcharacters bestehen sollte, welcher sie zur echt modernen, höheren Bürgerschule macht. Hat diese Anstalt, wie ich freudig anerkannte, im Laufe der Zeiten einen Ausbau derart erfahren, dass der Uebertritt ihrer reifen Zöglinge in einige Laufbahnen specifisch wissenschaftlicher Richtung zulässig, ja erwünscht erscheint, so darf darum die Vorbildung Studirender doch nicht zur hauptsächlichen, Lehrplan und Lehrbetrieb bestimmenden Aufgabe werden. Denn übersehen dürfen wir nicht, dass hiermit ein Feld der Rivalität mit dem in den Augen der Nation angesehener wie jemals dastehenden Gymnasium betreten wird, und dass bei dieser Concurrenz, abgesehen von den Aspiranten für das medicinische und für das mathematisch-naturwissenschaftliche Fach, das Gymnasium alle Aussicht hat, die meist begünstigten Köpfe in seiner Pflege zu behalten. Unsere Stärke aber liegt nicht in einem Felde, auf welchem wir mitgehen und folgen, sondern in einem solchen, auf welchem wir führen und vorangehen. Dies Gebiet aber

ist und muss bleiben für die Realschule die Aufgabe, eine auf den näheren Bedürfnissen der Gegenwart beruhende, gleichwohl vom wissenschaftlichen Geiste erfüllte Bildung an solche zu überliefern, die aus der Schule unmittelbar in das praktisch thätige Leben übertreten. In Lösung dieser Aufgabe muss die Realschule an der Hand der ihr überwiesenen Unterrichtsfächer sich dem Gymnasium hoch überlegen und dieser Ueberlegenheit darf sie sich stolz bewusst zeigen."

Lehrerüberproduction.

Zur „Ueberproduction" im Lehrfache giebt folgende Uebersicht eine Illustration.

Im Sommersemester 1881/82 studirten in Göttingen:

	182	Jurisprudenz
	151	Medicin
	244	Philol., Gesch. und Philos.
	230	Math. und Naturw.!
	23	Cam. und Landw.
	23	Pharm. und Zahnheilkunde
Sa.	853	

Rechnet man die 244 Philologen, Historiker und Philosophen und die 230 Mathematiker und Naturwissenschaftler zu den Lehrern (inclusive den Docenten), so ist die Zahl der Lehramtscandidaten 474 und es gehören also von den 853 in Göttingen Studirenden mehr als die Hälfte (über 50%) dem Lehrfache an. Wo soll das hinaus? Braucht die Provinz Hannover so viel Lehrer? Ist diese Ueberproduction nicht eine Folge der Berechtigung der Realschulabiturienten, Mathematik, Naturwissenschaft, und neuere Sprachen studiren zu dürfen, und würde nicht diese Anstauung von Lehrkräften durch die Berechtigung zum Medicinstudium wenigstens zum Theil gehoben werden?

Mittheilungen und Anfragen.

1) Die Section für mathem.-naturw. Unterricht bei der Naturforscher-Verammlung.

Herr Schulrath Dr. Pick in Salzburg theilt uns im Vereine mit Prof. Dr. Günther in Ansbach mit, dass es zu einer Sitzung der XII. Section (f. mathem.-naturw. Unterricht) gar nicht gekommen sei, theils wegen des geringen Besuchs dieser Versammlung überhaupt (7—800) und der Schulmänner insbesondere, theils wegen der Schwierigkeit, eine passende Zeit zu finden ohne Gefahr zu laufen, eine andere wichtige Section versäumen zu müssen. Unsere Ansicht hierüber ist zu bekannt, als dass wir dem ein Wort hinzuzufügen hätten. — Die beiden angekündigten Vorträge von Kurz („über die Behandlung der Lehre von der Farbenzerstreuung") und von Günther („Kritische Bemerkungen zu den Berichten für den Satz vom Parallelogramm der Kräfte") sind daher in der (II.) Section für Physik gehalten worden.

2) Die mathem.-naturw. Section der Philologenversammlung. Letztere, welche für ds. Jahr in Karlsruhe projectirt war, ist bekanntlich wegen der dortigen Feierlichkeiten des Grossherzogl. Jubiläums ausgefallen und mit ihr die genannte Section. Die Versammlung soll aber im nächsten Jahre (1882) dort stattfinden. Da die Hoffnungen der Fachgenossen fast nur auf die Thätigkeit gen. Section sich stützen, so dürfte sich's empfehlen, schon jetzt Vorbereitungen zu Verhandlungen resp. Anträgen für dort zu treffen und dieselben in ds. Z. zu signalisiren.

3) Geodätische Uebungen oder nicht? **Mit Beziehung auf unsern Briefkasten (Heft 5, Umschlag) erhalten wir von Dr. W. in L. (W.) die Mittheilung, dass das k. Provinzialschulcollegium in M. ihm durch den Rector habe eröffnen lassen, dass er (der Rector) nach Anhören, nicht nach Beschlussfassung der Conferenz selbständig über die Verwendung der Lehrmittel zu verfügen habe.** Herr Dr. W. ersucht uns nun 1) um Namhaftmachung von Abhandlungen über den Nutzen der Messübungen für Schüler und 2) um Angabe von höheren Lehranstalten, an denen solche Uebungen factisch vorgenommen werden (natürlich polytechnische und Gewerbeschulen, wo solche Uebungen zum Lehrplane gehören, ausgenommen). Zwei Herren (Dr. Börner, Dir. d. Realschule in Dortmund und Conr. Dr. Heussi in Parchim) hätten sich warm dafür ausgesprochen. Wir bitten die Herren Fachgenossen, uns diese Fragen beantworten zu helfen!

4) Vom nächsten Jahrgange ab soll diese Zeitschrift in der **neuen Orthographie** gedruckt werden. Dies allen Mitarbeitern hiermit zur Nachricht.

5) Wer von den Herren Fachgenossen weiss eine Verordnung einer deutschen Oberschulbehörde, in welcher direct und öffentlich gegen den mangelhaften (incorrecten) mathematischen Volksschul- und Seminarunterricht auf Grund der Lehr- resp. Schulbücher oder directer Beobachtungen abhelfend vorgegangen ist? Wer es weiss, der rede!

Zur Lehrerstatistik.

(Vgl. Briefkasten Heft 4. S. 330 1.b) und Heft 5 Umschlag Nr. 4.)

Hr. Dr. Wolkenhauer-Bremen theilt uns mit, dass im Staate Bremen (Stadt Bremen, Bremerhaven, Vegesack) an den höheren Lehranstalten insgesammt **16** (sechszehn) Lehrstellen mit Mathematikern resp. Naturwissenschaftlern besetzt sind, und zwar sind davon 12 in Bremen und je 2 in Bremerhaven und Vegesack. Ueberdies gibt es noch einige Lehrstellen mit nicht akademisch Gebildeten, die ihre Befähigung vor einer bremischen Prüfungsbehörde nachgewiesen haben. Die Navigationsschule ist hier nicht mit eingerechnet. Wir bitten um weitere Mittheilungen.

Berichtigungen.

I.

In Folge eines Versehens bei der Revision sind in unserer Nachschrift (Heft 5, S. 400, Zeile 9) zwischen den Worten „sehr" und „aber" die Worte „zu beklagen ist", und ebenso hinter „Volksschulunterrichts" (Zeile 8) das Wort „überhaupt", welche Worte wir nachträglich im Manuscript hinzugefügt hatten, fortgeblieben. Wir bitten die Leser d. Z., dies zu berichtigen.

II.

Wir erhielten in Folge unserer „Nachschrift" hinter der Recension des geometrischen Schulbuchs von Schwabe und Schmidt (Heft 5, S. 400) vom Weimarischen Unterr.-Ministerium folgende Zuschrift, die wir auch ohne die Berufung auf § 11 des Pressgesetzes abgedruckt haben würden:

„In Heft 5, Jahrgang XII der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht findet sich am Schlusse einer Kritik über: „Die mathematischen Körper und die Geometrie in der Volksschule von Schwabe und Schmidt, Weimar, H. Böhlau 1881" eine Nachschrift der Redaction, welche in der Annahme, dass das kritisirte Buch seitens der zuständigen Schulbehörde „die Approbation

erhalten“ habe und in Volksschulen des Grossherzogthums Sachsen eingeführt sei, diese Behörde „der Indolenz — um nicht zu sagen Gewissenlosigkeit“ — zeiht.

Mit Rücksicht hierauf bemerkt die unterzeichnete oberste Schulbehörde, dass das ihr erst nach dem Erscheinen vorgelegte und bereits im Frühjahr d. J. einer fachmännischen Prüfung unterzogene Schwabe-Schmidtsche Buch in keiner Volksschule des Grossherzogthums Sachsen eingeführt und zur Einführung diesseits weder empfohlen noch zugelassen worden ist.

Das unterzeichnete Ministerial-Departement beansprucht auf Grund des § 11 des Reichsgesetzes über die Presse vom 7. Mai 1874, dass die Redaction der Zeitschrift für mathematischen und naturwissenschaftlichen Unterricht diesen Sachverhalt durch wörtlichen Abdruck des gegenwärtigen Schreibens in dem nächsten Hefte der Zeitschrift bekannt gebe und erwartet die gleichzeitige Zurücknahme der in Heft 5 enthaltenen ebenso grundlosen und unwahren als beleidigenden Aeusserung.

Weimar, am 30. September 1881.

Grossherzoglich Sächsisches Staatsministerium.
Departement des Grossherzoglichen Hauses des Cultus.
Stichling.“

Vertheidigungs-Nachschrift der Redaction.

Jeder Unbefangene wird — selbst ohne Rücksicht auf unsere vorstehende Berichtigung (I.) — aus unserer Nachschrift erkennen, dass wir gar nicht speciell oder auch nur vorzugsweise die Volksschulen des Weimarischen Staates gemeint haben. Ja wir können versichern, dass wir erst nach dem Drucke und dem Abschluss des Heftes durch die Karte uns überzeugt haben, dass die wenig bekannten Orte Auma und Neustadt im Weimarischen liegen; wir glaubten sie vielmehr — man wird diesen lapsus geographicus verzeihlich finden — in einem andern deutschen Staate suchen zu müssen. Es steht auch in der N. nicht: „des mathem. Volksschulunterr. im Grossherzogthum Weimar“, sondern nur „des mathem. V.“ Vielmehr war der Volksschulunterricht (in Deutschland) überhaupt gemeint und waren die erwähnten Orte für die Redaction gleichgültig. Ebenso beziehen sich die Worte „die genannten Schulen“ (Z. 11) auf die Volksschulen überhaupt. (Denn die Weimar. Schulen sind ja vorher gar nicht genannt.) Desgleichen sind die Worte (Z. 11—15): „Denn, wie überall, ... Approbation erhalten“ allgemein auf die Volksschulen, im Gegensatze zu den höheren Schulen, zu beziehen. Endlich geben auch die Worte „Machwerke wie das vorliegende“ (d. h. ähnlich dem vorl.) deutlich zu erkennen, dass wir die Approbation im Allgemeinen im Sinne hatten. Wir verhehlen uns aber nicht, dass die ganze Stelle hätte klarer und vor Missverständnissen gesichert ausgedrückt werden können.

Hiernach ist unseres Erachtens die Weim. Oberschulbehörde in einem Irrthume und ihre „Berichtigung“ ist strenggenommen gegenstandslos. Weil sie aber den in unklarer Fassung ausgesprochenen allgemeinen Tadel auch auf sich beziehen konnte, so möge zur Klärung der Sache und zu unserer Rechtfertigung noch Folgendes bemerkt werden:

Dass ein Schulbuch die „Approbation“ nicht erlangt hat*), das kann

---

*) In einem zweiten Schreiben, vom 22. October d. J., giebt die Weimarische Oberschulbehörde der Redaction ds. Zeitschr. auf die Anfrage, ob, wann und wo die Nichtapprobation des Schwabe-Schmidtschen Buches öffentlich bekannt gemacht worden sei, die Auskunft: dass diese Approbation nicht öffentlich bekannt gemacht worden sei und fügt hinzu: „Die Empfehlung oder Einführung eines Schulbuches

ein Redacteur nicht wissen, wenn weder eine Bemerkung auf dem Buche selbst, noch eine „Bekanntmachung" in einem minist. Organ hierüber Aufschluss giebt; er müsste denn ein so feines Geruchs- oder Gehörorgan besitzen, wie manche Redactionen officiöser polit. Zeitungen, die bekanntlich das Gras wachsen hören. Die Redaction ds. Zeitschr. ist aber wirklich in dem Glauben gewesen, dass das Buch, wie es in Oesterreich Brauch ist*), der Behörde bereits als Abzugsexemplar vorgelegen habe und dass es zwei Rectoren nicht wagen würden, ein solches Werk erst nach dem Drucke der Behörde vorzulegen. Er hat diesen Vorgang auch als allgemein usuell in Deutschland angenommen. Diese Annahme mag irrthümlich sein; allein so lange eine Schulbehörde unterlässt ihre Entscheidungen bekannt zu geben, verschuldet sie den Irrthum mit. Unsere (unmassgebliche) Meinung geht sogar dahin, dass es Pflicht einer Schulbehörde sei, auch die Nichtapprobation eines Schulbuches bekannt zu machen, zumal eines sehr fehlerhaften, um Lehrer (und vielleicht auch Behörden) anderer Staaten davor zu warnen**). Zu einer solchen Bekanntmachung besitzt eine Oberschulbehörde, selbst eines kleinen Staates — so lange wir noch kein Reichsschulorgan, wie die Oesterreicher besitzen — Macht und Mittel genug. Die einfachste ist bekanntlich Verfasser und Verleger zu verpflichten, das „approbirt" oder „nicht approbirt" aufzudrucken, wie es in Oesterreich, das uns auch in diesem Punkte voraus ist, schon längst üblich ist***).

Dass nun aber die Weim. Oberschulbehörde dem Schwabe-Schmidtschen Buche den officiellen Gebrauch in Schulen verschlossen hat, — wie in obigem Schreiben versichert wird — das verkündigen wir mit Vergnügen. Wir wären wahrlich die letzten, welche sich nicht darüber freuten, dass eine d. Oberschulbehörde gegen diese Schulbücher-Calamität†) (oder, wie es viele nennen, den „heillosen Schwindel in der Schulbücherfabrication"), wenigstens soweit es in ihrer Macht liegt, vorgeht††). Von der Weimarischen Schulbehörde hätten wir auch gar nichts anderes

---

pflegt bekannt gemacht zu werden, während für die Schulaufsichtsbehörden in der Regel keine Veranlassung vorliegt, von dem Nicht-Empfohlensein oder Nicht-Eingeführtsein eines Buches öffentlich Kenntniss zu geben."

*) Nach direct von Wien eingezogener Erkundigung ist es dort Brauch, von dem stehenden Satze eines einzuführenden Schulbuches einige Exemplare „abzuziehen" und beim C.-Minist. zum Zwecke der „Approbation" einzureichen. Erst nach erfolgter Approbation (oder nach gemachten, von der Approbations-Commission verlangten, Umänderungen) wird gedruckt.

**) Eine solche Bekanntmachung der Nichtapprobation ist auch wegen der Motivirung nöthig. Denn es kann ein Buch vortrefflich sein und doch nicht in den Rahmen des Lehrplans passen (z. B. die Algebra von Studnizka in Oesterreich). Wollte man nun aus der Nichtapprobation die Untauglichkeit des Buches folgern, so könnte dieser Irrthum dem Buche sehr schädlich werden. Hier aber liegt überdies ein Fall vor, in welchem durch die Nichtzulassung der Lernende (Lehrer) vor Nachtheil bewahrt werden soll. Die Weimar. Oberschulbehörde sagt auch „in der Regel", sie giebt also wenigstens Ausnahmen zu.

***) Dort ist auf den betr. Schulbüchern genau angegeben: „Approbirt lt. Erlass des C.-M. vom ....." und überdies werden die „zugelassenen" Schulbücher alljährlich im Cultus-Ministerialblatt aufgezählt. Man weiss also dort auch immer, welche Bücher „nicht zugelassen" sind.

†) Zu dieser Schulbücher-Calamität gehört auch die Kritik dieser Bücher in Volksschulzeitschriften. Man braucht in die meisten derselben nur einen Blick zu werfen, um sich zu überzeugen, mit welcher Seichtigkeit und oft sogar groben Unwissenheit die — meist anonymen — Recensenten mathematische Schulbücher besprechen.

††) Immerhin macht es einen peinlichen Eindruck, wenn Verfasser und Verleger eines nichtapprobirten Schulbuches es wagen, ihr verurtheiltes Erzeugniss auch auf den auswärtigen Markt zu bringen, als ob, was für das Weimarische nichts taugt, für andere Staaten immer noch gut genug wäre. Denn wenn auch vielleicht die Weimarischen Volksschullehrer auf die Autorität und die Verordnung ihrer Oberschulbehörde hin ein solches Buch bei ihren Privatstudien meiden werden, so kann es doch in die Schulen und beim Lehrerpublikum anderer Staaten, denen die Nichtapprobation unbekannt bleibt, sowie auf Grund der Autorität der Stellung der Verfasser hin, Eingang finden und hier schädlich wirken. Wurde es doch sogar der Redaction ds. Zeitschr., nachdem sie bereits das Vernichtungsurtheil nebst dem corpus delicti in den Händen hatte, vom Verleger eingesandt — ein Beweis, wie wenig man in jenen Kreisen den Standpunkt kennt, den die Redaction zu dieser Art von Literatur einnimmt; denn nach den berühmten „Proben" hätte man doch die Folgen voraus sehen müssen!

erwartet, da wir versichert worden sind, dass dort das Schulwesen, wie in Sachsen, trefflich geleitet und beaufsichtigt werde. Umsomehr leid thut es uns, dass diese Oberschulbehörde unsern Tadel auf sich bezogen hat.

Wir müssen uns aber vor dem Vorwurfe resp. der Anschuldigung verwahren, dass wir hiermit irgend jemand oder auch eine Behörde, hätten „beleidigen“ wollen. Der animus injuriandi hat uns vollständig fern gelegen*). Wir haben nur unsere und zugleich der höheren Schulen berechtigten Interessen, die unsere Zeitschrift bezügl. des mathematischen Unterrichts vertritt**), wahrgenommen.

Denn seit länger als zehn Jahren laufen bei der gez. Redaction die Klagen über die Mängel des mathematischen Volks- und Seminarunterrichts von allen Seiten, wie in einem Brennpunkte, zusammen und ist darüber niemand, wohl selbst nicht eine Oberschulbehörde, so orientirt, als wir. Viele Schulbücher wurden uns gleichsam als „corpora delicti“ eingesandt, es häufte sich ein gewaltiges Beweismaterial an und es entstand in Folge dessen jene stehende Rubrik in unserer Zeitschrift: „Proben aus dem mathematischen Seminar- und Volksschulunterricht“. Trotz der vielen Klagen und Rügen der Kritik hierüber sah sich aber unseres Wissens keine Oberschulbehörde — die noch junge oberste Reichsschulbehörde („Reichsschulcommission“) kommt hier nicht in Betracht, da sie eine andere Bestimmung hat — veranlasst, gegen die Volksschulbücher-Calamität, welche das sogenannte „Umlernen“ in den höhern Schulen verursacht, diese also durch Zeitvergeudung schädigt, durch entsprechende scharfe Verordnungen **direct** und **öffentlich** vorzugehen***). Wie hätte denn sonst auch ein Buch, wie das in ds. Z. verdientermassen gewürdigte von Kehr, das von den deutschen Volksschullehrern viel, ja vielleicht am meisten benützt wird, die sechste Auflage erleben können? Die Weim. Oberschulbehörde dürfte sich vergeblich bemühen, diese Behauptung als irrthümlich oder „unwahr“ nachzuweisen. Ob man aber die Quelle des Uebels: „Anstellung von Nichtmathematikern als Mathematiklehrer an Seminaren“ (vgl. Heft 5 S. 398) verstopft hat oder auch nur erst verstopfen will, — was bei der gegenwärtigen „Ueberproduction“ an mathematischen Lehrern sehr leicht wäre — darüber giebt uns ebenfalls keine Verordnung einer Schulbehörde Aufschluss.

Bei dieser Thatsache der Nichtintervention der Oberschulbehörden wusste man nicht recht, wo man die Ursachen derselben suchen sollte, ob in der Unkenntniss dieses Zustandes seitens der gen. Behörden, oder in ihrem Mangel an Interesse (wir sagen nicht „Gleichgiltigkeit“ oder „Indolenz“). Da wir nun bei dem Bildungsgrade dieser Behörden „Unkenntniss“ nicht annehmen konnten und wollten — denn dazu haben wir vor der Weisheit derselben einen zu grossen Respect — so blieb nur „Mangel an Interesse“ übrig. Wenn uns nun im Eifer für die gute Sache der Ausdruck „Indolenz“ entschlüpft ist, so möge man das unserer Indignation über diesen Zustand zu Gute halten. Sollten wir damit irgend eine Schulbehörde, die ihre Pflicht gewissenhaft erfüllt hat, gekränkt

---

*) Neuerdings hat das Reichsgericht bezüglich des sehr dehnbaren Begriffs „Beleidigung“ eine wichtige Entscheidung gefasst. Sie definirt: „Eine Beleidigung ist die Ehrverletzung bestimmter Personen“. Es ist wohl möglich, dass durch eine Injurie, welche sich gegen eine collective Mehrheit richtet, auch einzelne Personen beleidigt sind und dass der Thäter sie beleidigen wollte, aber es muss diese Absicht, beleidigen zu wollen (animus injuriandi) nachgewiesen sein. [Entsch. v. 6. Oct. 1881.]

**) Diese „Vertretung“ durch unsere Zeitschrift seit 12 Jahren ist nicht etwa eine „angemasste“, sondern geschah auf Anregung und geschieht noch auf Wunsch der Majorität der deutschen mathematischen Lehrerwelt und sogar mit Zustimmung und unter dem Beifall mehrerer deutscher Unterrichtsministerien, was durch minist. Schreiben, resp. Empfehlungen nachgewiesen werden kann.

***) Die Verwarnung des rheinischen Provinzialschulcollegiums (s. d. Z. V, 325) bezieht sich auf die höheren Schulen. Auch ist uns nicht bekannt, dass auf den Versammlungen der Seminarlehrer, wohin diese Angelegenheit streng genommen gehört, die betr. Schulräthe hierüber das Wort ergriffen hätten.

haben, so nehmen wir gern jenen Ausdruck zurück, dürfen aber billigerweise erwarten, dass diese h. Behörden künftig ihr Vorgehen gegen diese Schäden auch veröffentlichen.

Bekanntmachung und Aufforderung.

Mit Rücksicht auf das Vorstehende macht die Redaction ds. Zeitschr. hierdurch bekannt, dass sie sich künftig durch nichts wird abhalten lassen, in ihrer Kritik des mathematischen (incorrecten) Volksschul- und Seminarunterrichts auf Grund von Schul- und Lehrbüchern (denn ein anderes, unmittelbares Beweismittel steht ihr nicht zu Gebote) fortzufahren. Hat doch die oberste Schulbehörde des grössten deutschen Staates in ihrer Veröffentlichung der an höheren Schulen gebrauchten Lehrbücher (s. Centralblatt f. d. g. U.-V. 1880, Januar-Heft)*) selbst die Erwartung ausgesprochen, es möge sich die Kritik mit den „meistgebrauchten" Schulbüchern vorzugsweise befassen, hat also die Kritik herausgefordert. Wenn aber dieses Verfahren den „meistgebrauchten", also doch gewiss bereits bewährten Schulbüchern gegenüber empfohlen wird, so dürfte es neuen Erzeugnissen gegenüber erst recht am Platze sein. Die Redaction dieser Zeitschr. wird sich's aber bei dieser Kritik künftig zur Aufgabe machen, immer zu rügen, wenn Verfasser und Verleger auf einem Schulbuche die Angabe über Approbation oder Nichtapprobation seitens der zuständigen Behörde unterlassen. Sie kündigt daher auch den Einsendern von Recensions-Exemplaren dieser Gattung an, dass dieselben nicht eher besprochen werden können, bis die glaubwürdige (officielle) Mittheilung über die Approbation oder Nichtapprobation eingelaufen ist.

Um aber ein noch wirksameres Mittel gegen diese Schulbücher-Calamität im Allgemeinen zu ergreifen, gedenken wir, die gerügten Mängel (in einer Broschüre gesammelt) an hoher Stelle, an die wir uns schon einmal mit gutem Erfolge wendeten, einzureichen. Vielleicht gefällt es dort, hierin Wandel zu schaffen, zumal da jene Bücher auch häufig bei der Vorbereitung zum Einj.-Freiw.-Examen benützt werden**) und viele Examinanden — wahrscheinlich in Folge dessen — durchfallen. Wir bitten daher die geehrten Herren Fachgenossen um weiteres (wo möglich recht gravirendes) Beweismaterial.

Miscellen.

Lackiren der Wandtafeln.

Vergl. XI, 506.

Nach Christians und Reinhold in Hamburg.

Man löst 200 g Kopal in 400 g Aether, ferner 1 kg Schellack und 0,5 kg Sandarak in 4 l Alkohol von 90 %, mischt beide Lösungen und setzt 150 g Russ, 50 g Ultramarin, 30 g venetian. Terpentin und 1 kg feinen Naxossmirgel hinzu. Diese Mischung wird auf die glatte Holztafel mittelst eines Pinsels aufgetragen und der noch feuchte Ueberzug entzündet. Sobald die Flamme erloschen ist, wird nochmals überstrichen, dieser Ueberzug aber trocknen gelassen. Schliesslich wird die Fläche abgeschliffen und mit kaltem Wasser abgewaschen. Auf so behandelte Tafeln lässt sich mit Griffeln wie auf Schiefer schreiben, natürlich auch mit Kreide. Chem. Centralblatt 1880 Nr. 15, S. 238.

---

*) S. ds. Zeitschr. XI, 184 u. f.

**) Ein solches Buch s. z. B. in ds. Zeitschr. VII, 398.

Nachtrag zum neuen Maass und Gewicht.

(Jahrgang VIII, S. 396.)

Aus „Centralblatt f. d. Unterrichtsverwaltung in Preussen" Dec.-Heft 1880. Berlin, 31. Aug. 80.

Das Königl. etc. erhält hierneben Abschrift eines Erlasses des Herrn Ministers der öffentl. Arbeiten vom 18. d. M., betreffend die Einführung der Tonne*) zu 1000 kg als Gewichtseinheit in die statistischen Uebersichten über die Production der Bergwerke, Hütten und Salinen und in das fiscalische Berechnungswesen, sowie die Anwendung dieser Gewichtseinheit im Handelsverkehr mit Kohlen, zur Kenntnissnahme und mit dem Auftrage, die Tonne zu 1000 kg als Gewichtseinheit den dortigen Berechnungen etc. zu Grunde zu legen.

Der Minister der geistl. etc. Angelegenh.
Im Auftr. gez. Lucanus.

An die sämmtlichen K. Consistorien, Provinzial-Schulcollegien, Universitäts-Curatorien etc.
G. III. 2548.

*) Abkürzung: t. Siehe VIII, 396. D. Red.

Bei der Redaction eingelaufen.

(6—7, September 1881.)

Mathematik.

Henrici-Treutlein, Lehrbuch der Elementargeometrie. 1. Th. Pensum der Tertia (Gleichheit der planimetrischen Grössen. Congruente Abbildung in der Ebene). Lpz. b. Teubner. 1881.

Fuhrmann, Einleitung in die neuere Geometrie für die oberen Classen der Realschulen und Gymnasien. Ibid.

Beyda, Die imaginären Grössen und ihre Auflösung. Stuttgart, Metzler. 1881.

Klein, Theorie der trilinear-symmetrischen Elementargebilde. Marburg, Elwert. 1881.

Eisert, Vorträge über darstellende Geometrie. Kaiserslautern, Gotthold (ohne Jahresz.).

Neue Auflagen.

Helmes, Die Elementar-Mathematik. III. Bd. (die ebene Trigonometrie). 2. Aufl. Hannover, Hahn. 1881.

Verger e Gabrieri, La Geometria per le scuole tecniche. 2ª edizione. Torino, Loescher. 1881.

Lemoyne, Saggio sui Principii dell' Arithmetica dei Numeri razionali (ohne Druckort u. Jahresz.). Vorwort dat. v. 1875 Genua.

Naturwissenschaften.

Lüroth, Grundriss der Mechanik. München, Ackermann 1881.

Auerbach, Die theoretische Hydrodynamik nach dem Gange ihrer Entw. in d. neuesten Zeit. (Gekrönte Preisschrift.) Braunschweig, Vieweg. 1881.

Heckenhayn, Astronomische Geographie in Fragen und Aufgaben für den ersten Unterricht. Langensalza, Beyer. 1881.

Schultze, Philosophie der Naturwissenschaft. 1. Thl. Leipzig, Günther. 1881.

—, Die Grundgedanken des Materialismus. Ein Vortrag. (Darwinistische Schriften Nr. 11.) Ibid.

Arendt, Technik der Experimentalchemie. 1. Bd. 3. Lief. Lpz. Voss. 1881. (Fortsetzung.)
Kaltbrunner, Der Beobachter, allgemeine Anleitung etc. Zürich b. Wurster. 1881. Lief. 6—7. (Forts.)
Grassmann (Robert), Das Weltleben oder die Metaphysik. Stettin, R. Grassmann. 1881.
Hartinger, Atlas der Alpenflora, Heft 1. Wien 1881 (zur Anleitung zu wissenschaftl. Beobachtungen auf Alpenreisen von Prof. Dr. von Dalla Torre in Insbruck).

Zeitschriften, Programme, Dissertationen.

Central-Organ IX, 9.
Paed. Archiv XXIII, 7.
Zeitschr. f. Realschulwesen VI, 7—8.
Blätter f. d. bayer. Gymn.-Wesen (Red. Deuerling) XVII, 7—8.
Zeitschr. f. Schulgeographie. II, 6.
Bayreuth, Studienanst. 1880/81 (Hofmann: Vorübergang der Venus vor d. Sonnenscheibe 6. XII. 82).
Wien, Leopoldstadt, Staats-Unter-Realsch. 1880/81 (Jarnik, Zur albanischen Sprachenkunde).
Wiener-Neustadt, Landes-Ober-R. 1881 (Binder, Die Centralprojection als Hilfsconstruction in der Orthogonalprojection mit einem Vorworte über die Stellung der darst. Geom. im Lehrplane d. allgem. Mittelschule).
Insbruck, St.-Ober-R., 1880/81 (Stolz, Der Zeichenunterricht als Mittel allgemeiner Bildung).
Goldschmidt, Beiträge zur Theorie der quadratischen Formen (Göttingen). (Inaug.-Diss.)

(10. October 1881.)

Bergold, Arithmetik und Algebra, nebst einer Geschichte dieser Disciplinen. Karlsruhe, Reuther 1881.
Suchsland, Systematische Entwickelung der gesammten Algebra. 1. Th. Die vier Species. Stolp, Schrader. 1881.
Goniometrie und ebene Trigonometrie. Ebd.
Besso, Nozioni sui Logaritmi e sugli interessi compositi. Roma, Manzoni. 1881.
Menger, Grundlehren der Geometrie. 2. Aufl. Wien, Hölder 1881.
Schlesinger, Maximalfehler bei Polygonisirungen und ihre Bedeutung in der Vermessungspraxis. Wien, Frick. 1881.
—, Die Rückläufigkeit des Raumes, ein Irrthum und Ursache weiterer Irrthümer. Karlsruhe-Leipzig, Reuther. 1881.
Weinhold, Physikalische Demonstrationen etc. 3. (Schluss-)Liefg. Leipzig, Quandt-Händel. 1881.

Zeitschriften:

Zeitschrift f. d. Realschulwesen VI, 9.

(6. IX. 81).

Mehler, Hauptsätze der Elementar-Mathematik (mit Vorw. v. Schellbach). 11. Aufl. Berlin, Reimer 1881.
Bussler, Elemente der Arithmetik und Algebra für h. Schulen und zum Selbstunterricht. Berlin, Enslin 1881.
v. Escherich, Einleitung in die analyt. Geometrie des Raumes. Leipzig, Teubner 1881.
Erler, Die Elemente der Kegelschnitte in synthetischer Behandlung. 2. Aufl. Ebd. 1881.
Menge und Werneburg, Antike Rechenaufgaben Ebd. 1881.

Schröder, Lehrbuch der Planimetrie m. Rücksicht auf Wöckels geom. Aufg.-Sammlung. (3. Aufl. d. Planimetrie von Fischer.) Nürnberg, Korn 1882. (!)

Götting, Die Functionen cosinus u. sinus beliebiger Argumente in element. Darstellung. Berlin, Wohlgemuth 1881.

Naturwissenschaften.

Krebs, Grundriss d. Physik f. höhere realistische Lehranstalten. Leipzig, Veit u. Co. 1882. (!)

Puschl, Latente Wärme der Dämpfe. 2. Aufl. Wien, Hölder 1881.

Kirchhoff, Schulgeographie. Halle, B. d. W. 1882. (!)

Martus, Astronomische Geographie (Schulausgabe). Leipzig, Koch 1881.

Kaltbrunner, Der Beobachter. 9. Lief. Zürich, Wurster u. Co. 1881.

Werner, Mineralogische u. geologische Tabellen (30 Krystallfig. in Holzschnitt). Stuttgart, Knapp 1882.

Kräpelin, Leitfaden f. d. zoolog. Unterricht. Leipzig, Teubner 1881.

Zeitschriften.

Central-Organ IX, 10—11.

Zeitschr. für Realschulwesen VI, 10.

Pädagog. Archiv XIII, 9.

Zeitschr. f. Schulgeographie III, 1.

Blätter f. d. Bayerische Realschulwesen. Ed. Kurz. I, 1—5. (München, bei Rieger).

Briefkasten.

A. Allgemeiner.

1. Der Herausgeber d. Z. beabsichtigt vom nächsten (XIII.) Jahrgange an, in den „Literarischen Berichten“ eine besondere Abtheilung zu eröffnen: „Literatur zur speciellen Methodik des mathem. und naturw. Unterrichts“ (analog der Abtheilung im Centralorgan f. d. Int. d. Realschulw.: „Literatur zur Pädagogik und zur Realschulfrage“). Er bittet daher die Leser d. Z. ihn hierin freundlichst zu unterstützen, z. B. durch Hinweis auf Bücher und Broschüren (Monographieen), neue Auflagen renommirter pädagogischer Werke, Einsendung von gedruckten Versammlungs- und Conferenz-Berichten oder auch durch gründliche Besprechung von drgl. Werken. Insbesondere werden auch die Herren Verfasser solcher Schriften gebeten, dieselben der Redaction ungesäumt einzusenden.

2. Die Herren Einsender von Beiträgen werden nochmals darauf aufmerksam gemacht (S. ds. Hft. S. 488), dass vom nächsten Jahrgange an diese Zeitschrift in neuer Orthographie gedruckt werden soll.

B. Besonderer.

St. i. Pr. Auflösungen zu No. 153—155 u. 157—161. Wie konnten Sie aber ihre Sendung nach Freiburg i. S. adressiren? In Sachsen gibt es ein Freiburg nicht. Wie viele Verwechslungen alljährlich hierin vorkommen, mag man daraus ersehen, dass der Stadtrath in Freiberg i. S. sich schon hat an das Reichskanzleramt wenden wollen, behufs einer Bekanntmachung im Reichsanzeiger. Auch wir erhielten dort im vorigen Sommer ein Schreiben von dem Magistrat einer kleinen preuss. Stadt (Pommern) mit der Adresse Freiburg i. Sachsen, welches zuerst nach Freiburg i. Schlesien ging, dort eröffnet wurde und dann (zerrissen) in Freiberg ankam. Es thut wirklich noth, dass der geographische Unterricht in Deutschlands (resp. Preussens) Schulen mehr gepflegt werde. Empfehlen dürfte es sich, wenn die Geographielehrer solche gleich- (oder ähnlich-) lautende Orte in geographischen Extemporalien recht einübten. (Bekanntlich gibt es mehrere Freiburge und zwei Freiberge.)